Henk Don
Institute for Mathematics, Astrophysics and Particle Physics
Radboud Universiteit Nijmegen
h.don@math.ru.nl

Maatschappij

Restzetels, hoe zit dat?

Op 22 november 2023 vonden de verkiezingen voor de Tweede Kamer plaats. Hoe de zetels hierbij verdeeld worden, hangt niet alleen af van de uitgebrachte stemmen, maar ook van het kiessysteem. Henk Don bespreekt hier de in Nederland gebruikte methoden. Daarbij wordt ingegaan op sterke punten, zwakke punten, paradoxen en een stukje politieke geschiedenis. Mede gebaseerd op een lezing voor wiskundeleraren ter gelegenheid van het Wiskundetoernooi 2023 aan de Radboud Universiteit Nijmegen.

Nederland kent een representatieve democratie, waar bij verkiezingen vaak een ruime keuze is uit partijen. Bij de laatste verkiezingen voor de Tweede Kamer deden 26 partijen mee en waren er 150 zetels te verdelen. Tabel 1 geeft het aantal uitgebrachte stemmen per partij, de onafgeronde zetelaantallen en de toegekende zetelaantallen. Deze uitslag is vastgesteld door de Kiesraad [2]. Deze tabel roept de vraag op hoe de zetels zijn toegekend. Waarom heeft bijvoorbeeld de PVV 37 zetels gekregen? Men zegt vaak dat de kiezer heeft gesproken, maar dat is een beetje te kort door de bocht. De kiezer zegt geen 37, maar $35{,}2$. Dat er 37 worden toegekend, wordt mede bepaald door het kiessysteem. Welk kiessysteem gehanteerd wordt is verankerd in de Kieswet [3], en is een politieke keuze.

De moeilijkheid is natuurlijk dat kiezers geen hele zetels toekennen. Domweg afronden op het dichtstbijzijnde gehele getal kan leiden tot het toekennen van meer of juist minder dan 150 zetels. Het kiessysteem moet zodanig zijn dat de toegekende zetelaantallen weinig afwijken van de onafgeronde aantallen. Er zijn allerlei methoden om zo'n zetelverdeling te vinden, maar elke methode heeft nadelen. We gaan niet in op alle mogelijke varianten, maar beperken ons vooral tot de Nederlandse situatie. Voor een uitvoerige wiskundige verhandeling, zie [1].

De Nederlandse Kieswet kent twee systemen om zetels te verdelen [3, Afdeling II, Hoofdstuk P, §2]. Bij verkiezingen in gemeenten met minder dan 19 zetels geldt de methode van grootste overschotten. In grotere gemeenten, provincies en de Tweede Kamer geldt de methode van grootste gemiddelden, ook bekend als de methode-D'Hondt. We zullen deze twee methoden bespreken.

Partij	Stemmen	Score	Zetels
PVV	2.450.878	**35,24**	37
GL/PvdA	1.643.073	**23,62**	25
VVD	1.589.519	**22,85**	24
NSC	1.343.287	**19,31**	20
D66	656.292	**9,44**	9
BBB	485.551	**6,98**	7
CDA	345.822	**4,97**	5
SP	328.225	**4,72**	5
DENK	246.765	**3,55**	3
PvdD	235.148	**3,38**	3
FvD	232.963	**3,35**	3
SGP	217.270	**3,12**	3
CU	212.532	**3,06**	3
Volt	178.802	**2,57**	2
JA21	71.345	**1,03**	1
BVNL/Haga	52.913	**0,76**	0
50PLUS	51.043	**0,73**	0
BIJ1	44.253	**0,64**	0
Splinter	12.838	**0,18**	0
Overig	34.207	**0,49**	0

Tabel 1 Uitslag Tweede Kamerverkiezingen 22 nov. 2023.

Definities

Om de zetelverdeling te bepalen berekent men eerst de *kiesdeler*: het totaal aantal geldige stemmen gedeeld door het aantal beschikbare zetels. Bij de verkiezingen van 22 november 2023 (TK2023) was het totaal aantal geldige stemmen $10.432.726$ en de kiesdeler $69.552\frac{76}{150}$.

Vervolgens kan men van iedere partij het onafgeronde zetelaantal bepalen door het aantal stemmen op die partij te delen door de kiesdeler. Zie Tabel 1, waar de kleinste zeven partijen zijn samengevoegd in 'Overig'. De vraag is hoe we dit vertalen naar gehele aantallen zetels.

Als er z zetels zijn en p partijen, dan is het lijstje onafgeronde zetelaantallen een punt in de simplex

$$\left\{(x_1,\ldots,x_p)\colon 0\le x_i\le z, \sum_{i=1}^{p} x_i = z\right\}.$$

Zo'n punt noemen we een *uitslag*. Wiskundig gezien is het probleem als volgt:

Probleem 1. Stel er zijn z zetels te verdelen over p partijen. Gegeven is een uitslag $(x_1,\ldots,x_p)$ met $0\le x_i\le z$ en $\sum_{i=1}^{p} x_i = z$. Bepaal een zetelverdeling $(z_1,\ldots,z_p)$ met $z_i\in\mathbb{N}$ en $\sum_{i=1}^{p} z_i = z$.

Natuurlijk is niet elke toewijzing zinvol. De toewijzing moet zo eerlijk mogelijk zijn, dus de verschillen tussen x_i en z_i moeten klein zijn. Dat is het principe van representativiteit of evenredige vertegenwoordiging.

Het aantal *volle zetels* v_i voor partij i wordt gevonden door x_i naar beneden af te ronden: $v_i = \lfloor x_i \rfloor$. In het Nederlandse systeem krijgt elke partij in ieder geval de behaalde volle zetels. De zetels die nog overblijven zijn *restzetels*. Het aantal restzetels is

$$r = \sum_{i=1}^{p}(x_i - v_i) = z - \sum_{i=1}^{p} v_i.$$

Bij TK2023 waren er 10 restzetels te verdelen. Alle resten $r_i := x_i - v_i$ zijn positief en strikt kleiner dan 1, dus $r\in\{0,1,\ldots,p-1\}$. De *fout* die gemaakt wordt bij partij i is $z_i - x_i$, en de *absolute fout* $|z_i - x_i|$.

Methode van grootste overschotten

De simpelste methode voor het toekennen van restzetels is bedacht door de Amerikaanse politicus Hamilton (en door anderen). In Nederland is deze methode bekend als de methode van grootste overschotten.

Methode 1 (Hamilton/grootste overschotten). Elke partij krijgt de behaalde volle zetels. De resten $r_i := x_i - v_i$ worden gesorteerd van groot naar klein. De eerste r partijen in dit lijstje krijgen allemaal één restzetel.

Deze methode is van kracht in Nederlandse gemeenten met minder dan 19 zetels (in combinatie met een kiesdrempel van $3/4$ zetel). Bij Tweede Kamerverkiezingen is de methode van grootste overschotten niet in gebruik. Zou dit wel het geval zijn, dan zouden de zetels zijn toegekend als in Tabel 2.

De methode van grootste overschotten heeft een aantal sterke punten:

1. Voor elke partij geldt $z_i = \lfloor x_i \rfloor$ of $z_i = \lceil x_i \rceil$. Absolute fouten zijn dus kleiner dan 1.
2. De som van de absolute fouten is minimaal. In Tabel 2 is deze fout $5{,}20$ zetels, dus $5{,}20$ zetels zijn 'verkeerd' toegewezen.
3. De methode is symmetrisch, positieve en negatieve fouten tellen even zwaar.
4. Er is geen bevoordeling van grote of juist van kleine partijen.

Eén halve zetel is vaak al genoeg voor een partij om een hele zetel te krijgen. We zien in Tabel 2 drie partijen die ruim onder de kiesdeler scoorden maar toch een restzetel krijgen. Dit kan verholpen worden door een kiesdrempel van één zetel te hanteren, zoals nu ook geldt in de Tweede Kamer. De zetels van BVNL/Van Haga, 50PLUS en BIJ1 verschuiven dan naar D66, PvdD en FvD. De som van de absolute fouten wordt hierdoor groter.

Absolute fouten zijn hoogstens 1, maar we kunnen hier nog sterkere uitspraken over doen. Als het overschot groot genoeg is, is een restzetel gegarandeerd. Andersom geldt ook dat een te kleine rest impliceert dat er achter het net gevist wordt:

Stelling 1. *Beschouw de methode van grootste overschotten. Stel dat er p partijen zijn. Zij r_i de rest van partij i.*

1. *Als $r_i > \frac{r}{r+1}$, dan krijgt partij i zeker een restzetel. In het bijzonder is dit het geval als $r_i > 1-\frac{1}{p}$.*
2. *Als $r_i < \frac{1}{p-r+1}$, dan krijgt partij i zeker geen restzetel. In het bijzonder is dit het geval als $r_i < \frac{1}{p}$.*

Bewijs. We bewijzen de eerste uitspraak. Stel dat $r_i > r/(r+1)$ en dat partij i geen van de r restzetels krijgt. Dan zijn er ten minste r partijen met een grotere rest dan partij i. In totaal zijn er dus ten minste $r+1$ partijen met rest ten minste r_i. Maar dan

$$r = \sum_{j=1}^{p} r_j \ge (r+1)\cdot r_i > r.$$

Tegenspraak. Het tweede deel van de uitspraak volgt omdat $r\le p-1$, en dus $r/(r+1)\le (p-1)/p = 1-\frac{1}{p}$. De tweede uitspraak volgt vergelijkbaar. □

Partij	x_i	z_i
PVV	35,24	35
GL/PvdA	23,62	23+1
VVD	22,85	22+1
NSC	19,31	19
D66	9,44	9
BBB	6,98	6+1
CDA	4,97	4+1
SP	4,72	4+1
DENK	3,55	3+1
PvdD	3,38	3
FvD	3,35	3
SGP	3,12	3
CU	3,06	3
Volt	2,57	2+1
JA21	1,03	1
BVNL/Haga	0,76	0+1
50PLUS	0,73	0+1
BIJ1	0,64	0+1
Splinter	0,18	0
Overig	0,49	0

Tabel 2 Zeteltoewijzing TK2023 bij methode grootste overschotten zonder kiesdrempel. De tien grootste resten (rood) geven recht op een restzetel.

De grenzen in deze stelling zijn scherp, dat wil zeggen: als $\frac{1}{p-r+1} < r_i < \frac{r}{r+1}$, dan is het niet zeker of partij i een restzetel krijgt. De stelling impliceert dat absolute fouten nooit groter zijn dan $1-\frac{1}{p}$.

Bij TK2023 deden 26 partijen mee. Stel dat de methode van grootste overschotten gebruikt zou worden. Op grond van Stelling 1 zou een rest van $25/26$ dan zeker voldoende zijn voor een restzetel, en $1/26$ zeker te weinig. Derhalve zouden BBB en CDA met hun uitslag zeker een restzetel krijgen, ongeacht de andere uitslagen.

JA21 zou juist zeker geen restzetel krijgen. Als bovendien bekend is dat er 10 restzetels te verdelen zijn, dan valt de CU ook zeker buiten de boot.

Methode van grootste gemiddelden

In de Verenigde Staten is tot halverwege de 19e eeuw de methode van Jefferson gebruikt. Dezelfde methode is in 1878 onafhankelijk bedacht door D'Hondt, een Belgische jurist en politicus. In Nederland is deze methode ook bekend als de methode van grootste gemiddelden. Deze methode heeft niet alleen verschillende namen, maar is ook op verschillende equivalente manieren gedefinieerd.

Het idee van Jefferson was dat resten niet mee zouden moeten tellen en elke toegekende zetel helemaal verdiend moet zijn. De grootte van het Huis van Afgevaardigden in de Verenigde Staten was variabel, dus er was geen probleem met restzetels. Bij een vaste grootte (zoals in de Tweede Kamer) wordt het restzetelprobleem opgelost door de kiesdeler kleiner te maken.

Methode 2 (Jefferson). Vermenigvuldig de kiesdeler met een factor $\beta \leq 1$. Geef elke partij het verdiende aantal volle zetels op basis van de aangepaste kiesdeler. De factor β moet voldoen aan

$$\sum_{i=1}^{p} z_i = z, \quad \text{met } z_i := \left\lfloor \frac{x_i}{\beta} \right\rfloor. \tag{1}$$

In het algemeen is er een interval van toelaatbare keuzes voor β. Voor zo'n β geldt voor alle partijen $x_i/z_i \geq \beta$. We noemen $\beta_i := x_i/z_i$ de *relatieve bezetting* van partij i. Hoe groter β_i, hoe groter het gemiddelde aantal stemmen per toegekende zetel aan partij i. D'Hondts gedachte was deze gemiddelden te maximaliseren.

Methode 3 (D'Hondt/grootste gemiddelden). Verdeel de zetels zodanig dat $\min_i \beta_i$ maximaal is.

Het aantonen van equivalentie van de methoden laten we aan de lezer. Een algoritme voor D'Hondt werkt als volgt: bereken voor elke partij de relatieve bezetting bij toekenning van k zetels. Deze getallen x_i/k voor $i = 1, \ldots, p$ en $k = 1, 2, 3, \ldots$ zijn (van groot naar klein) bepalend voor de volgorde van toewijzing. Daarom heet dit een delermethode, met delers $1, 2, 3, \ldots$

k	1	2	3	4
x_1/k	3,4	1,7	1,13	0,85
x_2/k	1,6	0,8	0,53	0,4

Tabel 3

Voorbeeld 1. Stel $p = 2$ en $z = 5$. Neem aan dat de uitslag gelijk is aan $(x_1; x_2) = (3{,}4; 1{,}6)$. Tabel 3 geeft de getallen x_i/k. De vijf grootste getallen geven elk recht op een zetel. Daarom krijgt partij 1 de restzetel, ondanks dat partij 2 een groter overschot heeft. De kleinste relatieve bezetting is $0{,}85$.

In (1) wordt afgerond naar beneden. Zetels gaan naar partijen die *na* toewijzing de grootste relatieve bezetting hebben. Men kan ook afronden naar boven (methode-Adams) of op het dichtstbijzijnde gehele getal (methode-Webster/Sainte-Laguë). De methode-Adams maximaliseert $\min_i x_i / (z_i - 1)$, en dus is de relatieve bezetting *voor* toewijzing van een zetel bepalend. Bij Webster geeft de relatieve bezetting na toewijzing van een halve zetel de doorslag en wordt $\min_i x_i / (z_i - \frac{1}{2})$ gemaximaliseerd. Adams en Webster zijn ook delermethoden. Adams is equivalent met het gebruik van delers $0, 1, 2, \ldots$, Webster met delers $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \ldots$. Adams werkt sterk in het voordeel van kleine partijen en geeft elke partij minstens één zetel. Dit kan zinvol zijn in een districtenstelsel, maar niet voor de Tweede Kamer. Webster is neutraal ten opzichte van grootte, voor meer details zie [1].

De methode van grootste gemiddelden kan ook geïnterpreteerd worden in termen van relatieve fouten. De relatieve bezetting β_i is kleiner dan 1 precies als partij i minstens één restzetel krijgt. De kleinste relatieve bezetting is ten hoogste 1. Een relatieve bezetting dichter bij 1 betekent een kleinere fout. Gemotiveerd door de definitie van β definiëren we *relatieve fouten* door $(z_i - x_i)/z_i = 1 - \beta_i$. We kunnen dus ook zeggen dat de methode positieve relatieve fouten minimaliseert.

Een belangrijk verschil met de methode van grootste overschotten is dat partijen *meerdere* restzetels kunnen krijgen. Dit voorrecht zal vooral grote partijen te beurt vallen, omdat we naar relatieve fouten kijken. Tabel 4 illustreert de methode voor TK2023. In de kolom $z_i = v_i$ staan de relatieve bezettingen β_i zonder restzetels. De kolommen $z_i = v_i + 1$ en $z_i = v_i + 2$ tonen β_i bij het toekennen van één respectievelijk twee restzetels. De methode wijst de restzetels toe op basis van deze kolommen in volgorde van grootte. Dus de eerste restzetel gaat naar BBB, de tweede naar CDA, de derde naar VVD, enzovoorts.

Deze toewijzing komt overeen met de officiële uitslag. Restzetels komen nu eerder bij grote partijen terecht dan bij de methode met grootste overschotten. De partijen op plekken twee, drie en vier krijgen allemaal een extra restzetel, en de grootste partij PVV krijgt er zelfs twee extra. Anderzijds zijn scores van bijvoorbeeld $0{,}76$ (BVNL/Van Haga) en $2{,}57$ (Volt) niet genoeg voor een restzetel. Bij de Tweede Kamerverkiezingen wordt een kiesdrempel van één zetel gehanteerd. Meestal maakt dit niet uit voor de toewijzing. Dat D66 nagenoeg twee keer zo veel stemmen kreeg als SP verklaart waarom lang spannend bleef wie de laatste restzetel kreeg.

Een voordeel van deze methode is natuurlijk dat de minimale relatieve bezetting dicht bij 1 zit. Alle partijen hebben ten minste ongeveer 95 procent van hun zetels verdiend bij de toewijzing uit Tabel 4. Nadelen zijn er ook:

1. Absolute fouten kunnen groter zijn dan 1.
2. De som van de absolute fouten is groter dan bij de methode van grootste overschotten.
3. De methode is niet symmetrisch. Negatieve relatieve fouten worden niet geminimaliseerd.
4. Grote partijen worden bevoordeeld.

Ook bij de methode van grootste gemiddelden zijn er scores waarbij een restzetel gegarandeerd is. Om dat te bewijzen laten we eerst zien dat fusie van twee partijen nooit leidt tot een kleiner aantal zetels.

Stelling 2. *Beschouw de methode van grootste gemiddelden. Stel dat er z zetels te verdelen zijn, waarvan partijen j en k respectievelijk z_j en z_k zetels krijgen. Als deze twee partijen fuseren bij overigens gelijke uitslag, dan krijgt de fusiepartij ten minste $z_j + z_k$ zetels.*

Bewijs. Bepaal voor elke partij de relatieve bezetting bij toewijzing van z_i zetels, zoals in Voorbeeld 1. Stel dat partijen j en k respectievelijk z_j en z_k zetels krijgen met relatieve bezettingen $\beta_j = x_j/z_j$ en $\beta_k = x_k/z_k$. Neem zonder beperking der algemeenheid aan dat $\beta_j \leq \beta_k$. Partij j krijgt z_j zetels, dus β_j hoort bij de eerste z grootste bezettingen. Als partij j en k fuseren, dan voldoet de relatieve bezetting

		$z_i = v_i$	$z_i = v_i + 1$	$z_i = v_i + 2$			
Partij	x_i	β_i	β_i	β_i	z_i	**Webster**	**Adams**
PVV	35,24	1,01	0,979	0,9524	$35+2$	35	$35-3$
GL/PvdA	23,62	1,03	0,984	0,945	$23+2$	$23+1$	$23-2$
VVD	22,85	1,04	0,9936	0,9522	$22+2$	$22+1$	$22-1$
NSC	19,31	1,02	0,966	0,92	$19+1$	19	$19-1$
D66	9,44	1,05	0,9436	0,86	9	9	9
BBB	6,98	1,16	0,997	0,87	$6+1$	$6+1$	$6+1$
CDA	4,97	1,24	0,9944	0,83	$4+1$	$4+1$	$4+1$
SP	4,72	1,18	0,9438	0,79	$4+1$	$4+1$	$4+1$
DENK	3,55	1,18	0,89	0,71	3	$3+1$	$3+1$
PvdD	3,38	1,13	0,85	0,68	3	3	$3+1$
FvD	3,35	1,12	0,84	0,67	3	3	3
SGP	3,12	1,04	0,78	0,63	3	3	3
CU	3,06	1,02	0,76	0,61	3	3	3
Volt	2,57	1,29	0,86	0,64	2	$2+1$	$2+1$
JA21	1,03	1,03	0,51	0,34	1	1	1
BVNL/Haga	0,76	∞	0,76	0,38	0	$0+1$	$0+1$
50PLUS	0,73	∞	0,73	0,37	0	$0+1$	$0+1$
BIJ1	0,64	∞	0,64	0,32	0	$0+1$	$0+1$
Splinter	0,18	∞	0,18	0,09	0	0	$0+1$
Overig	0,49	∞	0,49	0,25	0	0	$0+7$

Tabel 4 Zeteltoewijzing TK2023 bij methode grootste gemiddelden zonder kiesdrempel. De tien grootste relatieve bezettingen die kleiner zijn dan 1 (rood) geven elk recht op een restzetel. Ter vergelijking in de laatste twee kolommen de toewijzing volgens Webster en Adams.

bij $z_j + z_k$ zetels aan

$$\frac{x_j + x_k}{z_j + z_k} \geq \frac{x_j + x_k\beta_j/\beta_k}{z_j + z_k} = \frac{x_j(1 + z_k/z_j)}{z_j + z_k} = \frac{x_j}{z_j} = \beta_j.$$

De relatieve bezettingen van alle andere partijen blijven gelijk. Na fusie hoort $(x_j + x_k)/(z_j + z_k)$ dus bij de z grootste relatieve bezettingen. De fusiepartij krijgt daarom minstens $z_j + z_k$ zetels. $\square$

Tot 2017 kenden we in Nederland het fenomeen van lijstverbindingen, waarmee politiek verwante partijen hun kansen op een restzetel konden vergroten. De voorgaande stelling laat zien dat zo'n lijstverbinding nooit nadelig kan zijn in het systeem van grootste gemiddelden. Dat gold bijvoorbeeld in de Tweede Kamer. Bij de methode van grootste overschotten kunnen partijen echter ook zetels *verliezen* door lijstverbindingen. Dit treedt met name op als de individuele resten van twee partijen al genoeg zijn om allebei een restzetel te bemachtigen. Een interessante vraag voor de historie is hoeveel zetels er in kleine gemeenten verloren zijn gegaan door lijstverbindingen, en of men zich hiervan bewust was.

We zullen Stelling 2 nu gebruiken om te laten zien bij welke rest een partij zeker is van een restzetel. De volgende stelling geeft een scherpe grens.

Stelling 3. *Beschouw de methode van grootste gemiddelden. Stel dat er z zetels te verdelen zijn. Als* $r_i > 1 - \frac{v_i+1}{z+1}$, *dan krijgt partij i zeker een restzetel.*

Bewijs. We doen dit eerst voor twee partijen. Als $r = 0$ is er niks te bewijzen, dus neem aan dat $r = 1$. Dan geldt $x_1 + x_2 = z$ en $v_1 + v_2 = z - 1$. De restzetel gaat naar partij 1 als

$$\frac{x_1}{v_1 + 1} > \frac{x_2}{v_2 + 1} = \frac{z - x_1}{z - v_1}.$$

Dit is equivalent met $z(x_1 - v_1) > z - x_1$. Aangezien $r_1 = x_1 - v_1$ volgt dat

$$(z+1)r_1 > z - (v_1 + r_1) + r_1 = (z+1) - (v_1 + 1).$$

Delen door $z + 1$ geeft de conclusie in het geval $p = 2$. Stel nu dat er meer dan twee partijen zijn en dat r_i voldoet aan de voorwaarde in de stelling. Wegens Stelling 2 mogen we aannemen dat alle andere partijen fuseren. Hierdoor verandert r_i niet. Als partij i na deze fusie een restzetel krijgt, dan krijgt partij i voor de fusie ook een restzetel. $\square$

In Stelling 3 zien we dat de garantie op een restzetel nu niet alleen meer afhangt van het absolute overschot, maar ook van het aantal volle zetels. Hoe meer volle zetels, hoe eerder de restzetel zeker is.

Voor de methode van grootste gemiddelden is het lastiger om af te leiden wanneer een partij met v volle zetels zeker *geen* restzetel krijgt. Wel is het tamelijk eenvoudig in te zien dat de minimale relatieve bezetting niet kleiner kan zijn dan $z/(z + p - 1)$. Deze grens toont aan dat de kleinste relatieve bezetting dicht bij 1 ligt als er weinig partijen en veel zetels zijn. Maar als er heel veel partijen zijn, dan kan de relatieve bezetting klein worden. Voor

Methode	Grootste overschotten		Grootste gemiddelden
Kiesdrempel?	nee	ja	nee/ja
Grootste absolute fout	0,45	0,76	1,76
Som absolute fouten	5,20	7,13	10,60
Kleinste relatieve bezetting	0,64	0,84	0,94
Grootste relatieve bezetting	1,13	1,04	1,29

Tabel 5 Absolute en relatieve fouten voor verschillende methoden bij TK2023. De best scorende methode is voor elk criterium aangegeven met groen, de slechtste met rood.

de Tweede Kamerverkiezingen van 2023 (zonder kiesdrempel) impliceert de grens dat de score van Volt bij $z = 150$ en $p = 26$ nooit genoeg kan zijn voor een restzetel. Ook volgt dat de PVV zeker niet meer dan 41 zetels kan krijgen.

In Tabel 5 wordt nog even de balans opgemaakt. In deze tabel staan de fouten voor beide methoden, met of zonder kiesdrempel van één zetel. Deze tabel lijkt te pleiten in het voordeel van de methode grootste overschotten. De motieven om toch de methode van grootste gemiddelden te gebruiken zijn vooral politiek van aard. Men wil 'bestuurbaarheid waarborgen' en 'versnippering tegengaan'. Niet verrassend is dat deze argumentatie vooral door grote partijen gebezigd wordt.

Visualisatie bij drie partijen

De verkiezingsuitslag x is een punt in een simplex, waarvan de dimensie gelijk is aan $p-1$. In het geval van drie partijen en z zetels krijgen we de twee-dimensionale simplex

$$\{(x_1,x_2,x_3)\colon 0 \le x_i \le z,\, x_1+x_2+x_3 = z\}.$$

Deze simplex kunnen we mooi visualiseren als een gelijkzijdige driehoek, met dank aan de Stelling van Viviani.

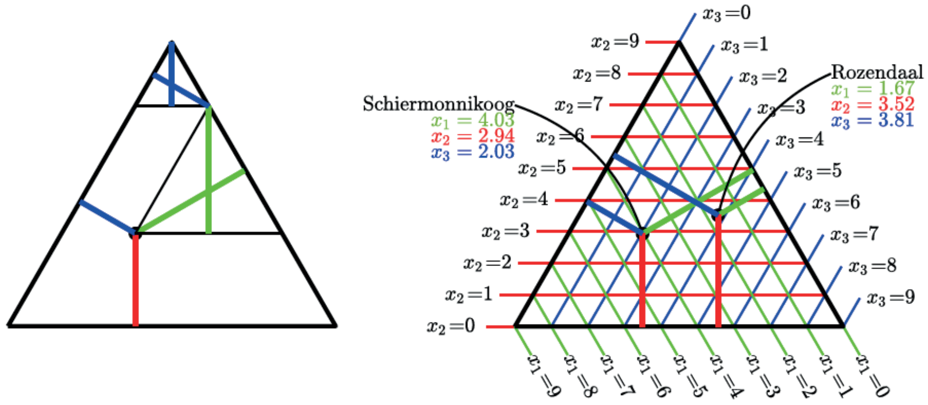
Stelling 4 (Viviani (1622-1703)). *Beschouw een willekeurig punt in een gelijkzijdige driehoek Δ. Noem de afstanden van dit punt tot de zijden x_1, x_2 en x_3. Dan geldt*

$$x_1+x_2+x_3 = z,$$

met z de hoogte van Δ.

Zie het linker plaatje in Figuur 1 voor een visualisatie van een bewijs. De Stelling van Viviani impliceert dat we elk punt in Δ kunnen identificeren met een verkiezingsuitslag. Als coördinaten van elk punt nemen we de loodrechte afstanden tot de zijden. Deze afstanden representeren de behaalde onafgeronde zetelaantallen x_i.

Dat er aan een verkiezing in Nederland slechts drie partijen meedoen lijkt onwaarschijnlijk. Maar bij de gemeenteraadsverkiezingen van 2022 kwam het voor in de gemeenten Schiermonnikoog en Rozendaal. De uitslagen zijn in beeld gebracht in het rechter plaatje van Figuur 1. De vraag is hoe we deze punten afronden op 'roosterpunten', dus punten met geheeltallige coordinaten. Aangezien de raad in deze twee gemeenten slechts 9 zetels telt, worden deze restzetels verdeeld volgens de methode van grootste overschotten. Dit is equivalent met afronding op het dichtstbijzijnde roosterpunt. De oriëntatie van een roosterdriehoek bepaalt hoeveel restzetels er te verdelen zijn. Op Schiermonnikoog was er één restzetel, in Rozendaal twee. De uitslagen en toewijzing staan in Tabel 6 en 7.



Figuur 1 Links: bewijs van de Stelling van Viviani. Rechts: Uitslagen gemeenteraadsverkiezingen 2022 als punten in simplex.

Schiermonnikoog (655 stemmers)	stemmen	x_i	z_i
Ons Belang	293	4,03	4
SAMEN	214	2,94	$2+1$
Schiermonnikoogs Belang	148	2,03	2

Tabel 6 Uitslag gemeenteraadsverkiezingen 2022 Schiermonnikoog, methode van grootste overschotten.

Rozendaal (1.068 stemmers)	stemmen	x_i	z_i
Rosendael '74	198	1,67	$1+1$
Progressief Akkoord Rozendaal	418	3,52	3
BGR (Belangen Gemeenschap Rozendaal)	452	3,81	$3+1$

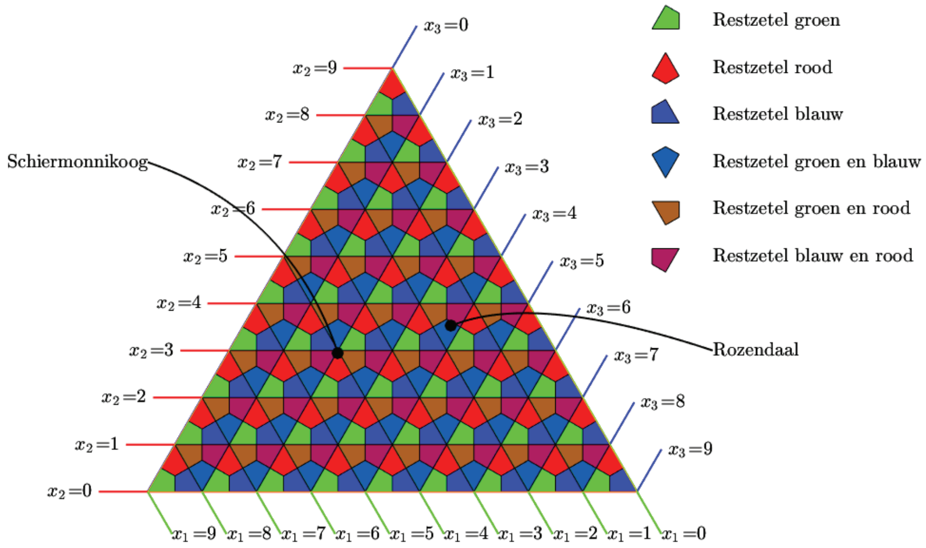
Tabel 7 Uitslag gemeenteraadsverkiezingen 2022 Rozendaal, methode van grootste overschotten.

Schiermonnikoog (655 stemmers)	x_i	$x_i/(v_i+1)$	z_i
Ons Belang	4,03	0,81	4
SAMEN	2,94	0,98	$2+1$
Schiermonnikoogs Belang	2,03	0,68	2

Tabel 8 Gemeenteraadsverkiezingen 2022 Schiermonnikoog, indien methode van grootste gemiddelden was toegepast.

Rozendaal (1.068 stemmers)	x_i	$x_i/(v_i+1)$	z_i
Rosendael '74	1,67	0,83	1
Progressief Akkoord Rozendaal	3,52	0,88	$3+1$
BGR (Belangen Gemeenschap Rozendaal)	3,81	0,95	$3+1$

Tabel 9 Gemeenteraadsverkiezingen 2022 Rozendaal, indien methode van grootste gemiddelden was toegepast.



Figuur 2 Toewijzing van restzetels bij methode grootste overschotten als $z=9$.

Zoals Figuur 1 al suggereert gaan we nu elke partij een kleur geven. Op Schiermonnikoog gaat de restzetel naar de rode partij. In Rozendaal vallen blauw en groen in de prijzen. We kunnen op deze manier *alle* punten in de simplex kleuren, zie Figuur 2.

Bij de methode van grootste gemiddelden blijft de toewijzing op Schiermonnikoog hetzelfde, maar in Rozendaal verandert de zetelverdeling, zie Tabel 8 en 9. We kunnen opnieuw een bijbehorende kleuring van de simplex maken, zie Figuur 3. Er zijn nu negen kleuren nodig omdat partijen twee restzetels kunnen krijgen. Dit komt alleen voor als een partij al erg groot is. Duidelijk is te zien dat de kleuring minder uniform is en dat grote partijen in het voordeel zijn. Bij nul volle zetels garandeert een rest van $0{,}9$ pas een restzetel, terwijl bij acht volle zetels een rest van $0{,}1$ al zekerheid biedt.

Absolute meerderheden en coalities

Een vraag waarover voor, op en na de dag van de verkiezingen uitgebreid gespeculeerd wordt is: “Wie gaat met wie?” Verschillende nieuwsmedia hebben zelfs tools op hun website waarmee mensen kunnen uitzoeken welke coalities een meerderheid halen. Het zou natuurlijk wenselijk zijn als zo’n meerderheidscoalitie ook minstens de helft van de stemmen vertegenwoordigt. En andersom: een coalitie die meer dan de helft van de kiezers achter zich krijgt, zou ook minstens de helft van de zetels moeten krijgen.

We kijken eerst hoe dat zit met ‘coalities’ bestaande uit één partij. Bij de methode van grootste overschotten is meerderheid van stemmen dan equivalent met meerderheid van zetels als z even is. Voor oneven z is meerderheid van stemmen en minderheid van zetels of andersom mogelijk. Bij grootste gemiddelden is de helft van de stemmen altijd genoeg voor de helft van de zetels, maar de helft van de zetels kan ook gehaald worden met (veel) minder dan de helft van de stemmen.

In de Tweede Kamer zijn eigenlijk altijd meerdere partijen nodig om tot een meerderheid te komen. In dit verband noemen we $C \subseteq \{1,\ldots,p\}$ een *coalitie*. De vragen luiden nu als volgt:

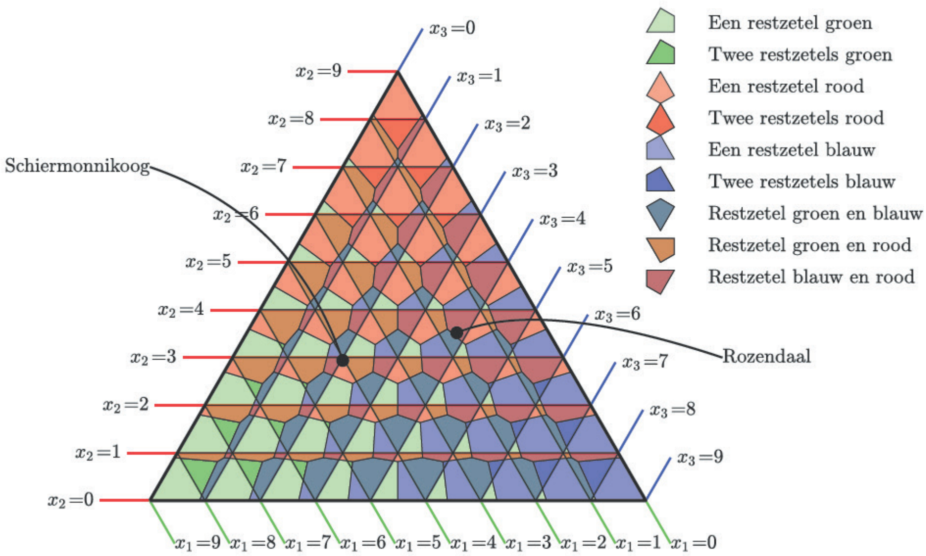
1. Stel dat $\sum_{i\in C} x_i > z/2$, geldt dan ook $\sum_{i\in C} z_i \geq z/2$? Met andere woorden: is meer dan de helft van de stemmen altijd genoeg voor de helft van de zetels?
2. Stel dat $\sum_{i\in C} x_i < z/2$, geldt dan ook $\sum_{i\in C} z_i \leq z/2$? Met andere woorden: is de helft van de stemmen altijd nodig voor meer dan de helft van de zetels?

Voorbeeld 2. Stel $z=150$ en $p=27$. Neem aan dat alle partijen evenveel stemmen krijgen, dus $x_i = 150/27 \approx 5{,}45$ voor alle i. Als de 14 kleinste partijen samen minstens 73 zetels krijgen, dan krijgen de overige 13 partijen elk minstens 6 zetels. Maar $73 + 6 \cdot 13 = 151$, dus dat kan niet. Bij elke toewijzing is er daarom een coalitie C van 14 partijen met $\sum_{i\in C} x_i \approx 77{,}8$ die hoogstens 72 zetels krijgt. De partijen buiten C krijgen minstens 78.

Uit dit voorbeeld blijkt dat de eisen in vraag 1 en 2 te sterk zijn, geen enkele methode kan hieraan voldoen. Het voorbeeld is een beetje onnatuurlijk, we kunnen nog steeds de vraag stellen of dit probleem in de praktijk optreedt. We beschouwen deze vraag voor onze twee methoden.

Grootste overschotten

In de gemeente Renswoude bestaat de gemeenteraad uit 11 raadsleden, en dus geldt de methode van grootste overschotten. Bij de eerstvolgende verkiezingen (in 2026) wordt de gemeenteraad waarschijnlijk met 2 zetels uitgebreid, wegens het passeren van de grens van 6000 inwoners. Tabel 10 toont de uitslag van de verkiezingen van 2022, en de hypothetische uitslag als de bevolking hetzelfde zou stemmen in 2026.



Figuur 3 Toewijzing van restzetels bij methode grootste gemiddelden als $z=9$.

		2022		2026	
Renswoude (2.969 stemmers)	**perc.**	x_i	z_i	x_i	z_i
Dorpsbelang Renswoude	29,6%	3,25	3	3,84	3+1
SGP	25,6%	2,81	2+1	3,32	3
VVD	18,7%	2,06	2	2,434	2+1
CU	15,2%	1,67	1+1	1,97	1+1
CDA	11,0%	1,21	1	1,427	1
Totaal	100%	11	11	13	13

Tabel 10 Gemeenteraadsverkiezingen Renswoude, uitslag 2022 en hypothetische uitslag 2026.

Mogelijke coalities	**perc.**	**zetels 2022**	**zetels 2026**
1. SGP, CU, CDA	51,7%	6 (55%)	6 (46%)
2. Dorpsbelang Renswoude, VVD	48,3%	5 (45%)	7 (54%)

Tabel 11 Gemeenteraadsverkiezingen Renswoude, meerderheidscoalities.

Nu doet zich de opmerkelijke situatie voor dat dezelfde aantallen stemmen leiden tot verschillende meerderheidscoalities. Tabel 11. Het probleem van een meerderheidscoalitie met minder dan de helft van de stemmen zou in de praktijk dus kunnen voorkomen. Het is mij niet gelukt om een historisch voorbeeld hiervan te vinden voor de methode van grootste overschotten.

Grootste gemiddelden

Het nieuwe kabinet dat na de verkiezingen van 2023 is gevormd, bestaande uit PVV, VVD, NSC en BBB, heeft een royale meerderheid in de Tweede Kamer, en verenigde ook ruimschoots meer dan de helft van het electoraat achter zich. Hoe zit dat eigenlijk met de vier kabinetten Rutte die we gehad hebben? Het ontluisterende antwoord is dat drie van deze vier kabinetten door minder dan de helft van de kiezers gesteund werden. Maar alle vier kregen ze een strikte meerderheid in de Tweede Kamer met de methode grootste gemiddelden.

In Tabel 12 is te zien dat de methode van grootste overschotten het hier veel beter doet. Dat is niet toevallig. Coalities worden meestal gevormd door de grootste partijen, en dat zijn precies de partijen die bij de methode van grootste gemiddelden de restzetels binnenhalen. Bij de methode van grootste overschotten zijn de absolute fouten kleiner én komen de restzetels eerder bij kleinere partijen terecht. Ook bij die methode zouden er partijencombinaties kunnen zijn waar dit probleem speelt. Maar dat zijn dan meer toevallige combinaties die waarschijnlijk geen kabinet gaan vormen.

Kortom, bij de methode grootste overschotten lijkt dit een uitzonderlijk probleem. Bij de methode grootste gemiddelden is het een systematisch probleem en inherent aan de methode. De eerlijkheid gebiedt wel te zeggen dat het bij de kabinetten voor Rutte niet vaak voorkwam. Het laatste geval voor Rutte was het eerste kabinet Van Agt in 1977. Het zou dus ook aan Rutte kunnen liggen.

			Gemiddelden	Overschotten
Coalitie	**Partijen**	**perc.**	**zetels**	**zetels**
Rutte IV (2021)	VVD, D66, CDA, CU	49,8	78 (52,0%)	75 (50%)
Rutte III (2017)	VVD, D66, CDA, CU	49,3	76 (50,7%)	74 (49,3%)
Rutte II (2012)	VVD, PvdA	51,4	79 (52,7%)	77 (51,3%)
Rutte I (2010)	VVD, CDA, PVV (gedoog)	49,6	76 (50,7%)	74 (49,3%)

Tabel 12 Electorale steun kabinetten Rutte.

Restzetelparadoxen

We zullen nu twee andere zeer natuurlijke eisen aan kiessystemen bespreken, waar de methode van grootste overschotten niet aan voldoet. Deze eisen zijn zo voor de hand liggend dat we in dit verband spreken van paradoxen.

De populatieparadox

De eerste paradox is de populatieparadox. Stel dat de verhouding in stemmen tussen twee partijen i en j verandert in het voordeel van partij i, dus x_i/x_j wordt groter. Dan zou het vreemd zijn als partij i een zetel verliest terwijl partij j een zetel wint. Toch is dit mogelijk bij de methode van grootste overschotten. Een fictief voorbeeld is gegeven in Tabel 13. In 2026 is de opkomst een stuk lager. SAMEN weet hetzelfde aantal kiezers vast te houden, de andere twee partijen verliezen. In het bijzonder verandert de verhouding tussen het kiezersaantal van SAMEN en van Schiermonnikoogs Belang in het voordeel van SAMEN. Toch verliest SAMEN een zetel, terwijl Schiermonnikoogs Belang er één wint.

	2022			2026		
Schiermonnikoog	**stemmen**	x_i	z_i	**stemmen**	x_i	z_i
Ons Belang	241	3,31	3	172	2,67	3
SAMEN	171	2,35	3	171	2,66	2
Schiermonnikoogs Belang	243	3,34	3	236	3,67	4
Totaal	655	9	9	579	9	9

Tabel 13 Fictief voorbeeld van de populatieparadox.

		$z=3$		$z=4$	
partij	**stemmen**	x_i	z_i	x_i	z_i
Mijn Belang	3	9/22	0+1	12/22	0
Ons Belang	9	1+5/22	1	1+14/22	1+1
Uw Belang	10	1+8/22	1	1+18/22	1+1
Totaal	22	3	3	4	4

Tabel 14 Fictief voorbeeld van de Alabama-paradox.

De Alabama-paradox
Neem aan dat we bij exact dezelfde aantallen stemmen meer zetels te verdelen hebben. Het lijkt onwaarschijnlijk dat een partij dan in zetelaantal achteruit kan gaan. Toch is deze paradoxale situatie mogelijk bij de methode van grootste overschotten.

In Tabel 14 wordt een minimaal voorbeeld gegeven in een denkbeeldige kleine gemeente waar drie of vier zetels te verdelen zijn over drie partijen. De stemmenaantallen blijven gelijk, er is een extra zetel beschikbaar, maar toch verliest Mijn Belang een zetel.

Ook in situaties met meer partijen en meer zetels treedt de Alabama-paradox op. Figuur 4 toont hoe de zetelverdeling in de Tweede Kamer eruit zou zien bij verschillende groottes van de Kamer. In alle gevallen is de verdeling gebaseerd op de uitslag TK2023 met toepassing van de methode van grootste overschotten (dus niet de methode die daadwerkelijk in gebruik is). In het linker plaatje staan alle partijen die in aanmerking zouden komen voor één of meer zetels. De Alabama-paradox lijkt vooral op te treden bij kleinere partijen. Daarom is in het rechter plaatje een selectie van vier partijen gemaakt om het effect duidelijker te tonen.

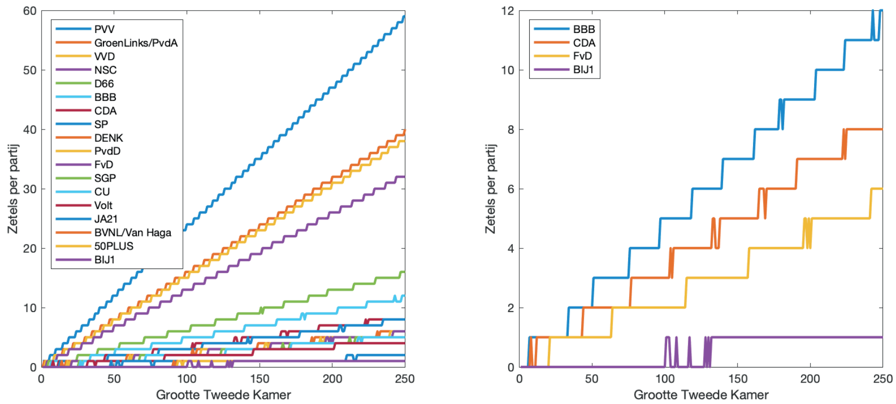
De populatieparadox en de Alabama-paradox worden veroorzaakt door het onregelmatige gedrag van absolute overschotten. Bij de methode van grootste gemiddelden komen deze paradoxen niet voor. Er zijn dus kiessystemen die deze paradoxen vermijden, maar de prijs die daarvoor betaald moet worden is dat absolute fouten groter dan 1 dan geaccepteerd moeten worden. Dit staat bekend als de Stelling van Balinski en Young [1].

Uit de politieke historie
De geschiedenis van totstandkoming van de huidige Kieswet en politieke beraadslaging geeft een dieper inzicht in de thematiek. De daarbij gevoerde debatten zijn soms vermakelijk en geven een goed beeld van de argumenten voor en tegen bepaalde keuzes. Daarom volgt hier een selectie uit politieke verslagen. Het stelsel van evenredige vertegenwoordiging is ingevoerd bij de Grondwetsherziening van 1917. Het regeringsvoorstel was hierbij de methode-D'Hondt (grootste gemiddelden) te gebruiken. In de Handelingen der Staten Generaal (dossier 226, 10-11, art. 8, zie [4]) lezen we:

> "Verscheidene leden (...) meenden, dat dit stelsel eene onbillijke bevoorrechting van de groote partijen met zich brengt (...)"

In zijn beantwoording schrijft de minister:

> "De Regeering is met de Staatscommissie van oordeel dat het stelsel D'Hondt theoretisch als het meest juiste moet worden aangemerkt. (...) Het is inderdaad juist dat het stelsel-D'Hondt een voorsprong kan geven aan de groote partijen. Daarbij komt dat dat stelsel niet zoo bevattelijk is dat het zonder nauwkeurige overweging zelfs voor ontwikkelde kiezers gemakkelijk te begrijpen is. De ondergeteekende meent daarom aan de bestrijders van het stelsel D'Hondt te gemoet te mogen komen, (...) geeft hij de voorkeur aan het beproefde stelsel der grootste overschotten, hetwelk het ook in eenvoudigheid en bevattelijkheid van het andere wint. De artikelen 98b, 98c en 98e der Kieswet zijn dienovereenkomstig gewijzigd."



Figuur 4 Zetelverdeling in de Tweede Kamer volgens de methode grootste overschotten bij verschillende kamergroottes.

Aanvankelijk werd dus het stelsel van grootste overschotten gebruikt. Maar in een wetsontwerp uit 1925 lezen we al:

> "Voor het toekennen van de overblijvende plaatsen komen (...) niet in aanmerking lijsten, die na toekenning eener plaats een gemiddeld aantal stemmen van minder dan 75 pct. van den kiesdeeler per toegekende plaats zouden aanwijzen."

Hier zien we een eerste verschuiving in de richting van een op gemiddelden gebaseerd stelsel. In 1933 werd een wetvoorstel besproken waarin gesteld werd:

> "Voor de toekenning van den eersten zetel is de volle 100 pct. van den kiesdeeler vereischt, voor den tweeden 80 pct., voor den derden 70 pct., voor den vierden 60 pct., en zoo vervolgens tot en met den negenden zetel, waarvoor nog slechts 10 pct. benoodigd is."

Dit lijkt nog meer op de methode van grootste gemiddelden. De minister was van oordeel dat:

> "(...) de onderhavige wijziging enkel en alleen strekt om het stelsel van evenredige vertegenwoordiging nog zuiverder dan tot dusver het geval is tot zijn recht te doen komen."

In de Kamer werd dit gezichtspunt van de minister zeker niet unaniem gedeeld. Vooral de kleinere partijen betoogden dat de wetswijziging in het nadeel van kleine partijen zou werken. Niettemin was in 1951 het systeem van grootste gemiddelden in zijn volle omvang van kracht.

We maken nu een grote sprong in de tijd, naar 1988/1989. Toen stond de Kieswet opnieuw op de agenda van de Tweede Kamer (Handelingen, dossier 20264). Voor een beter begrip van de situatie bekijken we de samenstelling van de Kamer. Er waren maar liefst twee partijen met meer dan 50 zetels: het CDA (54) en de PvdA (52). Beide partijen kregen bij de verkiezingen in 1986 drie restzetels. De derde partij in de Kamer was de VVD (27 zetels, waarvan 1 restzetel), gevolgd door D66 met 9 zetels (geen restzetels). Verder waren er nog vijf kleine partijen die bij elkaar acht zetels bezetten. Relevant is ook dat de kleine partijen in 1986 bij de verkiezingen harde klappen kregen: de PSP verloor twee zetels, de RPF één, en CPN, EVP en Centrumpartij verdwenen uit de Kamer.

Bij de behandeling van de Kieswet pleitte D66 ervoor om het systeem van grootste gemiddelden te vervangen door een systeem dat de grote partijen niet zou bevoordelen en de kiezersvoorkeuren beter zou weerspiegelen. Tegen de methode van grootste overschotten had D66 echter ook bezwaren wegens paradoxen. D66 verzocht de minister om een reactie op het systeem Webster.

Het systeem Webster lijkt qua principe op het systeem van grootste gemiddelden. Maar bij Webster zijn resten van een halve zetel ook voor kleinere partijen vaak genoeg voor een restzetel. De resulterende toewijzing ligt daardoor vaak dicht bij de methode van grootste overschotten, en ook dicht bij 'gewone' afronding. Voor TK2023 zou bijvoorbeeld de toewijzing met Webster identiek zijn aan de toewijzing op basis van grootste overschotten. Ook afronding op dichtstbijzijnde gehelen levert in dit voorbeeld dezelfde uitkomst, zie de eerder gegeven tabellen.

We pakken de draad op bij de Memorie van Antwoord van 14 oktober 1988, ondertekend door de Staatssecretaris van Binnenlandse Zaken, D. L. W. de Graaff-Nauta.

> "De leden van de fractie van D66 stonden voorts nader stil bij het restzetelverdelingssysteem van de grootste overschotten. Zij stelden dat (...) hierbij de zgn. Alabama-paradox kan optreden. (...) Hoewel de paradox zich in de praktijk slechts zelden zal voordoen, doet de mogelijkheid daarvan toch afbreuk aan het vertrouwen in de methode van de grootste overschotten, aldus de leden van de fractie van D66. (...) Ik ben evenwel de mening toegedaan dat dit bezwaar meer theoretische dan praktische betekenis toekomt. (...) Bij mijn weten heeft de Alabama-paradox zich in ons land echter nog nooit in werkelijkheid, derhalve bij twee opeenvolgende raadsverkiezingen, voorgedaan.
>
> De leden van de fractie van D66 merkten voorts op dat er een methode bestaat die (...) door de neutraliteit ten opzichte van partijgrootte een betere uitwerking van het beginsel van evenredige vertegenwoordiging garandeert (...) — de methode van Webster — (...)
>
> De Kiesraad erkent dat dit systeem een nauwkeuriger uitwerking vormt van het beginsel van evenredige vertegenwoordiging dan de beide zetelverdelingssystemen die de huidige Kieswet kent. De Raad merkt op dat een aantal (...) bezwaren niet of in mindere mate geldt voor de methode-Webster. Niettemin meent de Raad in meerderheid het systeem te moeten afwijzen.
>
> (...) In dit verband hecht ik met name waarde aan de navolgende omstandigheden:
>
> – de huidige (rest)zetelverdelingssystemen voldoen in hoge mate aan de grondwettelijk voorgeschreven evenredigheid;
> – de huidige systemen, die in 1933 op goede en alleszins aanvaardbare gronden zijn ingevoerd, hebben in de praktijk geen aanleiding gegeven tot problemen en
> – de methode-Webster geeft qua uitkomsten slechts zeer geringe verschillen te zien ten opzichte van de huidige systemen.
>
> Voor de huidige regeling is door de wetgever in 1933 gekozen, wetende dat het systeem van de grootste gemiddelden in het voordeel zou werken van de grote partijen. Ik acht het niet wenselijk thans aan de destijds bewust gekozen regeling te gaan sleutelen."

Het verbaast niet dat deze beantwoording voor D66 niet afdoende was. Bij de openbare behandeling op 11 april 1989 werd namens D66 het woord gevoerd door Jacob Kohnstamm:

> "De Kiesraad merkt op dat 'een aantal (...) bezwaren niet of in mindere mate geldt voor de methode- Webster.' Merkwaardig genoeg volgt op deze passage geen enkel woord over de eventuele bezwaren die dan nog zouden resteren, maar in plaats daarvan de mededeling dat niettemin een meerderheid van de Kiesraad het systeem-Webster afwijst. (...) mij is na zeer zorgvuldige lezing en herlezing van de stukken in redelijkheid niet duidelijk waarop het verzet van het kabinet tegen invoering van het systeem-Webster berust. Ik noem een aantal punten en vragen [*waarvan er hier twee volgen, HD*].
>
> 2. Ook al is het bestaande systeem niet in strijd met de evenredigheid zoals neergelegd in de Grondwet, dat kan toch geen argument zijn om een erkend beter systeem dat evenmin in strijd is met de Grondwet, af te wijzen.
> 5. Een structurele bevoordeling van partijen naar grootte is niet te rijmen met het stelsel van evenredige vertegenwoordiging, zeker niet als er een volstrekt neutraal systeem voorhanden is."

Kohnstamm kreeg bijval van alle andere partijen, met uitzondering van de twee grootste, CDA en PvdA. De PvdA voerde een pleidooi voor invoeren van het stelsel van grootste gemiddelden bij alle verkiezingen. De argumentatie draaide vooral om de begrippen uniformiteit, transparantheid en bestuurbaarheid. De kleinere partijen reageerden daarop met wantrouwen en enig sarcasme, getuige de volgende citaten:

> Gert Schutte (GPV): "Het belangrijkste argument voor dit voorstel is de grotere eenheid en duidelijkheid van regelgeving. (...) De eigenlijke argumentatie heeft echter meer te maken met behartiging van eigenbelang."
>
> Peter Lankhorst (PPR): "Een argument is dat een en ander efficiënter zou zijn. Met één partij is het natuurlijk nog efficiënter besturen."

Bij de stemmingen na deze beraadslaging bleef de methode van grootste gemiddelden voor toewijzing van restzetels gehandhaafd, met steun van CDA en PvdA. Er was geen meerderheid voor de voorstellen van de PvdA om dit ook in te voeren bij kleine gemeenten.

Conclusies

Er blijken verschillende standpunten te zijn over de beste manier om restzetels te verdelen. Het ideale systeem bestaat helaas niet. Representativiteit is het principiële uitgangspunt, maar in welke mate andere overwegingen mogen meespelen is voor discussie vatbaar. In deze conclusies deel ik mijn eigen standpunt. Ik heb geprobeerd alle argumenten eerlijk te wegen, maar de lezer zij gewaarschuwd dat ik niet onpartijdig ben.

Er is brede consensus dat de methode van grootste overschotten (en ook de methode-Webster) een betere afspiegeling geeft van de kiezersvoorkeuren dan de methode van grootste gemiddelden. Als we alle besproken aspecten op een rijtje zetten, dan krijgen we (de kiesdrempel buiten beschouwing latend) het overzicht dat getoond wordt in Tabel 15.

	Eigenschap	Grootste overschotten	Grootste gemiddelden (Tweede Kamer)
1	$\|x_i - z_i\| < 1$	ja	nee
2	neutraal t.o.v. grootte	ja	nee
3	$x_i > \frac{z}{2} \Longrightarrow z_i \geq \frac{z}{2}$	ja (z even) nee (z oneven)	ja
4	$x_i < \frac{z}{2} \Longrightarrow z_i \leq \frac{z}{2}$	ja (z even) nee (z oneven)	nee
5	$\sum_{i \in C} x_i < \frac{z}{2}, \sum_{i \in C} z_i \geq \frac{z}{2}$	incidenteel	structureel
6	Alabama-paradox	ja	nee
7	Populatieparadox	ja	nee

Tabel 15 Vergelijking methodes van de grootste overschotten en van de grootste gemiddelden.

De eerste twee eigenschappen raken direct aan representativiteit. Dat een partij meerdere restzetels kan krijgen is moeilijk uit te leggen. Waarom zou bijvoorbeeld een toewijzing van 37 zetels aan de PVV bij TK2023 meer recht doen aan de uitslag dan 36 of 35? De gedachte achter de methode van grootste gemiddelden is dat een fout van bijna twee zetels hier niet erg is, omdat de PVV toch al groot is. Maar elke verkeerd toegewezen zetel correspondeert met hetzelfde aantal bedrogen kiezers. Zelfs als relatieve fouten leidend zouden zijn, waarom staat de methode dan niet toe dat grote partijen minder zetels krijgen dan verdiend? De methode van grootste gemiddelden bevoordeelt grote partijen en doet daarmee het principe van representativiteit geweld aan. Om deze reden is dit systeem in de Verenigde Staten al in 1842 afgedankt. Deze methode komt eigenlijk alleen in aanmerking als het expliciet de bedoeling is grote partijen te bevoordelen.

De derde en vierde eigenschap zijn van minder praktisch belang. De Tweede Kamer heeft een even aantal zetels. Bij de methode van grootste overschotten is het dus onmogelijk dat een partij meer dan de helft van de zetels haalt met minder dan de helft van de stemmen. Bij de methode van grootste gemiddelden kan dit probleem wel optreden. Hiervan zijn geen historische voorbeelden, er is nog nooit een partij echt in de buurt gekomen van de helft van de stemmen.

De vijfde eigenschap is wel echt problematisch. Het komt geregeld voor dat meerderheidscoalities minder dan de helft van de kiezers achter zich verenigen, en dus geen democratische legitimatie hebben. Het systeem van grootste gemiddelden werkt dit in de hand. In het systeem van grootste overschotten is dit verschijnsel erg onwaarschijnlijk, hoewel niet helemaal uitgesloten.

De populatieparadox en de Alabama-paradox waren in de Verenigde Staten reden om de methode grootste overschotten af te schaffen. In het Amerikaanse systeem vindt herverdeling van zetels over de verschillende staten plaats na volkstelling. Bovendien was de grootte van het Huis van Afgevaardigden in de eerste helft van de negentiende eeuw variabel. Dit maakt de paradoxen in de Verenigde Staten relevant. De betekenis in de Nederlandse praktijk is echter zeer beperkt. Er zijn geen historische voorbeelden bekend. De Alabama-paradox kan niet optreden in de Tweede Kamer, omdat de grootte vast is. De populatieparadox kan pas ontstaan als twee verschillende verkiezingen met elkaar vergeleken worden. Dan nog is daadwerkelijk optreden uiterst onwaarschijnlijk, omdat typisch de verschuivingen van *alle* partijen klein moeten zijn. Dat is vaak wel zo bij Amerikaanse volkstellingen, maar niet bij Nederlandse verkiezingen.

Dan resten nog overwegingen die minder met representativiteit te maken hebben. Het is natuurlijk waar dat het bevoordelen van grote partijen meer mogelijkheden zou kunnen geven om coalities te vormen. Maar of dat ook betere bestuurbaarheid betekent is discutabel, alleen al omdat bestuurbaarheid zo'n vaag begrip is. Bij TK2023 zouden vijf zetels anders toegewezen worden door de methode van grootste overschotten. Hierdoor wordt het uitgangspunt van representativiteit een stuk beter recht gedaan, maar er is weinig reden om te beweren dat dit leidt tot slechtere bestuurbaarheid.

Versnippering is een duidelijker criterium. De toewijzing volgens grootste overschotten zou in 2023 geleid hebben tot drie extra partijen in de Tweede Kamer, als er geen kiesdrempel gehanteerd wordt. In het huidige systeem is er echter wel sprake van een kiesdrempel van één zetel. Alleen partijen die op eigen kracht de eerste volle zetel halen komen in de Kamer. Bij het systeem van grootste overschotten met dezelfde kiesdrempel zouden precies dezelfde partijen in de Kamer komen. De versnippering wordt in ons stelsel dus tegengegaan door de kiesdrempel, niet door het restzetelsysteem.

Concluderend vormen de paradoxen het enige nadeel van de methode grootste overschotten. In de Nederlandse context is dit bezwaar echter nauwelijks van enig gewicht. Het redelijke paradoxvrije alternatief voor de methode grootste overschotten is de methode van Webster. Deze methode kan echter leiden tot absolute fouten groter dan één zetel. Conclusie: grootste overschotten zo snel mogelijk invoeren, zo mogelijk al bij de Tweede Kamerverkiezingen van 2024.

Referenties

1 M. L. Balinsky en H. P. Young, *Fair Representation: Meeting the Ideal of One Man, One Vote*, Brookings Institution Press, 2001.
2 Kiesraad, Proces-verbaal van de uitslag van de verkiezing van de Tweede Kamer 2023 d.d. 4 december 2023, www.kiesraad.nl.
3 Ministerie van Binnenlandse Zaken en Koninkrijksrelaties, Kieswet, https://wetten.overheid.nl/BWBR0004627/2023-06-20.
4 Staten-Generaal digitaal, https://repository.overheid.nl.