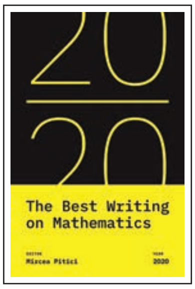
Boekbesprekingen

| Book Reviews



Mircea Pitici (ed.)

The Best Writing on Mathematics 2020

Princeton University Press, 2020
xiv + 228 p., prijs $ 24.95
ISBN 9780691207568

De auteur/editor van dit boek geeft weer wat in zijn ogen de beste beschouwende bijdragen zijn omtrent de wiskunde in al zijn aspecten in het algemeen: theoretisch, toegepast, in de praktijk van alledag, en wat dies meer zij.

Het gaat hier om publicaties die in 2019 zijn verschenen, met daarbij enkele uit 2018 ook nog beschouwd. De auteur noemt, voorzien van naam, toenaam en locatiegegevens, de volgende items: 31 boeken, 28 bijdragen in dagbladen, 229 artikelen. Hij heeft zijn best gedaan om al deze dingen onafhankelijk van elkaar te memoreren. Het doel is voorts om 20 (nog niet eerder beschouwde) bijdragen 'verbatim' voor het voetlicht te brengen. Daarbij valt het op, dat zijn keuzes vooral op aspecten 'over' de wiskunde en over de curricula vitae van de 23 betreffende auteurs betrekking hebben.

Ik vermeld nu die 20 bijdragen, met hier en daar (zeer) kort commentaar van mijn kant en/of trefwoorden, alsmede de locaties waar dit alles te vinden is. [Gebruikte afkortingen: *SA* = *Scientific American*; *MH* = *Mathematics Horizons*; *QM* = *Quanta Magazine*; *MM* = *Mathematics Magazine*; *MI* = *The Mathematical Intelligencer*]

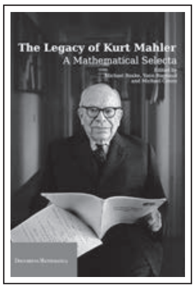
(1) S. Strogatz, 'Outsmarting a virus with math' (*SA* 320), statistiek, covid-19. (2) P.J. Dening en T.G. Lewis, 'Uncertainty' (*Communications ACM* 62), statistiek. (3) B.M. Boghosian, 'The incapable casino' (*SA* 321), casino-gokken, gezondheid. (4) S. Wagon, 'Reserving the full economy singularity' (*MH* 76, 2018), economische puzzels, benzinegebruik, harmonisch gemiddelde. (5) J. Versdal, 'The median votes theorem: Why politicians move to the center' (*Medium*, 11 oktober), statistiek, stemstrategieën. (6) J. Baez, 'The math that takes Newton into the quantum world' (*Nautilus*, 28 februari). Prachtig persoonlijk verhaal over hoe hij vanaf zijn achtste levensjaar als het ware de wiskunde ingezogen werd, via zijn ouders, oom Albert en diens dochter, de folkzangeres Joan Baez. Hij wilde 'alles weten' en 'onderzoeken'. Tevens mooie 3-dimensionele plaatjes in kleur in dit artikel. (7) E. Klarreich, 'Decades old computer science conjecture solved in two pages' (*QM*, 25 juli), Boole'se functies, beschrijving van input-bits, beschreven oplossing van Hao Huang (Emory University) wordt hier verduidelijkt en uitgelegd. (8) R. Montgomery, 'The three body problem' (*SA* 321), oorsprong, doorwerking en toekomst van dit probleem. (9) C. King, 'The intrigues and delights of Kleinian limit sets' (*MI* 41), plaatjes in kleur betreffende chaos, fractals, dynamische systemen, Mandelbrot sets. (10) J. Henle, 'Mathematical treasures from Sid Sackson' (*MI* 41), verhaal over Sid Sackson (1920–2002), een professionele spelletjesuitvinder en de daarbij optredende wiskunde-spel-problemen. (11) D. Linkletter, 'The amazing math inside the Rubik's cube'. Korte beschrijving van de ins en outs van de draaiingen van de kubus van Rubrik. Eerdere en uitgebreidere beschrijvingen zijn gegeven door René Schoof, Jan van de Craats en David Singmaster. Zie vooral ook het boek *Cubed, het verhaal van Ernö Rubik, de uitvinder van de kubus* (Thomas Rap, 2020).

Redactie: Hans Cuypers en Hans Sterk

Review Editors NAW - MF 5.092
Faculteit Wiskunde & Informatica
Technische Universiteit Eindhoven
Postbus 513
5600 MB Eindhoven

reviews@nieuwarchief.nl
www.win.tue.nl/wgreview

(12) C. Adams, ‘What is a hyperbolic 3-manifold?’ (*Notices AMS* 65), verhaal over dit onderwerp, met technische uitwerkingen en plaatjes. (13) B. Odehnal, ‘Higher dimensional geometries: What are they good for?’ (*Proceedings of the 18th International Conference on Geometry and Graphics*, L. Concharella, pp. 94–105), cirkels, lijnen, bollen, modellen, euclidische bewegingen, Veronese variëteiten, Segre-producten, Clifford- en exterieure algebra’s. (14) J. Propp, ‘Who mourns the tenth Heegner number?’ (*MH* 27). In de algebraische getaltheorie bestaat er een bepaald probleem waarbij de negen getallen 1, 2, 3, 7, 11, 19, 43, 67 en 163 een rol speelden, sinds Gauss’ onderzoek. In 1934 toonden Heilbronn en Linfoot aan, dat er hoogstens nog één getal kon bestaan als mogelijke oplossing voor dit probleem. In 1952 bewees Kurt Heegner, een amateurwiskundige, dat er geen tiende mogelijkheid bestond. Jarenlang dacht men dat Heegners argumentatie gebreken vertoonde, maar Harold Stark gaf in 1969 een waterdicht bewijs, daarbij opmerkende dat Heegners bewijs in beginsel correct was met in- en aanvulling van enkele details. In Propps artikel wordt betoogd, dat teruggraven naar oude wiskundeartikelen zijn nut heeft om de ontwikkelingen te begrijpen gedurende de als dan verstreken tijd. (15) P. Horner, ‘Your mark, get set, multiply’ (*QM*, 23 september), over het vermenigvuldigen van getallen en over hoe langzaam of hoe snel dat kan gaan. (16) B. Orlin 1994, ‘The year calculus was born’ (excerpt uit diens boek *Change is the Only Constant*), verhaaltje over integralen en hoe die te bepalen. (17) D. Teets, ‘Gauss’s conjecture of the Easter dates’ (*MM* 92). Hij/zij die zich nooit heeft afgevraagd over het hoe en wat, dient kennis te nemen van dit artikel; goede technische uitwerkingen met verwijzingen. (18) P. Thagard, ‘Mathematical knowledge and reality’ (excerpt uit diens boek *Natural Philosophy from Social Brains to Knowledge*, *Reality*, *Morality*, *and Beauty*), wiskundekennis vanuit een filosofisch standpunt bezien, met de invloed daarvan op het dagelijks leven. (19) M. Colyvan, ‘The ins and outs of mathematical explanation’ (*MI* 18, 2018), wat betekent ‘wiskundige uitleg’ of het ‘begrip van wiskunde’? (20) G. J. Hahn, N. Doganaskoy en W. Q. Mecker, ‘Statistical intervals, not statistical significance’ (*Significance* 16), nadere en omstreden beschouwingen over deze begrippen. *Robert van der Waall*



Michael Baake, Yann Bugeaud and Michael Coons (eds.)

The Legacy of Kurt Mahler
A Mathematical Selecta

Documenta Mathematica, 2020
679 p., prijs € 25,00
ISBN 9783000665646

Kurt Mahler was a German mathematician who worked in the fields of transcendental number theory, diophantine approximation, p-adic analysis, and the geometry of numbers. He was born in 1903 in Krefeld, Germany. He studied in Göttingen under Carl Ludwig Siegel, but with the change of power he realised he would need to leave Germany. After a stint in Groningen he started at the University of Manchester, where he was to remain for twenty-five years. The final thirteen years of his life Mahler was active in Australia and there he was responsible for a drastic raise of the level of number theory, also through guiding many young mathematicians. In some sense Alf van der Poorten took over the torch from him, also in being a mentor and supporter of young Australian mathematicians. Alf made a start with trying to bring out the *Collected Works of Mahler*. Mahler, in his last letter to Alf wrote: “When my old papers first appeared, they produced little interest in the mathematical world, and it was only in recent times that they have been rediscovered and found useful. So a collection of all my papers may repair this position!” A reason for the long gestation of Mahler’s work to become appreciated is perhaps that he was unmoved by mathematical fashion and always followed his own path.

The editors of the present work (also published online as *Documenta Mathematica*, Extra Vol., Mahler Selecta (2019) at eLibM (electronic Library of Mathematics): https://www.elibm.org/issue?q=se:2204+in:443301), finished the project begun by Alf. In 2012 the *Kurt Mahler Archive* was started. It is hosted by the Centre for Computer-Assisted Research Mathematics and its Applications (CARMA) and is located at the University of Newcastle in Australia. It contains (in PDF format) every mathematical article published by Mahler, as well as a host of links to biographies and other information. It can be found using the following URL: https://carma.newcastle.edu.au/resources/mahler.

The first nine chapters (Part I, in total 190 pages) cover various areas that Mahler worked on and give a glimpse of Mahler’s main results and methods and discuss also their further impact. Part II contains several of Mahler’s original highly influential publications (although some of the longer papers had to be omitted due to page constraints). Most of these papers are in German. Mahler’s published papers and books are always written with great clarity and precision and I will restrict myself here to a further discussion of part I.

Chapter 1 discusses Mahler’s work on the geometry of numbers. In this area a typical problem asks whether a particular n-dimensional body contains a non-zero point from a given lattice. Mahler focused mainly on star bodies. Given a reasonable distance function F a star body is defined by $\{x \in \mathbb{R}^n : F(x) \leq 1\}$. A result here became known as Mahler’s compactness theorem and found also application outside the geometry of numbers.

Chapter 2 discusses Mahler’s measure for polynomials in several variables. Mahler’s work on these measures and that on additive relations in fields, have unexpectedly played important roles in the study of algebraic dynamical systems and is delineated in Chapter 3. Rather than discuss all of this in more detail, I will recall the easier notion of Mahler’s measure for a polynomial $p(z)$ in one variable (already introduced before Mahler). Let $p(z) = a(z-\alpha_1)(z-\alpha_2)\cdots(z-\alpha_n)$ be the factorization of $p(z)$ over the complex numbers. The Mahler measure $M(p)$ is defined as $M(p) = |a| \prod_{|\alpha_i| \geq 1} |\alpha_i|$. The smallest known Mahler measure (greater than 1) is for Lehmer’s polynomial $P(x) = x^{10} + x^9 - x^7 - x^6 - x^5 - x^4 - x^3 + x + 1$ and has Mahler measure $1.176280818\ldots$. It is a famous open problem whether or not this Mahler measure is indeed the minimal one.

Chapter 4 concerns Mahler’s classification of complex numbers. Let z be a real or complex number. (This reminds the reviewer of a discussion he had many years ago with Alf on how to name a number that is complex, but not real. Obviously, ‘a really complex number’ is confusing. Alf suggested ‘dinkum complex’, the word dinkum being informal Australian for ‘really, truly, honestly’.) For positive integers M and N, we define $\omega_N(M, z) = \min |\sum_{k=0}^{M} a_k z^k|$, where the minimum is taken over all nonzero sums with integers $|a_k| \leq N$. Then we define $\omega_M(z) = \limsup_{N\to\infty} \log(1/\omega_N(M,z))/\log N$ and $\omega(z) = \limsup_{M\to\infty} \omega_M(z)/M$. In 1932, Mahler classified the complex numbers into several subclasses. Namely, a number z is an A-number if $\omega(z)=0$; it is an S-number if $0<\omega(z)<\infty$. If $\omega(z)$ is infinite, then z is a T-number if all the $\omega_M(z)$ are finite, and a U-number otherwise. A few years later he proposed a similar classification of p-adic numbers. It is believed that values taken by 'classical functions' at (reasonable) nonzero algebraic numbers, are S-numbers if they are transcendental. A result of Popken implies, for example, that e is an S-number (apparently the notation S-number was chosen to honor Siegel). Indeed, the exponential function is quite a classical function and 1 is an algebraic number. In 1939, a related classification was introduced by Koksma. Mahler's aim was to prove algebraic independence of numbers such as e and π of Liouville numbers. A real number u is called a Liouville number, if for any positive real number w, there exists a rational number x/y such that $0<|u-x/y|<y^{-w}$. Mahler showed that two algebraically dependent numbers belong to the same class. He also showed that the set of A-numbers is the set of algebraic numbers. Mahler's results allow for the conclusion that e and any Liouville number are algebraically independent. Mahler conjectured that $\omega_M(z)=M$, respectively $\omega_M(z)=(M-1)/2$ for almost all real (respectively complex) numbers z and for all integers M. After partial results by several authors, this conjecture was finally confirmed by Sprindžuk in 1965. The latter introduced a third classification of the complex numbers. Using ideas from the theory of dynamical systems (flows on homogeneous spaces) Kleinbock and Margulis in 1998 improved on Sprindžuk's result.

Mahler's method (so named by Alf) is discussed in Chapter 5. In 1926/27 Mahler was really sick and laid up in bed and started to think about the function $f(z)=\sum_{n=0}^{\infty} z^{2^n}$. He was trying to prove that it is irrational, when evaluated in a rational argument z. However, he achieved rather more and finally proved that if α with $0<|\alpha|<1$ is an algebraic number, then $f(\alpha)$ is a transcendental number. Mahler's method was born out of this result. The proof is based on the functional equation $f(z^2)=f(z)-z$, and follows a scheme of demonstration which is now classical in transcendence theory:

- Construction of an auxiliary function together with a corresponding evaluation.
- Proving an upper bound for this evaluation by means of analytic estimates.
- Proving the non vanishing of this evaluation by means of zero estimates.
- Proving a lower bound for this estimate by means of arithmetic estimates.

By evaluating the upper and lower bound in a suitable choice of parameters, a contradiction is then derived. Carrying out this scheme is usually not very difficult, which makes it an attractive method when it applies. In general it only works for functions satisfying some functional equation. Sadly, Mahler's first three papers on this topic did not catch on for more than forty years. This changed in 1969, when Wolfgang Schwarz wrote a paper in which he reproved some simpler version of Mahler's results, and Mahler felt compelled to write an article to inform the mathematical community about his old results. This led to a turning point, and by now a great many works based on this method have been published and also a book (Nishioka, *Lecture Notes in Mathematics* 1631).

In Chapter 6 effective methods of constructing Diophantine approximations to numbers and their implications for proving transcendence results are discussed. This often involves certain explicit families of polynomials. For example, using such methods Mahler and Popken proved that if z is any dinkum complex number in the upper half plane, then at least one of the three values of the Eisenstein series $E_2(z)$, $E_4(z)$ and $E_6(z)$ is transcendental. Another appealing result (of Mahler alone) is that $|\pi - p/q| > q^{-42}$ for every $q \geq 2$, showing that π in some sense cannot be approximated too well by any rational number p/q.

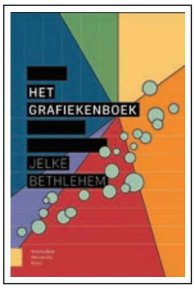
Chapter 7 considers Mahler's work on Diophantine equations. Let $F(X,Y)=a_0X^n+a_1X^{n-1}Y+\cdots+a_nY^n$ be a binary form with integer coefficients and $n\geq 3$. We assume further that it is irreducible over the rational numbers. Thue proved that for every positive integer m the equation $F(a,b)=m$ has only finitely many solutions in integers a,b. Mahler considerably extended this result. Given primes $p_1,\ldots,p_s$, the equation $F(a,b)=\pm p_1^{e_1}\ldots p_s^{e_s}$ is now called the Thue–Mahler equation. The challenge is to find all solutions $(a,b,e_1,\ldots,e_s)$ or to estimate the number of solutions. A simple equation of this form (but with $n=2$) is the Ramanujan–Nagell equation $a^2+7=2^e$. Nagell showed in 1948, using elementary algebraic number theory, that it has only the solutions (a,e) given by $(\pm1,3), (\pm3,4), (\pm5,5), (\pm11,7)$ and $(\pm181,15)$.

The short Chapter 8 is devoted to the very important work of Mahler on the zeros of linear recurrences $\{a_n\}_{n\geq 0}$. For these, the n-th term is expressed as a fixed linear combination of a finite number of the previous terms (the Fibonacci numbers F_n defined by $F_n = F_{n-1}+F_{n-2}$ and starting values $F_0=0$, $F_1=1$, being the standard example). If the coefficients in this relation and all the values of the recurrence are from a field K, we talk about a K-valued linear recurrence. The Skolem–Mahler–Lech theorem states that the set of natural numbers n for which $a_n=0$ is a union of at most finitely many infinite arithmetic progressions along with a finite set. Skolem proved this result in case the terms of the sequence are integers. Mahler extended it to the case where the terms are algebraic numbers and Lech extended it to arbitrary fields of characteristic zero.

The final chapter deals with miscellaneous results. Mahler's first paper (1927) was in applied mathematics. He was an unpaid assistant of ... Norbert Wiener! Wiener had received a Guggenheim Fellowship to work with Max Born (Göttingen) and then to travel to Copenhagen to work with Niels Bohr. Interestingly, in this work there were connections with themes that would later recur in Mahler's work, for example with Champernowne's number $0.12345678910111213141516\ldots$. Let me just mention one nice result of Mahler from 1937. If $f(x)$ is a non-constant polynomial with integer coefficients such that $f(k)\geq 0$ for every positive integer k, then the decimal number $0.f(1)f(2)f(3)\ldots$ formed by concatenating the decimal expansions of the $f(k)$, is both transcendental and not a Liouville number. Taking $f(x)=x$ one obtains the Champernowne number.

The book clearly shows how many notions and theorems are called after Mahler. Likely, this comes for many as a surprise and so it still seems that even today the works of Mahler are not as well-known as they deserve to be. Hopefully, this book can amend this situation! Libraries that collect collected works certainly should have this one. Further, for workers in the area it will be an invaluable source of memahlerabilia.

Pieter Moree



Jelke Bethlehem

Het grafiekenboek

Amsterdam University Press, 2022
222 p., prijs €29,99
ISBN 9789463720984

In de inleiding (1) van dit boek wordt aan de hand van de rapportage van een onderzoek van het Centraal Bureau voor de Statistiek naar *pesten op internet* besproken hoe de resultaten in een artikel weergegeven kunnen worden. Dat zou kunnen door een tekst over de uitkomsten, door een tabel of door een grafiek. De keuze voor een grafiek wordt in de inleiding aan de hand van een vijftal eigenschappen gemotiveerd. Er volgt ook meteen de waarschuwing dat je bij het gebruik van grafieken je lezers op het verkeerde been kunt zetten.

Na de inleiding volgt in een kort hoofdstuk (2) een kleine terugblik op het gebruik van grafieken in de loop van de geschiedenis: van de oudste landkaart tot de eerste weergave van tijdreeksen.

De volgende twee hoofdstukken (3, 4) richten zich op de ingrediënten van een grafiek en de richtlijnen voor het maken van grafieken. De weergaven van de data in de grafiek in combinatie met de titels, de assen, kleuren en keuze van type grafiek worden aan de hand van vele voorbeelden besproken. Bij het maken van grafieken wordt er veel aandacht besteed aan het gerommel met de assen en het gebruik van figuren in plaats van staven. Voorbeelden laten duidelijk zien dat het gebruik van voor de lezer misschien wel leuke figuren zoals een bierglas, een olievat of driedimensionale cirkeldiagrammen, vaak misleidend zijn.

In de volgende twee hoofdstukken (5, 6) worden de verschillende soorten grafieken die gebruikt kunnen worden voor respectievelijk kwantitatieve en kwalitatieve variabelen besproken. Daarbij worden voor- en nadelen van de types benoemd en aan het eind van elk hoofdstuk vind je een mooi overzicht met aandachtspunten waar je rekening mee dient te houden bij het maken van die specifieke grafieken. Bij het presenteren van kwantitatieve data wordt ook een kleine uitstap gemaakt naar betrouwbaarheidsintervallen. Dit wordt op een redelijk eenvoudige manier benaderd zonder al te veel uit te wijden in statistische theorie, wat het voor middelbare scholieren makkelijk maakt om te begrijpen. De auteur laat verder duidelijk merken dat de favoriete grafiekensoort het staafdiagram is en dat driedimensionale grafiekensoorten vermeden dienen te worden.

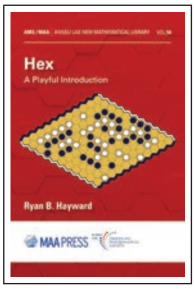
De volgende drie hoofdstukken (7, 8, 9) gaan over grafieken die samenhang weergeven tussen respectievelijk kwantitatieve, kwalitatieve en gemengde variabelen. Ook hier volgt aan het eind van elk hoofdstuk weer een overzicht met tips voor het maken van goede grafieken om samenhang tussen twee of meerdere variabelen weer te geven. Ook bij deze hoofdstukken komt een aantal statistische hulpmiddelen aan de orde, zoals correlatiecoëfficiënt en Chi-kwadraat-toetsen.

In het volgende hoofdstuk (10) komt aan de orde hoe je op een goede manier tijdreeksen kunt weergeven. Het laatste hoofdstuk (11) bespreekt de weergave binnen thematische kaarten. Dat wordt voornamelijk aan de hand van de verdeling van de kiesmannen bij de Amerikaanse presidentsverkiezingen gedaan. De bekende kaart van de Verenigde Staten met de rode en blauwe staten wordt op verschillende manieren weergegeven. Ook aan het einde van deze twee hoofdstukken weer een mooi overzicht met tips voor het maken van dit soort grafieken.

Dit boek is mijns inziens geschikt voor leerlingen in het middelbaar onderwijs die bij het schrijven van hun profielwerkstuk begeleid moeten worden. Dit boek biedt voldoende handvaten hoe ze het beste gegevens grafisch weer kunnen geven. Maar ook voor bachelor- en masterstudenten is dit boek mijns inziens een aanrader om te bekijken. Voor een ervaren statisticus staat er niet veel schokkende informatie in. Maar door de handige samenvattingen aan het einde van de hoofdstukken kan het als een mooi naslagwerk dienen.

Richard Jeurissen

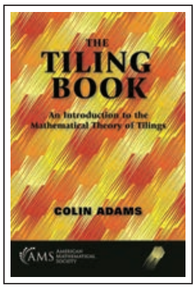
Recent verschenen publicaties. Als u een van deze boeken wilt bespreken of als u suggesties heeft voor andere boeken voor deze rubriek, laat dit dan per e-mail weten aan reviews@nieuwarchief.nl.



Ryan B. Hayward

Hex: A Playful Introduction

American Mathematical Society, 2022
ISBN 9781470464929
bookstore.ams.org/nml-54

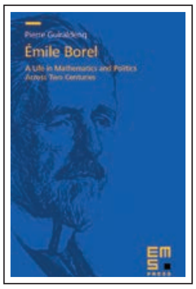


Colin Adams

The Tiling Book

An Introduction to the Mathematical Theory of Tilings

American Mathematical Society, 2022
ISBN 9781470468972
bookstore.ams.org/mbk-142



Pierre Guiraldenq

Émile Borel

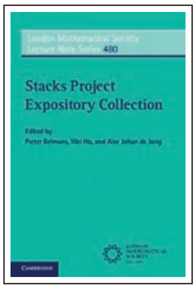
A Life in Mathematics and Politics Across Two Centuries

EMS Press, 2022
ISBN 9783985470136
ems.press/books/standalone/244

Gunnar Carlsson, Mikael Vejdemo-Johansson

Topological Data Analysis with Applications

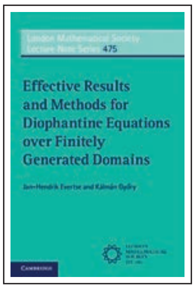
Cambridge University Press, 2022
ISBN 9781108838658
cambridge.org/9781108838658



Pieter Belmans, Wei Ho, Aise Johan de Jong

Stacks Project Expository Collection

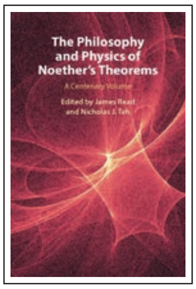
Cambridge University Press, 2023
ISBN 9781009054850
cambridge.org/9781009054850



Jan-Hendrik Evertse, Kálmán Győry

Effective Results and Methods for Diophantine Equations over Finitely Generated Domains

Cambridge University Press, 2022
ISBN 9781009005852
cambridge.org/9781009005852

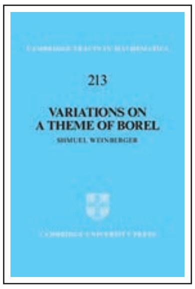


James Read, Nicholas J. Teh (eds.)

The Philosophy and Physics of Noether's Theorems

A Centenary Volume

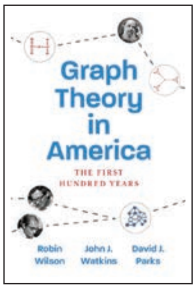
Cambridge University Press, 2022
ISBN 9781108486231
cambridge.org/9781108486231



Shmuel Weinberger

Variations on a Theme of Borel

Cambridge University Press, 2022
ISBN 9781107142596
cambridge.org/9781107142596

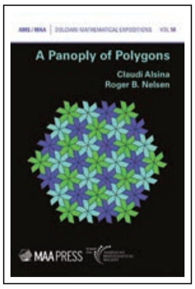


Robin Wilson, John J. Watkins, David J. Parks

Graph Theory in America

The First Hundred Years

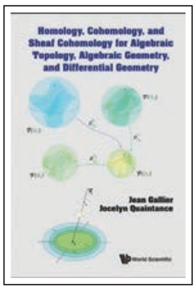
Princeton University Press, 2023
ISBN 9780691194028
press.princeton.edu/books/hardcover/9780691194028/graph-theory-in-america



Claudi Alsina, Roger B. Nelsen

A Panoply of Polygons

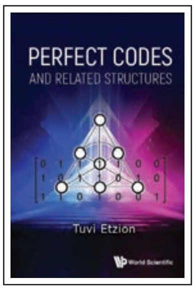
AMS/MAA Press, 2023
ISBN 9781470471842
bookstore.ams.org/dol-58



Jean Gallier, Jocelyn Quaintance

Homology, Cohomology, and Sheaf Cohomology for Algebraic Topology, Algebraic Geometry, and Differential Geometry

World Scientific, 2022
ISBN 9789811245022
worldscientific.com/worldscibooks/10.1142/12495



Tuvi Etzion

Perfect Codes and Related Structures

World Scientific, 2022
ISBN: 9789811255878
worldscientific.com/worldscibooks/10.1142/12823