

Wim Caspers

Stanislascollege Delft
Faculteit EWI en Lerarenopleiding TU Delft
Commissie Onderwijs PWN

Onderwijs 100-jarig bestaan van de NVvW

Vrienden der Wiskunde

De Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren (NVvW) bestaat 100 jaar. Wim Caspers – oud-voorzitter van de vereniging – belicht aan de hand van publicaties door de jaren heen de goede verstandverhouding tussen de academische wiskundewereld en het onderwijsveld. Of is die wel eens beter geweest?

Dat de NVvW 100 jaar bestaat, is een prima gelegenheid om de archieven van het verenigingsblad *Euclides* eens door te spitten. Het is een prettige bezigheid, want oude jaargangen zijn uitstekend benaderbaar in het online archief (NVvW, 2024). Wie terugbladert naar de jaren vijftig of nog verder, zal opmerken dat de betrokkenheid van academische wiskundigen bij het blad toentertijd groot was. Daarvoor hoef je alleen maar te kijken naar het titelblad van een willekeurig nummer uit bijvoorbeeld de dertigste jaargang. Een hele rij meewer-

kende hoogleraren wordt opgevoerd.

Het eerste nummer van dat jaar opent met een artikel van Alfred Tarski: *Het semantisch waarheidsbegrip en de grondslagen der Semantiek* (Tarski, 1954). Drie-eneveertig bladzijden zijn het. De huidige redactie zou het niet meer aandurven. Verder bladerend door de jaren vijftig zien we, naast bijdragen van hoogleraren, didactici en bevlogen docenten, verslagen van vergaderingen van de groep L.i.w.e.n.a.g.e.l. (Leraren in Wiskunde en Natuurwet-

enschappen aan Gymnasia en Lycea) en van de Algemene Vergadering van Wimecos (Vereeniging van Leeraren in de Wiskunde, de Mechanica en de Cosmographie aan Hoogere Burgerscholen en Lycea), de voorloper van de NVvW. Vanaf jaargang 17 (1940-1941) was *Euclides* het officiële orgaan van beide gezelschappen. Tevens zijn er veel recensies van leerboeken voor het middelbaar en voorbereidend hoger onderwijs te vinden. En ook didactische artikelen vonden er een plaats: discussies over beschrijvende meetkunde op de hbs, grafische benaderingen van de wortels van vierkantsvergelijkingen, algebra op de lagere school, de opleiding tot leraar in de

De precieze ontwikkeling van vereniging, genootschap en hun tijdschriften zijn prettig beschreven in het boek *Honderd Jaar Wiskunde-onderwijs* (Goffree, Hoorn, & Zwaneveld, 2000), het genoemde artikel *Wiskundige Verlustiging* (Alberts & Beckers, 2010), *Oud archief* (Beckers, 2004) en de nog lopende serie in *Euclides* ter gelegenheid van het honderdjarig bestaan van de NVvW. In die serie is in *Meer dan Euclides en Wimecos* (Smid, 2024) te lezen hoe *Euclides* en de NVvW vanaf het begin van de vorige eeuw uiteindelijk blijken te overleven en andere tijdschriften en verenigingen niet.

De rechte cissoïde met vergelijking

$$x(x^2 + y^2) = ay^2$$

 kan ook door de volgende parametrische vergelijkingen worden voorgesteld:

$$x = \frac{a}{1+\lambda^2}, \quad y = \frac{a\lambda}{1+\lambda^2} \dots \dots (1)$$

 De X-as is de raaklijn in het keerpunt O, de Y-as is de normaal in dit punt; de asymptoot Δ is de rechte $x = a$. Volgens (1) heeft de raaklijn in het punt M met parameter λ als vergelijking:

$$(1 + 3\lambda^2)x - 2\lambda^3y - a = 0 \dots \dots (2)$$

 de normaal in dit punt is:

$$2\lambda^4x + (1 + 3\lambda^2)\lambda y - a(1 + 2\lambda^2) = 0 \dots \dots (3)$$

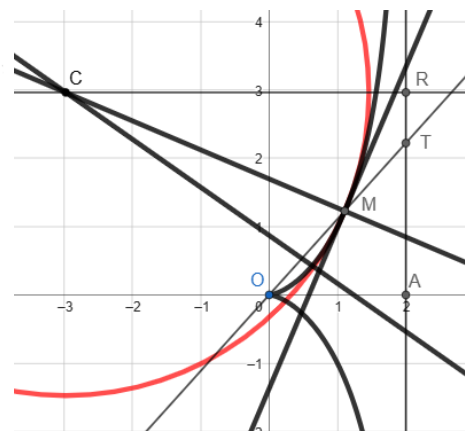
 Om de coördinaten van het punt te vinden waar de normaal hare omhullende raakt, moet men het stelsel oplossen, gevormd door (3) en

$$8\lambda^3x + (1 + 9\lambda^2)y = 4a\lambda.$$

 Hieruit vindt men als coördinaten van het middelpunt van den kromtecirkel in het punt M:

$$x_1 = -\frac{a(1 + 6\lambda^2)}{6\lambda^4}, \quad y_1 = \frac{4a}{3\lambda} \dots \dots (4)$$

 Uit (1) en (4) volgt dus deze constructie voor het middelpunt van den kromtecirkel in een punt M der cissoïde:
 Zij T het punt waar MO de asymptoot Δ snijdt, A de projectie van O op Δ ; men verlengt AT met $TR = \frac{1}{3}AT$; de loodlijn in R op Δ gaat door het gezochte punt C.
 Wiskundig Tijdschrift, 16e Jaargang. 4



Figuur 1 Links: Artikel uit *Wiskundig Tijdschrift* Jaargang 16 (Goormaghtigh, 1919). Boven: bijbehorende figuur uit *Geogebra* [15].

EUCLIDES

TIJDSCRIFT VOOR DE DIDACTIEK DER EXACTE VAKKEN
ONDER LEIDING VAN DR. H. MOOY EN DR. H. STREEFKERKE,
DR. JOH. H. WANSINK VOOR WIMECOS EN J. WILLEMSE VOOR
LIWENAGEL.

MET MEDWERKING VAN

Prof. Dr. E. W. BETH, Aartrijk
Dr. R. BALLEU, Leiden - Dr. G. BOSTELA, Apeldoorn
Prof. Dr. O. ROTTBERG, Delft - Dr. L. N. H. BUNT, Utrecht
Prof. Dr. E. J. DIJKSTERHUIS, Breda - Prof. Dr. J. C. H. GERRETSEN, Groningen
Dr. E. MENNE, Leeu - Prof. Dr. J. POPPEN, Utrecht
Dr. O. VAN DE PUTTE, Breda - Prof. Dr. D. J. VAN KOOIJ, Poperingestraat
Dr. H. STEFFENS, Middelam - Dr. J. J. TERKELBURG, Rotterdam
Dr. W. F. THUIJSEN, Middelam - Dr. P. G. J. VREDENDIJK, Assen

80e JAARGANG 1984/1985

I

wiskunde, de nodige curriculumvernieuwingen (van alle tijden), enzovoorts. De wiskundewerkgroep van de Werkgemeenschap voor Vernieuwing van Opvoeding en Onderwijs (verre voorloper van het Freudenthal Instituut) publiceerde in *Euclides*, om begin jaren zestig het blad ook als eigen orgaan te mogen betitelen. Uiteindelijk wordt de NVvW in de jaren negentig eigenaar van het blad.

Leden van het Wiskundig Genootschap schreven veel en vaak in het blad en – zoals opgemerkt in het artikel *Wiskundige Verlostiging* (Alberts & Beckers, 2010) – tot in de jaren vijftig was *Euclides* hét blad waarin oraties van hoogleraren verschenen en bij het overlijden van vooraanstaande wiskundigen een in memoriam. In de jaargangen 7 tot en met 22 werd zelfs als bijlage van tijd tot tijd een portret van een wiskundige meegeleverd. Leuk om te verzamelen.

In de jaren zestig en daarna verloren de academische wiskunde en het onderwijsveld elkaar uit het oog. *Euclides*, aanvankelijk uitgegeven door Noordhoff in Groningen, had sinds 1956 een redactie die alleen verantwoording verschuldigd was aan Liwenagel en Wimecos en zette in 1969 een koerswijziging in. De voorzitter van de redactie, G. Krooshof, kondigt het aan in het eerste nummer van jaargang 45 (Krooshof, 1969): “Al dikwijls werd er van verschillende zijden opgemerkt, dat *EUCLIDES* maar weinig waar maakte van de ondertitel op het omslag: *Tijdschrift voor de didactiek van de wiskunde*. Veel van de artikelen waren van vaktechnische aard, interessant, maar niet in de eerste plaats gericht op de didactiek. De redactie wil ernstig proberen daarin verandering te brengen”. Als belangrijkste reden voert hij de nieuwe leerplannen bij de invoering van de Mammoetwet aan. “Verzamelingen, relaties, vectoren, groepen, lichamen en andere structuren, welke van deze of andere moderne onderwerpen kunnen in

het voortgezet of zelfs het basisonderwijs een plaats vinden? In welke volgorde? Op welke manier kunnen de leerlingen ermee experimenteren? Welke van de traditionele technieken moeten ze blijven beheersen?”

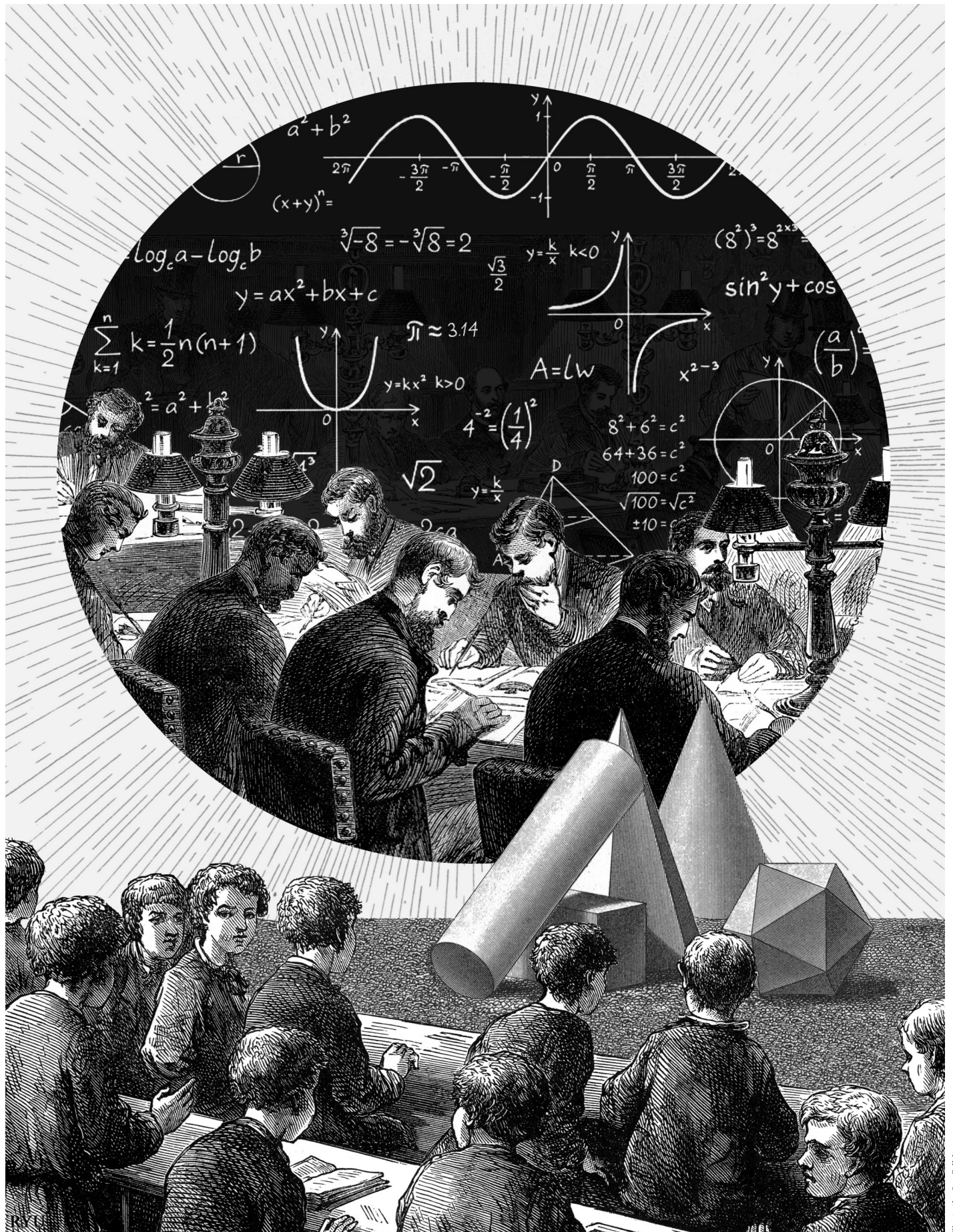
De indrukwekkende lijst met medewerkers uit de academische wereld was verdwenen. Het betekende uiteindelijk ook dat de inbreng van leden van het Wiskundig Genootschap aanzienlijk verminderde. Eigenlijk tekende de verwijdering zich al een jaar eerder af, toen op 23 december 1968 tijdens een ledenvergadering velen bezwaar maakten tegen de naamsverandering van Wimecos naar: *Vereniging van Wiskundeleraren. L.E.J. Brouwer*. Bij stemming blijken 18 leden voor en 22 leden tegen deze naam te zijn. Aangenomen wordt daarna als naam: *Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren*.

Hoewel een enkele hoogleraar veertig bijdragen scoort (het archief is goed doorzoekbaar) lijkt die koerswijziging richting didactiek van de wiskunde zijn uitwerking te hebben gehad in de decennia die volgen. Onderwerpen als curriculum en aansluiting leveren nog de meeste bijdragen op uit de academische wiskundewereld. Doorzoeken op het woord “kloof” geeft tenminste de nodige resultaten. Er blijkt een behoorlijk aantal kloven te bestaan: tussen alfa’s en beta’s, wiskunde en natuurkunde, po en vo, vo en wo, publiek en wetenschappers, universitaire wiskunde en schoolwiskunde, realistisch rekenen en meetkunde. Diverse hoogleraren schrijven erover.

Sinds de jaren vijftig kennen we de Nederlandse Onderwijs Commissie voor Wiskunde (NOCW), bij de instelling ervan door voorzitter G.A. Janssen van Wimecos omschreven als “een platform waardoor de scheiding van de ‘wetenschap’ en de ‘leraar’ weer overbrugd zou kunnen worden” (Kleijne, 2004). De commissie onderwijs van PWN is de opvolger van de NOCW. De verstandhouding is in de loop van een eeuw per saldo dus wel verbeterd. Al zou een initiatief als dat J. Vaes, lid van het Wiskundig Genootschap, aan het begin van de vorige eeuw nam (Alberts & Beckers, 2010; Smid, 2024) ook nu als prijzenswaardig betiteld kunnen worden. Hij stelde tijdens de jaarvergadering van het Wiskundig Genootschap in 1903 voor een tijdschrift uit te geven voor docenten en studerende voor onderwijsakten. Ar-

tikelen in het *Nieuw Archief* waren voor deze doelgroep vaak te ingewikkeld. Het bestuur voelde er aanvankelijk niet voor, maar verleende uiteindelijk toch subsidie en het *Wiskundig Tijdschrift* werd opge-

De kloof tussen vo en wo springt het meest naar voren. In 1958 merkt prof. dr. J.C.H. Gerretsen in zijn artikel *De academische opleiding van de wiskundeleraar* (Gerretsen, 1958) al op: “De kloof tussen schoolwiskunde en officiële wetenschap zal voortdurend breder worden, wanneer niet een radicale ommekeer tot stand komt. De didactiek van de wiskunde vraagt om een grondige herziening en in het bijzonder moet het probleem worden gesteld of het mogelijk is uit de moderne wiskunde materiaal te lichten, dat waarde heeft voor de algemene vorming en tevens het contact met de levende wetenschap niet verloren doet gaan”. In 1996 deelt R. Tijdeman zijn ervaringen met mijn lessen getaltheorie voor vwo-ers: “Ik denk dat goede masterclasses een belangrijk middel kunnen zijn om scholieren met de universiteit en hogere wiskunde vertrouwd te maken en de kloof tussen vwo en universiteit te overbruggen. De mogelijkheden die het nieuwe studieprogramma voor vwo-ers geeft, moeten we benutten.” In 1999 (invoering van de Tweede Fase en het studiehuis) schrijft Frans Keune in zijn artikel *Wiskunde is ook een vak* (Keune, 1999): “De kloof tussen beroepswiskundigen en ontwikkelaars van wiskundeonderwijs is veel te groot geworden.” En hij begint een nieuwe lesmethode *Ratio*. In 1981 schrijft Harm Jan Smid in *Aansluiting VWO-WO: Drama of hype?*: “De aansluitingsproblematiek moet een gemeenschappelijke verantwoordelijkheid zijn van beide partijen: vo respectievelijk vwo. Ik zou er bij het bestuur van de NVvW op willen aandringen stappen te ondernemen om de band tussen voortgezet en hoger onderwijs beter te structureren.” En over dat laatste publiceerde dan weer de commissie onderwijs van PWN *Aansluiting tussen voortgezet en hoger onderwijs* (PWN, 2020). Daarin is de aanzet te vinden van de huidige curriculumvernieuwing.

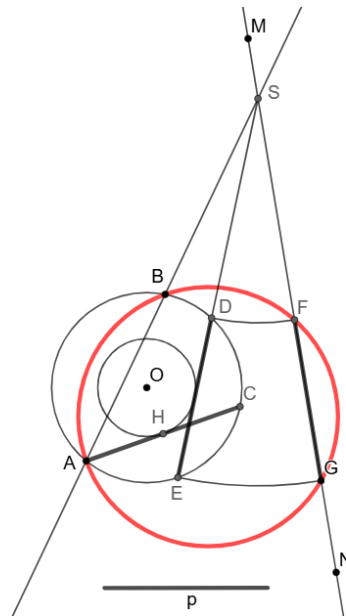


Illustratie: Ryu Tajiri

richt. Ter illustratie een artikel uit het tijdschrift (Goormaghtigh, 1919). De vraag is overigens of het artikel over de cissoïden ten dage geplaatst zou worden. Het tijdschrift verscheen van 1904 tot 1924 met redelijk succes. Inmiddels gaf Noordhoff het tijdschrift *Nieuw Tijdschrift voor de Wiskunde* uit. Euclides begon als bijlage daarvan in 1924.

Voor studenten die een lager-onderwijsakte wilden behalen bestond er rond 1900 al een tijdschrift, met de aanstekelijke naam *De Vriend der Wiskunde*. Ter illustratie ook een artikel daaruit (Zernike, 1899). De kennisbasis van de pabo wordt vandaag de dag herzien. Dit gaat er waarschijnlijk niet binnen vallen.

Dat hoeft misschien ook niet. Maar een klein beetje terug naar de jaren vijftig zou niet erg zijn, om als *Vrienden der Wiskunde* gezamenlijk op te trekken.



Figuur 2 Rechts: opgave uit *De Vriend der Wiskunde* Jaargang 14 (Zernike, 1899). Boven: bijbehorende figuur uit *Geogebra* [16].

1547 Gevraagd een cirkel te construeeren, die door 2 gegeven punten gaat en eene koorde van gegeven lengte afsnijdt van een gegeven lijn. C.F.A. ZERNIKE.

Oplossing.

Gegeven: de punten A en B, de lijn MN en de lengte van p.

Gevraagd: een cirkel die door A en B gaat en een stuk p afsnijdt van MN.

Constructie. Trek door A en B eene lijn, die MN snijdt in S. Construeer met een straal, niet kleiner dan $\frac{1}{2}p$ een cirkel OA, die door A en B gaat. Trek in dien cirkel uit een willekeurig punt, bijv. uit A eene koorde AC = p. Construeer nu een cirkel uit O, die AC raakt. Dan zijn alle raaklijnen aan dien laatsten cirkel, voorzoover zij in cirkel OA liggen, gelijk aan p. Trek nu uit S eene raaklijn aan OH, dan is DE = p. Nu is

$$SB:SD = SE:SA. \quad (1)$$

Neem nu op de lijn MN: SF = SD, SG = SE, dan verandert (1) in

$$SB:SF = SG:SA.$$

De punten B, F, G en A liggen dus op den omtrek van één cirkel. Die cirkel is de gevraagde, daar

$$FG = DE = p.$$

Referenties en noten

- Alberts, G., & Beckers, D. (2010). Wiskunstige verlustiging: de tijdschriften die het genootschap wel en niet uitgaf. *Nieuw Archief voor Wiskunde*, 5/11 (1), 20-26.
- Beckers, D. (2004). Oud Archief. *Nieuw Archief voor Wiskunde* 5/5 (3), 185.
- Gerretsen, J. (1958). De academische opleiding van de wiskundeleraar. *Euclides* 34 (1), 5-15.
- Goffree, F., Hoorn, M. v., & Zwaneveld, B. (2000). *Honderd jaar wiskundeonderwijs*. Leusden: Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraars.
- Goormaghtigh, R. (1919). Over de kromte-cirkels der rechte cissoïde. *Wiskundig tijdschrift*, 49-50. <https://archive.org/details/>
- wiskundigtijdsch1619unse/page/48/mode/2up
- Keune, F. (1999). Wiskunde is ook een vak. *Euclides* 74 (8), 255-258.
- Kleijne, W. (2004). NOCW 50 jaar. *Nieuw Archief voor Wiskunde* 5/5 (4), 308-313.
- Krooshof, G. (1969). Euclides. Tijdschrift voor de didactiek van de wiskunde. *Euclides* 45 (1), 1.
- NVvW. (2024). Archief vakblad Euclides. Opgehaald van nvvw.nl: <https://archief.vakbladeuclides.nl/index.html>
- PWN, c. (2020). Aansluiting tussen voortgezet en hoger onderwijs. *Euclides* 95 (7), 14-15.
- Smid, H. (2024). Meer dan Euclides en Wimecos. *Euclides* 100 (1), 32-35.
- Tarski, A. (1954). Het semantische waarheidsbegrip en de grondslagen der semantiek. *Euclides* 30 (1), 1-43.
- Tijdeman, R. (1996). Ervaringen met mijn lessen getaltheorie voor vwo-ers. *Euclides* 71-5, 223-227.
- Zernike, C. (1899). Vraagstuk 1547. *De Vriend der Wiskunde*, 13-14. <https://archive.org/details/devriendderwisku1418unse/page/12/mode/2up>.
- Figuur 1 in Geogebra: <https://www.geogebra.org/m/xe7setyj>
- Figuur 2 in GeoGebra: <https://www.geogebra.org/m/jtgzbbby>