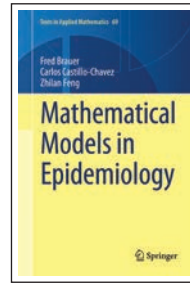


Boekbesprekingen

| Book Reviews

Redactie: Hans Cuypers en Hans Sterk

Review Editors NAW - MF 5.092
 Faculteit Wiskunde & Informatica
 Technische Universiteit Eindhoven
 Postbus 513
 5600 MB Eindhoven
reviews@nieuwarchief.nl
www.win.tue.nl/wgreview



Fred Brauer, Carlos Castillo-Chavez, Zhilan Feng

Mathematical Models in Epidemiology

Springer, 2019
 xvii + 619 p., prijs €87,19
 ISBN 9781493998265

Dit boek is bedoeld voor wiskundestudenten en gezondheidsmedewerkers die geïnteresseerd zijn in het modelleren van de verspreiding van besmettelijke ziekten. Om het boek te kunnen lezen is er achtergrondkennis nodig op het gebied van calculus, lineaire algebra en oplosmethoden (zowel analytisch als numeriek) van gewone differentiaalvergelijkingen. In het boek wordt beschreven hoe wiskundige technieken gebruikt kunnen worden. Er is niet veel theorie opgenomen. Het boek zou geschikt moeten zijn voor tweede- of derdejaars bachelorstudenten. Het boek kan gebruikt worden om een cursus uit te geven. Het is niet nodig om het gehele boek te bestuderen. Na het introductiedeel zijn verschillende keuzen mogelijk uit de meer gedetailleerde onderwerpen. Er zijn niet alleen opgaven in het boek opgenomen maar ook een groot aantal projecten, die door een groep van studenten aangepakt kunnen worden. Als lezers van het boek niet over de benodigde voorkennis beschikken, is het mogelijk om de benodigde kennis op te doen via materiaal dat beschikbaar is op een website behorende bij dit boek. Naast het gewone materiaal zijn er ook secties en opgaven met een *, die bedoeld zijn voor lezers met meer wiskundige kennis.

Het boek bestaat uit 4 delen: Deel 1: Basisconcepten van wiskundige epidemiologie; Deel 2: Modellen voor specifieke ziekten; Deel 3: Meer geavanceerde concepten; Deel 4: De toekomst. Elk deel bevat een aantal hoofdstukken. Elk hoofdstuk wordt afgesloten met mogelijke projecten, opgaven en verwijzingen. Deel 1 en 2 maken beide ongeveer een derde van het boek uit. Deel 3 en deel 4 vormen het laatste deel, waarbij deel 4 slechts 25 bladzijden lang is. Appendices bevatten een overzicht van wiskundige kennis die bekend verondersteld wordt zoals: eigenschappen van vectoren en matrices, eerste-orde gewone differentiaalvergelijkingen en stelsels van differentiaalvergelijkingen. Hierna zullen de verschillende delen in meer detail besproken worden.

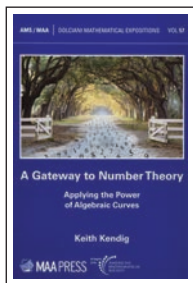
Deel 1: Dit deel start met een historisch overzicht van de verschillende modellen die ontwikkeld zijn binnen de wiskundige epidemiologie. Daarna gaan de schrijvers in op de compartimentmodellen voor het beschrijven van de verspreiding van de besmettelijke ziekte. Deze modellen worden gebruikt voor het bespreken en analyseren van endemische en epidemische ziektemodellen. Hierna wordt er onderzocht wat er aangepast moet worden als er bijvoorbeeld vaccinatie geïntroduceerd wordt. De modellen worden dan complexer en zijn dan ook moeilijker op te lossen. Als laatste onderwerp worden ziekten beschouwd die verspreid worden door middel van een zogenaamde vector, denk aan malaria die verspreid wordt door malariamuggen.

Deel 3: Verdere uitbreiding van de modellen komt in dit deel aan bod. Een voorbeeld is een model waarbij de leeftijd van de patiënten een rol speelt. Een andere uitbreiding is het meenemen van hoe een ziekte zich over een land verspreidt. Als laatste wordt de invloed van mobiliteit, gedrag en tijdschaal geanalyseerd.

Deel 4 bestaat uit één hoofdstuk. Hier wordt een aantal onderzoeksrichtingen aangegeven waar grote uitdagingen en mogelijkheden liggen. Ook wordt een richting uitgezet waarin toekomstig theoretisch onderzoek mogelijk is.

Ik vind dit boek goed verzorgd. Het bevat veel informatie die gebruikt kan worden voor een beter begrip van de modellen uit de literatuur en voor gebruik in de praktijk. Het is geschikt om als leerboek te gebruiken tijdens een cursus over dit onderwerp. Ik denk dat het voor gezondheidsmedewerkers minder geschikt is. Er wordt veel wiskunde gebruikt, die niet heel geavanceerd is, maar ik twijfel of deze kennis aanwezig is bij gezondheidsmedewerkers. Door de vele opdrachten en mogelijke projecten is het boek heel geschikt om ideeën te leveren voor studiemateriaal, zowel voor een cursus over dit onderwerp, maar ook voor opdrachten bij een cursus modelleren, of voor een bachelor- of masteropdracht. Door de vele referenties is het ook geschikt voor onderzoekers die werkzaam zijn op het gebied van het modelleren van de verspreiding van besmettelijke ziekten. In het tweede deel worden veel verschillende ziekten onderzocht. De beschouwde ziekten zijn: tuberculose, hiv/aids, griep, ebola, malaria, dengue koorts en het zikavirus. In elk hoofdstuk wordt gestart met een introductie van de ziekte. Daarna wordt het bijbehorende model gegeven en besproken wat de eigenschappen zijn. Daarna verschillen de hoofdstukken in wat er nog meer besproken wordt. Soms zijn dit uitbraken van de ziekte uit de geschiedenis, soms alternatieve modellen of hoe ziekten elkaar beïnvloeden. Een voorbeeld hiervan is een koppeling van de epidemiologie van malaria en de genetisch bepaalde sikkelcelziekte.

Kees Vuik



Keith Kendig

**A Gateway to Number Theory
Applying the Power of Algebraic Curves**

American Mathematical Society/MAA Press,
2021

xv + 207 p., prijs \$59.00

ISBN 9781470456221

De theorie van algebraïsche krommen kan gebruikt worden om problemen in de getaltheorie op te lossen. Tot zover ben ik het met de auteur van dit boek eens. Maar verder is de aanpak van dit boek niet aan te raden voor iemand die wiskunde wil doen. Een van de eerste eisen lijkt me dat er heldere en sluitende definities gepresenteerd worden, en dat er precies geformuleerde constructies en bewijzen gegeven worden. Deze aspecten ontbreken in dit boek. Waar de auteur probeert iets uit te leggen, ontbreekt precisie, exacte uitleg en goede verwijzingen voor beweringen die je niet op elementair niveau kunt bewijzen. Bovendien houdt de auteur er een heel eigen terminologie op na. Weet de lezer van deze bespreking wat een 'rationale kromme' is? Bij Kendig is dat een kromme gedefinieerd over \mathbb{Q} .

Wat is een algebraïsche kromme? Nergens in dit boek kan ik een juiste definitie vinden. Als inleiding wordt in Definitie 1.1.1 verteld wat een algebraïsche kromme is en 180 pagina's verder zien we dezelfde definitie: B7 op pagina 188. We zien dat een *vlakke algebraïsche*

kromme een verzameling is in \mathbb{R}^2 die bestaat uit de nulpunten van een $p(X, Y) \in \mathbb{R}[X, Y]$ (over een willekeurig lichaam wordt er geen definitie gegeven). Kennelijk mogen we $p = X^2 + Y^2 + 1$ nemen, en dan is die verzameling leeg; voor $p = X^2 + Y^2$ komt er een kromme in \mathbb{R}^2 die uit één punt bestaat; maar ook $p = 1$ is niet uitgesloten, ja, dat geeft de lege verzameling; ook $p = 0$ mag gekozen worden: kennelijk is \mathbb{R}^2 ook een algebraïsche kromme.

Wat wordt er bewezen over getaltheorie en meetkunde? Een voorbeeld: in 3.12 wordt gezocht naar nulpunten van $3X^3 + 4Y^3 + 5$. Kenmerkend voor dit boek: *ten eerste*, een "bewijs" door intimidatie: "it turns out that this equation defines an affine curve which avoids passing through even one rational point in \mathbb{R}^2 " (wat hebben we aan "it turns out"?); er zijn heel goede verwijzingen voor een bewijs hiervan. *Ten tweede* (schandalig): dit voorbeeld is afkomstig van Selmer (1951, 1954); een verwijzing wordt niet gegeven (vanaf dit moment wantrouwt elke lezer deze auteur). *Ten derde*, een gemiste kans: er wordt niet verteld dat in dit voorbeeld het 'Hasse-principe' niet geldt (wel oplossingen over \mathbb{Q}_p voor elke p en over \mathbb{R} , maar geen enkele oplossing over \mathbb{Q} , prachtige wiskunde, het was een beginpunt van belangrijke ontwikkelingen). Exemplarisch voor dit boek: wel hier en daar wat vermelden, zonder bewijs, zonder goede verwijzingen, maar erger: de lezer niet informeren waar de echte problemen in dit vak liggen, en hoe theorie daarover ontwikkeld is.

In Hoofdstuk 3 wordt verteld wat een gladde (*smooth*) vlakke affiene algebraïsche kromme is. De definitie wordt alleen maar gegeven voor een affiene kromme over \mathbb{R} of over \mathbb{C} . Over andere lichamen van definitie, bij voorbeeld over \mathbb{Q} , wordt niet verteld wat 'smooth' betekent. Ook wordt er geen sluitende definitie gegeven van 'smooth' voor een projectieve kromme (wel beloofd: 6.2, maar daar staat het niet). En denkt de lezer dat de verzameling nulpunten van $X(X-1)$ in \mathbb{R}^2 (twee evenwijdige lijnen in het affiene vlak) 'smooth' is? Nee, want die kromme is reducibel en 'dus' niet 'smooth' in \mathbb{R}^2 .

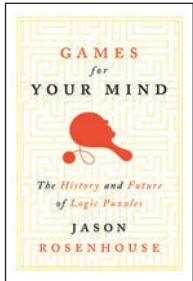
Storend is het dat voor een affiene kromme C over een lichaam $K \subset \mathbb{C}$ de objecten $C \subset \mathbb{A}_K^2$ en $C(K)$ en $C(\mathbb{C})$ met hetzelfde symbool worden gegeven, en door elkaar heen worden gebruikt. Kijk naar Definitie 3.2.1 van een elliptische kromme; die wordt alleen gegeven als het grondlichaam \mathbb{Q} is, en het is een verzameling in $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$. Even later is C 'een torus' (zonder verdere uitleg).

Ik kan geen duidelijke definitie vinden van de optelling op een elliptische kromme C . Onduidelijk is waar de auteur een 0 voor de optelling gebruikt, en of uitspraken over die groepsstructuur afhangen van een keuze van 0. Er is geen bewijs dat $C(K)$ een groep is voor elke $K \subset \mathbb{C}$.

Een goede didactische opzet: vermelden hoe de optelling verkregen wordt, met alle details (elementair en niet moeilijk), laten zien dat aan groepsaxioma's voldaan is, voor de associativiteit uitleggen dat er minstens drie verschillende bewijzen zijn, met verwijzingen. Zo leert de lezer wiskunde, en krijgen we inzicht in de geschiedenis van dit onderdeel.

Ik weet dat het niet zo gemakkelijk is om op een elementair niveau sluitende definities van begrippen uit de algebraïsche meetkunde te geven, vooral niet als je toepassingen in de getaltheorie wilt geven (over een niet-algebraïsch gesloten grondlichaam). Maar de auteur van dit boek overtreedt elementaire regels van wiskunde, van werken met wiskundige begrippen en met wiskundige literatuur.

Popularisering van mooie begrippen leidt tot een haast theologische verhandeling in dit boek: over niet-gedefinieerde begrippen worden onbewezen uitspraken gedaan. Veel interessante, voor de hand liggende onderwerpen worden niet behandeld. In de beschrijving lezen we “...the book includes many pictures along with the exposition, making the material meaningful and easy to grasp”; ja, veel mooie plaatjes, maar ik zie niet hoe iemand hieruit iets over dit onderwerp kan leren of begrijpen. Onbegrijpelijk dat de AMS dit boek in het bestand heeft opgenomen. *Frans Oort*



Jason Rosenhouse

Games for Your Mind
The History and Future of Logic Puzzles

Princeton University Press, 2020
xiv + 333 p., prijs \$ 29.95
ISBN 9780691174075

Waar moet je aan denken bij het begrip logische puzzels? Maken niet alle puzzels gebruik van een zekere vorm van logisch denken? Wat wordt er dus verstaan onder een *logische puzzel*? Een voorbeeldje uit de zogenaamde klassieke logica om dat duidelijk te maken (van Martin Gardner, vrij vertaald door ondergetekende): *Anna beweert dat Peter meer dan duizend boeken bezit. Barend ontkent dat en beweert dat Peter minder dan duizend boeken heeft. Chiara beweert dat Peter minstens één boek heeft. Hoeveel boeken heeft Peter als verder bekend is dat precies één van de drie gedane uitspraken waar is?* Het zal in het vervolg van het boek (soms zelfs pijnlijk) duidelijk worden hoe snel je de verkeerde conclusie(s) kunt trekken, zelfs bij een ogenschijnlijk eenvoudig probleem zoals het bovenstaande.

De aanvankelijke opzet van Rosenhouse was een overzicht te geven van de logische puzzels van twee grootheden op het gebied van de recreatieve wiskunde — Lewis Carroll (pseudoniem van Charles Lutwidge Dodgson, 1832–1898) en Raymond Smullyan (1919–2017) — en die te voorzien van de nodige historische en wiskundige context om vervolgens af te sluiten met door de schrijver ontworpen puzzels gebaseerd op de zogenaamde niet-klassieke logica. Die opzet is evenwel opzijgezet voor de veel bredere opzet van het onderhavige boek, namelijk die in de volgende vijf delen: I een algemene introductie in de (klassieke) logica en logische puzzels; II het werk van Lewis Carroll, uitgesplitst in het recreatieve deel en het meer academische deel daarvan in bijvoorbeeld het boek *Symbolic Logic*; III een introductie in de wiskundige logica en de propositie-logica en de ideeën van Gödel, waarbij het werk van Raymond Smullyan dient als illustratie daarvan; IV een introductie in de niet-klassieke logica die vanaf 1920 opgeld deed; en V enkele zijstapjes naar onder andere meta-puzzels, paradoxen, logische fictie en de klassieke detective oftewel logica in de vorm van een verhaal. Om ook duidelijk te maken wat de term propositielogica inhoudt, geef ik voordat we verder gaan het volgende (eenvoudige), typerende voorbeeld (naar Carroll, weer vrij vertaald): *Als mijn sauspennen de enige voorwerpen zijn van tin die ik bezit en ik al jouw cadeaus nuttig vind en geen enkele*

sauspan ook maar het minste nut heeft, wat kan er dan geconcludeerd worden?

Het boek beschrijft dus uitvoerig de geschiedenis van de logica die begint bij Aristoteles (384–322 voor Christus) die als eerste een formele studie maakte van (valide en niet-valide) logische redeneringen (wellicht gevoelde hij die behoefte vanwege de tijd waarin hij leefde en de daarbij horende prille staat van de ontwikkeling van de democratie en het grote effect van retorica en een goede argumentatie). Pas in 1662 publiceren Antoine Arnauld en Pierre Nicole hun boek *Logic, or the Art of Thinking* waarmee weliswaar hernieuwde interesse in de logica maar geen echte vernieuwing wordt getoond en datzelfde geldt ook voor het veel latere *A System of Logic* van John Stuart Mill uit 1843. Pas in 1854 respectievelijk 1881 weten George Boole (die schijnbaar niet wist van eerdere soortgelijke ideeën van Leibniz) in *An Investigation into the Laws of Thought* en John Venn in *Symbolic Logic* nieuwe stappen te zetten door een wiskundig symbolensysteem te ontwerpen waarmee logische analyse kon worden uitgevoerd. De voorlopig laatste die de wiskundige logica significant (en min of meer definitief) formaliseerde was Bertrand Russell in *The Principles of Mathematics* uit 1903 (gebaseerd overigens op ideeën van Gottlob Frege in *Begriffsschrift* uit 1873). Het baanbrekende en zeer diepe inzicht dat elk logisch systeem (zoals u natuurlijk weet) *incompleet* en *inconsistent* is, hebben we te danken aan Kurt Gödel die in 1931 bewees dat niet elke ware uitspraak in een logisch systeem ook bewijsbaar is in datzelfde systeem en dat ook de uitspraak *Dit systeem is consistent* daarin niet bewijsbaar is. Ook de tegenwoordig zeer belangrijke *fuzzy logic* (ik prefereer hier de Engelse term) wordt niet overgeslagen in dit overzicht van de klassieke en de niet-klassieke logica.

Terug naar de twee hoofdrolspelers. Waar Lewis Carroll de basisprincipes van de klassieke Aristotelianaanse logica op een speelse manier wilde presenteren aan een toegankelijk wilde maken voor een groter publiek (en daar met immers veel succes in slaagde onder andere in *Alice in Wonderland*), daar is de minstens zo inventieve Raymond Smullyan — met even groot succes — erin geslaagd (zoals ooit zijn doel was) de fundamentele ideeën van Gödel te illustreren met onder andere een vloed aan zogenaamde Knight/Knave problemen (waarbij een Knight *altijd* de waarheid spreekt en een Knave *altijd* liegt). Een voorbeeld van zo'n puzzel (Smullyan, zeer vrij vertaald): *Je ontmoet drie eilandbewoners A, B en C. A zegt dat precies één van ons (van A, B of C dus) altijd liegt. B zegt dat precies twee van ons leugenaars zijn. C zegt dat wij alle drie leugenaar zijn. Wie van de drie eilandbewoners is leugenaar en wie spreekt altijd de waarheid?*

In het boek wordt vervolgens omstandig en helder behandeld dat Carroll maar vooral Smullyan (en ook anderen na hem) in het bedenken van allerlei logische puzzels veel en veel verder zijn gegaan. Dat *verder gaan* betekent bijvoorbeeld dat niet alleen het aantal personen die uitspraken doen soms groter is dan twee of drie, maar ook dat de gedane uitspraken (nog) meer genesteld zijn of dat er (en dan wordt het allemaal veel ingewikkelder) ook personen *soms* liegen of *soms* de waarheid spreken (waarbij dus het klassiek-logische principe wordt verlaten van de *uitgesloten derde*, oftewel dat dus iets alleen maar waar kan zijn of niet waar) of dat personen soms zelfs een zeker percentage van de waarheid spreken[!]. Een en ander zal uiteindelijk (althans in dit boek) in 1996 leiden tot George Boolos' *Hardest Logic Puzzle Ever*.

Hoe hard en soms onnavolgbaar sommige van de 92 (genummerd van 1 tot en met 92 en dus — in tegenstelling helaas tot in andere soortgelijke boeken — zeer eenvoudig terug te vinden in het boek) zeer goed gekozen puzzels (van telkens eenvoudige instapproblemen tot al heel snel zeer pittige hersenbrekers) ook lijken, ze worden gelukkig zonder uitzondering aan het einde van elk hoofdstuk volledig uitgewerkt gepresenteerd. Dit boek — waarin verder nog vele andere zaken (soms kort) aan de orde komen zoals Sudoku-problemen, schaakproblemen, Mastermind en het fameuze *Problem of Cell 13* (beste detective-verhaal ooit volgens Rosenhouse) — is zeer helder en leesbaar geschreven en staat garant voor vele uren puzzelplezier (en als dat niet genoeg is geeft de zeer uitgebreide literatuurlijst nog vele nuttige tips om bijvoorbeeld het onvolprezen werk van Smullyan en dat van Martin Gardner nog eens nader te exploreren). Een aanrader dus. *Loop van der Vaart*



Ananyo Bhattacharya

**The Man from the Future
The Visionary Life of John von Neumann**

Penguin Random House, Imprint Allen Lane, 2021

xiv + 354 p., prijs £20.00

ISBN 9780241398852

John von Neumann was een van de grootste wiskundigen van de twintigste eeuw, en, hoewel misschien niet de meest diepzinnige of breedste, mogelijk de briljantste en meest veelzijdige. Zijn snelheid van denken en begrip, zijn rol als pionier bij gebieden uiteenlopend van zuivere wiskunde tot toegepaste wiskunde, natuurkunde, economie en informatica, aan de zuivere wiskundekant de theorie van operator-algebra's en ergodentheorie tot toepassingen als computerontwerp en speltheorie, zijn lidmaatschap van de 'Marsmannedjes', de geniale Hongaarse groep wetenschappers, die bijdroegen aan de Amerikaanse atoombom in het Manhattan-project, maakten hem legendarisch. Om een idee te krijgen over de indruk die hij op prominente tijdgenoten maakte: hier zijn drie Nobelprijswinnaars en een Abelprijswinnaar aan het woord:

Hans Bethe: "I have sometimes wondered whether a brain like von Neumann's does not indicate a species superior to that of man."

Enrico Fermi tegen een student: "You know, Herb, Johnny can do calculations in his head ten times as fast as I can. And I can do them ten times as fast as you can, so you can see how impressive Johnny is." En volgens het verslag van een andere student: "John von Neumann came by and saw what Fermi had on the blackboard and asked what he was doing. So Enrico told him and John von Neumann said: 'That's very interesting.' He came back about fifteen minutes later and gave him the answer. Fermi leaned against his doorpost and told me: 'You know, that man makes me feel I know no mathematics at all.'"

Eugene Wigner: Wigner, een goede vriend van Von Neumann, sinds ze leerlingen waren aan dezelfde middelbare school, toen hij bij de uitreiking van zijn Nobelprijs de vraag kreeg waarom er in zijn generatie zoveel Hongaarse genieën voorkwamen, antwoordde: "Het enige genie dat ik kende was Von Neumann."

Peter Lax: "To gain a measure of von Neumann's achievements, consider that had he lived a normal span of years, he would certainly have been a recipient of a Nobel Prize in economics. And if there were Nobel Prizes in computer science and mathematics, he would have been honored by these, too. So [he] should be thought of as a triple Nobel laureate or, possibly, a $3\frac{1}{2}$ -fold winner, for his work in physics, in particular, quantum mechanics."

Nog steeds is het artikel van Paul Halmos (die, zelf Hongaars, een paar jaar Von Neumanns assistent was) 'The Legend of John von Neumann' een van de beste beschrijvingen van zijn karakter en wiskundige betekenis. Een andere wetenschapper die hem persoonlijk kende en breed genoeg was om hem kritisch te appreciëren was Freeman Dyson die in zijn stukken voor de *Notices* van de AMS 'Birds and Frogs' en 'A walk through Johnny von Neumann's Garden' op zijn bijdragen en wetenschappelijke stijl inging. Maar voor bijna iedereen is het te veel gevraagd om zo iets als een wetenschappelijke biografie van Von Neumann te schrijven. Het boek van Bhattacharya, zelf gepromoveerd fysisch en wetenschapsjournalist, is wat dat betreft dan ook maar gedeeltelijk gelukt. Hij beschrijft de belangrijkste gebeurtenissen in Von Neumanns leven, en maakt dan in verschillende hoofdstukken een selectie van een aantal belangrijke wetenschappelijke bijdragen van Von Neumann, en geeft ook aan waartoe die later zoal geleid hebben. Hij geeft daarmee een behoorlijke, zij het nog steeds onvolledige indruk van de grote invloed die Von Neumanns ideeën nog steeds uitoefenen. De gemaakte keuzes weerspiegelen de interesse, de expertise en ook de beperkingen van de auteur.

Janos (Jancsi) Von Neumann, 'Johnny' na zijn emigratie naar de Verenigde Staten, de zoon van een Hongaars-Joodse bankier, was een wonderkind. Na een opleiding en promotie in Boedapest, Zürich en Berlijn, en een paar tijdelijke aanstellingen in Duitsland als Privatdozent belandde hij in de Verenigde Staten, waar hij een baan kreeg aan het net opgerichte Institute for Advanced Studies in Princeton, als jongste van de hoogleraren daar (naast onder andere Einstein).

Hij was tweemaal getrouwd. Uit zijn eerste huwelijk dat in een scheiding eindigde had hij een dochter, Marina. Volgens de scheidingsregeling zou die tot haar twaalfde bij haar moeder wonen, daarna bij haar vader, omdat ze dan tot de leeftijd des onderscheids ('the age of reason') zou zijn gekomen, en maximaal profijt zou kunnen trekken van de intelligentie van haar vader. Het overmatig vertrouwen in de ratio dat hier uit sprak is typerend voor het karakter van Von Neumann. Zoals die dochter later aangaf is de puberteit niet echt een 'age of reason', maar toch lijkt de aanpak gewerkt te hebben, ze werd later een prominente econoom. Zijn tweede huwelijk was met Klara Dan, die bij de prototypes van de computers die Von Neumann ontwierp als een van de eerste programmeurs ter wereld optrad. Hoewel ze dus van bovengemiddelde intelligentie moet zijn geweest, gaf het leven met Von Neumann, die vaak omschreven werd als de intelligentste mens ter wereld, haar een chronisch minderwaardigheidscomplex. Er was vrijwel niemand die Von Neumann kon bijhouden, maar hij trad wel regelmatig als mentor en steun op voor jongere wis- en natuurkundigen. Ik leerde uit het boek dat onder andere Mandelbrot, de latere uitvinder/profeet van fractalen, er daar eentje van was.

In het eerste hoofdstuk worden Von Neumanns pogingen om betrouwbare grondslagen van de wiskunde te vinden besproken. Hoewel hij bestaande ideeën fatsoeneerde en wiskundig veel

scherper formuleerde dan tevoren, liep het door Hilbert opgestarte programma uit op een faliekante mislukking door de stelling van Gödel. Die gebruikte het formalisme zoals Von Neumann dat had ontwikkeld, maar gebruikte dat destructief, om aan te tonen dat er ware maar onbewijsbare beweringen bestonden. Von Neumann herkende als eerste belang en diepgang van Gödels resultaten, en zag direct, weliswaar na Gödel, maar reeds voordat hij Gödels preprint daarover zag, de consequenties over de onmogelijkheid van consistentiebewijzen (voor voldoende rijke wiskundige systemen). Maar het was het einde van Von Neumanns werk over grondslagen van de wiskunde, al is die achtergrond in zijn latere werk over computers duidelijk terug te vinden. Turing, die ook het ‘Entscheidungsproblem’ als onoplosbaar identificeerde, kwam na zijn promotie naar Princeton, en Von Neumann zag, alweer direct, het belang van wat hij gedaan had, eerder dan bijna alle anderen. Von Neumann bleef een levenslange bewonderaar van Gödel, zijn collega in Princeton, en bleef ook groot respect voor Turing houden.

Het hoofdstuk over quantummechanica concentreert zich op grondslagen van de quantummechanica, theorieën met verborgen variabelen, en de latere bezwaren van met name Bohm en Bell (met als vergeten voorloper Grete Hermann) tegen de claim van Von Neumann dat er geen ‘redelijke’ (en wat redelijk is, is en blijft nog steeds tamelijk betwistbaar) theorie van verborgen variabelen kan bestaan. Von Neumanns constructievere bijdragen, zoals de invoering van de dichtheidsmatrix, de formulering van quantummechanica in Hilbertruimtes, zijn formulering van het meetprobleem en zijn werk aan onbegrensde operatoren blijven onderbelicht, ik vond het hoofdstuk daardoor wat onevenwichtig.

Het hoofdstuk over Von Neumanns bijdragen aan de atoombom benadrukt zijn bijdragen aan de theorie van explosies en implosies. Ook leerde ik daar dat hij een octrooiaanvraag schreef samen met de beruchte atoomspion Klaus Fuchs.

De grootschalige berekeningen die vereist waren bij het maken van de bom leidden Von Neumann tot zijn interesse in computers. De prehistorie van de computer is berucht wegens verschillende claims en gevechten over prioriteiten en patenten, en over het belang van ieders bijdrage. Het is wel duidelijk in alle versies dat Von Neumann hierbij een zeer prominente rol speelde. Een plausible speculatie in het boek is dat gedurende de oorlog, toen Von Neumann een aantal maanden in Engeland was, hij Turing weer ontmoette, en dat beiden elkaar stimuleerden en inspireerden. Turing, die toen een leidende rol speelde in Enigma, bij het decoderen van geheime Duitse berichten, een project dat jarenlang geheim bleef, pleegde zelfmoord, na chemisch gecasteerd te zijn, en Von Neumann stierf ook betrekkelijk jong, dus geen van beiden heeft dit later kunnen bevestigen of ontkennen. Het is wel bekend dat Von Neumann Turings bijdragen aan de informatica heel hoog inschatte.

Twee volgende hoofdstukken gaan in op Von Neumanns rol in de speltheorie, zijn minimax-theorema en zijn boek met Morgenstern over wiskundige economie, en ook op zijn latere rol als strategisch consultant, zowel binnen de Rand Corporation, als voor allerlei militaire en politieke instanties. De speltheorie kreeg naast de economie al snel ook binnen de politiek, de militaire strategie, en de biologie (evolutietheorie) allerlei toepassingen. Politiek was Von Neumann te omschrijven als centrumrechts, en sterk anticommunistisch; maar een fanaticus was hij toch niet, zo

steunde hij Oppenheimer toen die beschuldigd werd wegens zijn te linkse opinies. Kort na de oorlog adviseerde Von Neumann een preventieve oorlog tegen de Sovjet-Unie (net als de linkse pacifist Bertrand Russell, overigens), maar nadat Stalin ook een atoombom had, leidden zijn adviezen tot de MAD-strategie (Mutual Assured Destruction), waarin atoomwapens alleen als dreiging, maar niet als militair gereedschap gebruikt worden; volgens sommigen heeft die strategie ons voor een atoomoorlog behoed. In de periode dat ik deze recensie schrijf valt net Rusland Oekraïne binnen, de aanname (fundamenteel in veel toepassingen van de speltheorie in economie en politiek) dat alle strategische spelers rationele beslissingen nemen, lijkt helaas lang niet altijd gerechtvaardigd.

Het laatste hoofdstuk beschrijft Von Neumanns ideeën over biologie, en het modelleren van (zelf-replicerende) cellulaire automaten, en hoe die zich via Conways Game of Life en Wolframs bijdragen verder ontwikkelden, en ook hoe ver hun invloed reikte binnen het vakgebied van de Kunstmatige Intelligentie.

Voor wiskundigen ontbreken de theorie der operator-algebra's (Von Neumann-algebra's), volgens velen zijn wiskundig meest diepzinnige bijdrage, een gebied waarbinnen bijvoorbeeld Fields-medailles zijn uitgereikt aan Alain Connes en Vaughan Jones. Ook miste ik een overzicht over de ergodentheorie, waarin Von Neumanns ergodenstelling (bewezen voor, maar gepubliceerd na, de ergodenstelling van Birkhoff) een heel vroege mijlpaal was. En zo ontbreekt er nog wel meer.

Het boek is dus lang niet de definitieve wetenschappelijke biografie die Von Neumann toekomt, maar het is goed geschreven, bevat veel interessants, en behandelt allerlei wat in andere boeken niet of minder aan de orde komt. Voor Von Neumann aficionado's is het zeker aan te raden, voor een wiskundige ontbreken er belangrijke stukken van het raadsel dat het ‘denkbeest’ (volgens Einstein) Von Neumann was en blijft.

Aernout van Enter



Marcel van Belle

Schopenbrouwer
De rehabilitatie van een miskend genie

Tilburg, Postbellum, 2021

(uitgave in eigen beheer, marcel@shape9.nl)

351 p., prijs €25,00

ISBN 9789081347105

Marcel van Belle is a business economist and philosopher who became interested in and fascinated by the philosophical writings of L.E.J. Brouwer (1881–1966). Familiar with the work of Schopenhauer (1788–1860) he noticed great similarities between the ideas of Schopenhauer and Brouwer. Brouwer is generally considered a great mathematician, but his philosophical papers are less appreciated. This is most likely due to the fact that most mathematicians have little affinity with philosophy, and, conversely, most philosophers have little affinity with mathematics. This phenomenon has for instance resulted in deleting large parts of Brouwer's philosophical writings from his Collected Works, part I, *Philosophy and Foundations of Mathematics*, edited by A. Heyting in 1975. According to the author, this phenomenon has also led to serious

misinterpretations of Brouwer in the major biographies by Walter van Stigt (1990) and Dirk van Dalen (2001/2013).

Chapter 1 outlines Schopenhauer's life, presents his oeuvre and discusses his world view on the basis of the first four books of his *Die Welt als Wille und Vorstellung*. Chapter 2 starts with an outline of Brouwer's life and continues with a presentation of his philosophical works between 1898 (Geloofsbelijdenis) and 1952 (Historical Background, Principles and Methods of Intuitionism). The main chapter, chapter 3, analyses in detail the similarities and differences between Brouwer's and Schopenhauer's philosophical writings by comparing the texts of both authors on epistemology, metaphysics, aesthetics and ethics in sections 3.2, 3.3, 3.4 and 3.5, respectively.

The author concludes on page 295 that without any doubt Brouwer must be seen as a genuine, albeit *critical*, follower of Schopenhauer. Although some, among them Teun Koetsier, have noticed a certain similarity between these two great thinkers, up till recently nobody has drawn the ultimate consequences of this similarity and has been able to find a satisfactory explanation for the differences of opinion between Schopenhauer and Brouwer.

The book finishes with a very good and interesting résumé in three pages of Brouwer's philosophy (pp. 297–299). It also has an appendix with a short history of philosophy (pp. 301–322) for those who are not familiar with philosophy.

In his general summary (pp. 343–345), the author concludes that (1) Brouwer has clearly adopted Schopenhauer's general philosophical framework; (2) in essence, Brouwer deviates from Schopenhauer only in three fundamental respects and explicitly accounts for these: (a) he denies the a priori status of both space and (b) causality and accepts only time as an a priori form of

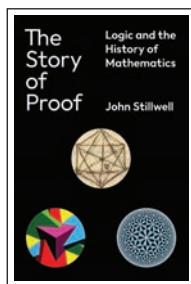
sensibility, (c) he denies the existence of general concepts in human cognition; (3) all other differences can be traced directly or indirectly to these three deviating principles; (4) to the extent that Schopenhauer's philosophical views are compatible with these principles, Brouwer does not deviate from them; (5) the philosophical solutions that Brouwer devises when the occasion arises, are often inventive and sometimes extremely original; and (6) Brouwer's biographical data clearly show that his moral behavior is based on Schopenhauer's ethical system.

Brouwer has reduced the scope of objective knowledge to the bare minimum: mathematics as it can be constructed from only the primal intuition of time. Pure mathematics is for Brouwer a languageless human activity that takes place in the (sensory) imagination.

Summarizing it may be said that the author of this Dutch book argues that Brouwer clearly builds on the work of Schopenhauer, although at some points he also deviates from Schopenhauer and goes his own way. More precisely, the author claims that Brouwer has thoroughly reshaped Schopenhauer's epistemology, while staying as close as possible to Schopenhauer's views on metaphysics, aesthetics and ethics. The author supports his claim by comparing text fragments of Schopenhauer with those of Brouwer and next points out and analyses similarities and differences. He concludes that Brouwer was not only a great mathematician, but a great philosopher as well, at the same level as Kant and Schopenhauer; and not a vague mystic, but a thoroughly disciplined thinker. Brouwer is generally considered a difficult person, but Brouwer's biography makes it clear that Brouwer greatly respected the autonomy of others and only fiercely resisted others who tried to impose their will on him.

Harrie de Swart

Recent verschenen publicaties. Als u een van deze boeken wilt bespreken of als u suggesties heeft voor andere boeken voor deze rubriek, laat dit dan per e-mail weten aan reviews@nieuwarchief.nl.



John Stillwell

**The Story of Proof:
Logic and the History of Mathematics**

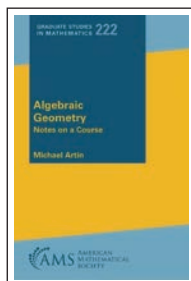
Princeton University Press, 2022
ISBN 9780691234366
[press.princeton.edu/books/hardcover/
9780691234366/the-story-of-proof](http://press.princeton.edu/books/hardcover/9780691234366/the-story-of-proof)



Ronald Meester, Klaas Slooten

Kan dat geen toeval zijn?

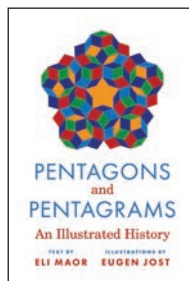
Amsterdam University Press, 2022
ISBN 9789463725088
aup.nl/book/9789463725088



Michael Artin

**Algebraic Geometry
Notes on a Course**

American Mathematical Society, 2022
ISBN 9781470471118
bookstore.ams.org/gsm-222



Eli Maor, Eugen Jost

**Pentagons and Pentagrams
An Illustrated History**

Princeton University Press, 2022
ISBN 9780691201122
[press.princeton.edu/books/hardcover/
9780691201122/pentagons-and-pentagrams](http://press.princeton.edu/books/hardcover/9780691201122/pentagons-and-pentagrams)