

**Wil Schilders**

Platform Wiskunde Nederland  
w.h.a.schilders@tue.nl

**Jeroen Spandaw**

Delft Institute of Applied Mathematics  
TU Delft  
j.g.spandaw@tudelft.nl

**Kees Temme**

Bètapartners  
kees.temme@uva.nl

**Benne de Weger**

Faculteit Wiskunde en Informatica  
Technische Universiteit Eindhoven  
b.m.m.d.weger@tue.nl

**Evenement Vakantiecursus 2021**

# 75 jaar Vakantiecursus voor wiskundeleraren

Jaarlijks wordt aan het einde van de zomervakantie de Vakantiecursus (VC) voor wiskundeleraren georganiseerd. De VC 2021, recent gehouden in Amsterdam en Eindhoven, had een feestelijk tintje, aangezien het 75 jaar geleden was dat de eerste Vakantiecursus werd gehouden aan het in 1946 opgerichte Mathematisch Centrum, tegenwoordig het Centrum Wiskunde & Informatica (CWI). Een verslag van de programmacommissie.

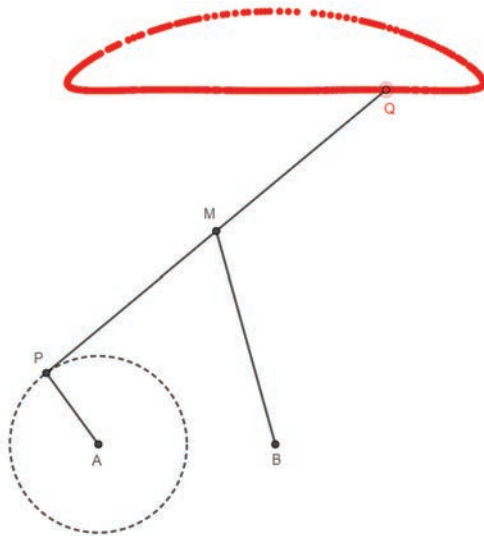
De eerste vakantiecursus wordt in het jaarverslag 1946 van het Mathematisch Centrum als volgt vermeld (in enigszins oud Nederlands): “Op 29 en 31 Oct. ’46 werd onder auspiciën van het M.C. een druk bezochte en uitstekend geslaagde vacantiécursus gehouden voor wiskundeleeraren in Nederland. Op 29 October stond de wiskunde, op 31 October de didactiek van de wiskunde op de voorgrond. De sprekers waren: Prof. Dr. O. Bottema, ‘De prismoïde’, Dr. A. Heyting, ‘Punten in het oneindige’, Mr. J. v. Ilzeren, ‘Abstracte Meetkunde en haar betekenis voor de Schoolmeetkunde’, Dr. H. D. Kloosterman, ‘Ontbinding in factoren’, Dr. G. Wielenga, ‘Is wiskunde-onderwijs voor alpha’s noodzakelijk?’, Dr. J. de Groot, ‘Het scheppend vermogen van den wiskundige’ en Dr. N. L. H. Bunt, ‘Moeilijkheden van leerlingen bij het beginnend onderwijs in de meetkunde’. Aan het einde van de vacantiécursus werden diverse zaken besproken die het wiskunde-onderwijs in Nederland betroffen. Een Commissie werd ingesteld, die het M.C. over de verder te organiseren vacantiécursussen van advies zou dienen. Hierin namen zitting een vertegenwoordiger van de Inspecteurs van

het V.H. en M.O. benevens vertegenwoordigers van de lerarenverenigingen Wimecos en Liwenagel. Ook werd naar aanleiding van ‘wensen’ die tijdens de cursus naar voren gekomen waren ingesteld: een colloquium over moderne Algebra, een dispuut over de didactiek van de wiskunde, beiden hoofdzakelijk bedoeld voor de leeraren uit Amsterdam en omgeving, terwijl tevens vanwege het M.C. een cursus over Getallenleer werd toegezegd te geven door de heeren v.d. Corput en Koksma. (Colloquium, dispuut en cursus zijn in 1947 gestart en verheugen zich in blijvende belangstelling).”

Het was een mooi initiatief dat sindsdien jaarlijks wordt herhaald. Tot en met 2010 werd de Vakantiecursus georganiseerd door het MC/CWI, vanaf 2011 nam het in 2010 opgerichte Platform Wiskunde Nederland (PWN) de organisatie ter hand. Momenteel werkt Erik-Jan van Gelderen (VU), onder supervisie van Gerard Alberts, aan een masterscriptie waarin de historie van de Vakantiecursus in detail wordt besproken: alle programmacomité’s in de loop der jaren, alsmede alle sprekers, de bijbehorende titels en meer. Op de website

van PWN is de recente historie te vinden, met de syllabi vanaf 1983.

Elk jaar bepaalt het programmacomité het onderwerp en krijgt de Vakantiecursus een pakkende titel, zoals ‘Wiskunde in je broekzak: cryptografie in het dagelijks leven’ (2018), ‘Dit is triviaal’ (2015), ‘Tel uit je winst – wiskunde in geld en spelen’ (2009) en ‘Is wiskunde nog wel mensenwerk?’ (2000). Tot en met 2017 waren er vaak 6 à 8 sprekers, zodat de cursus een wat caleidoscopisch karakter had. In 2018 werd besloten om het over een andere boeg te gooien door één hoofdspreker uit te nodigen, expert op een bepaald terrein. De hoofdspreker vraagt vervolgens nog één of twee gastsprekers. Dit nieuwe format valt erg in de smaak van de deelnemers, omdat de stof eenvoudiger te volgen is en er meer continuïteit is in de besproken lesstof. Vereiste is wel om dan uitstekende sprekers te zoeken die bereid zijn behoorlijk wat tijd te steken in de voorbereiding van de cursus. In 2018 trapt Benne de Weger af met cryptografie, waarbij medewerkers van het Cryptomuseum een originele Enigma-machine meenamen met een waarde van meer dan 100.000 euro! In 2019 was Sjoerd Verduyn Lunel, toentertijd voorzitter van PWN, hoofdspreker rondom het thema ‘deep learning’, terwijl in 2020 Frank Thuijsman van de Universiteit Maastricht sprak over speltheorie.



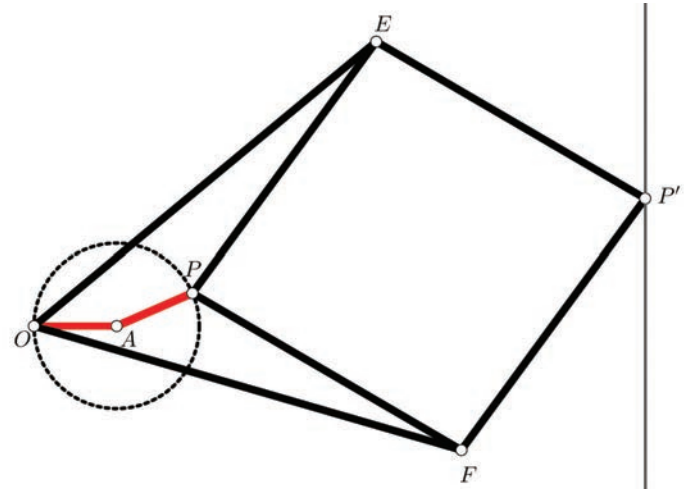
Figuur 1 Lambda-constructie van Tshebysjov.

### Editie 2021

Voor de speciale feestelijke editie in 2021 vonden we Rainer Kaenders van het Hausdorff Center for Mathematics in Bonn bereid om de cursus voor te bereiden omtrent zijn grote hobby, de stangenmeetkunde. Rainer spreekt uitstekend Nederlands, hij deed van 1993 tot 1997 promotieonderzoek aan de Radboud Universiteit onder supervisie van Joseph Steenbrink, was in 1997–1998 postdoc aan de Universiteit Utrecht en had in de periode van 2000 tot 2007 diverse posities in Nijmegen en Delft. Rainer verraste ons en het publiek met allerlei prachtige constructies en stellingen omtrent de stangenmeetkunde. Het is een gebied waarin bekende wiskundigen als Tshebysjov ook bijdragen hebben geleverd met onder andere zijn befaamde lambda-constructie (zie Figuur 1).

Centraal thema in de cursus was de vraag: “Hoe teken je een rechte lijn”, natuurlijk met behulp van stangenconstruc-

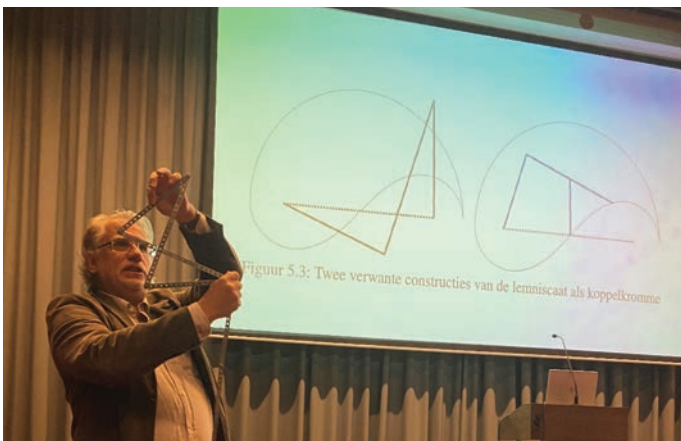
ties. Dit blijkt een vraagstelling te zijn waar veel onderzoekers zich mee bezig hebben gehouden, onder anderen James Watt met zijn stoommachines. Aanvankelijk dachten sommigen dat ze een constructie gevonden hadden waarmee een rechte lijn getekend kon worden, maar bleek bij nader inzien, dat de gecreëerde kromme geen rechte lijn was. Dit is ook te zien door de constructie in GeoGebra na te tekenen en vervolgens op de kromme in te zoomen. Gerrit Veldkamp van de TU Eindhoven schreef een prachtig boek over de materie, waarin hij gedetailleerde berekeningen presenteerde die de afwijking in algebraïsche vorm lieten zien, gerelateerd aan de bekende Tshebysjov-polynomen. Een van de belangrijkste bijdragen rondom deze vraagstelling kwam van de Fransman Peaucellier en de Litouwer Lipkin, die er uiteindelijk in slaagden een constructie te maken waarin daadwerkelijk een rechte lijn wordt getekend (zie Figuur 2).



Figuur 2 Een Peaucellier-Lipkin inversor. De zes zwarte stangen vormen een ruit  $PP'FE$  en een vlieger  $OFPE$ . Het punt  $O$  ligt vast. Als  $P$  beweegt over een cirkel die  $O$  bevat dan beweegt  $P'$  over een rechte lijn!

Verrassend genoeg blijkt het zoeken naar stangenconstructies die een rechte lijn produceren, te maken te hebben met de befaamde ‘strandbeesten’ van kunstenaar Theo Jansen. Laatstgenoemde was dan ook uitgenodigd als laatste spreker. Hij toonde een filmpje van de ontwikkeling van strandbeesten vanaf 1990 en legde uit hoe hij de constructie met behulp van een Atari-computer in 1990–1991 had vervolmaakt door de optimale parameters te berekenen in de gebruikte stangenconstructie.

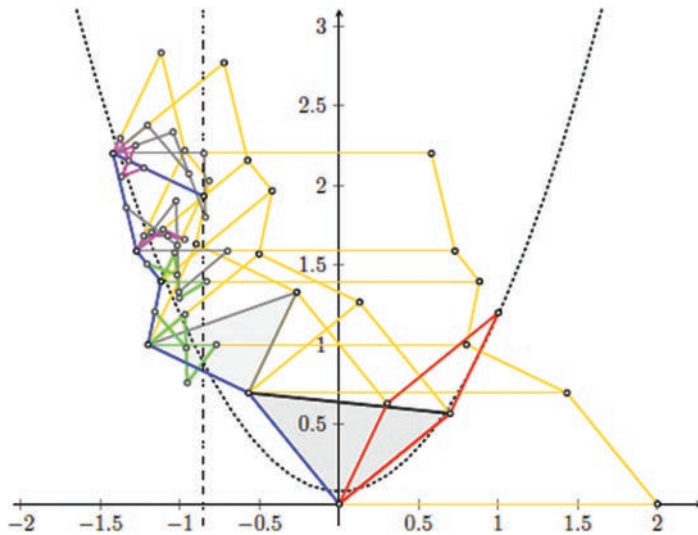
Voor wiskundigen was een cruciale vraag of stangenconstructies gebruikt kunnen worden om een willekeurige algebraïsche kromme te tekenen. Het antwoord daarop blijkt bevestigend. Dit was al in 1875 bewezen door Kempe in het beroemd geworden artikel ‘On a General Method of describing Plane Curves of the  $n$ th degree by Linkwork’. Dat de bijbehorende stangenconstructies al spoedig zeer ingewik-



Rainer Kaenders met een stangenconstructie



Teun Koetsier over ‘De magie van de beweging’



Figuur 3 GeoGebra-afbeelding van constructie om parabool te tekenen.

keld worden, werd gedemonstreerd door Rainer, die voor een parabool liet zien hoe een stangenconstructie afgeleid kon worden. De animatie vervaardigd met GeoGebra was indrukwekkend en had hem vele uren achter het scherm gekost. Maar de deelnemers waren zeer onder de indruk!

De gepresenteerde stof is op verschillende niveaus in het voortgezet onderwijs te gebruiken. Leerlingen kunnen concreet met stangetjes aan de slag. Ze kunnen in GeoGebra constructies (na)bouwen en bestuderen. Ze kunnen redeneren over de constructies met behulp van synthetische (coördinaatvrije) meetkunde, waarbij ook zinvolle en interessante algebra en goniometrie aan de orde kunnen komen, of ze kunnen hun tanden stukbijten op rekenpartijen in het reële coördinatenvlak. Het is zelfs mogelijk om een hoger abstractieniveau als 'de topologie van een configuratieruimte' toegankelijk te maken, zoals Rainer mooi demonstreerde met GeoGebra-

plaatjes (zie Figuur 3) en zwembanden. Voor meer toelichting verwijzen we naar het artikel 'Wiskunde ontdekken met GeoGebra' (werktitel) dat begin 2022 in *Euclides* verschijnt.

Op de vrijdagavond was Teun Koetsier (emeritus VU) gastspreker, met een mooie en zeer interessante lezing over 'De magie van de beweging' waarin de stangenconstructies in een historisch kader geplaatst werden. Hij kwam met prachtige voorbeelden van vraagstukken die uit de technische ontwikkelingen tijdens de industrialisatie zijn voortgekomen en waarmee enkele van de beste wiskundigen van hun tijd, zoals bijvoorbeeld Tjsebysjov, Sylvester, Kempe en Poincaré, aan de slag zijn gegaan.

Al met al was deze feestelijke editie er een om in te lijsten. Een interessant thema met zeer verrassende resultaten, uitstekende sprekers en een mooie afsluiting door kunstenaar Theo Jansen. In Eindhoven was ook kunstenaar Ivo Schoofs aanwezig die

voor het jaarlijkse Glow-evenement in lichtstad Eindhoven een prachtig kunstwerk had gemaakt gebaseerd op de Peaucellier-Lipkin-constructie.

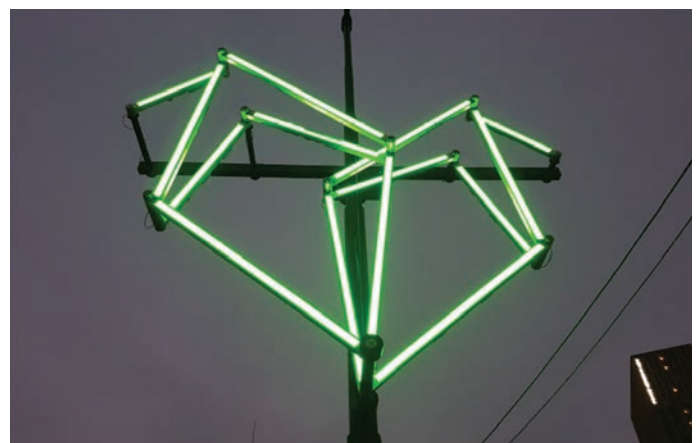
De gastvrijheid en catering in Amsterdam alsmede Eindhoven werd ook weer zeer op prijs gesteld. In Eindhoven vindt de Vakantiecursus sinds 2020 plaats in het Academisch Genootschap Eindhoven (AGE) aan de Parklaan. Met dank aan het prachtige zomerweer kon er vrijdag buiten gediend worden en werden de pauzes door veel deelnemers aangegrepen om even van de zon te genieten en samen te discussiëren over de besproken stof.

### Oproep

Er zijn veel vaste deelnemers aan de Vakantiecursus, maar gelukkig zien we ook elk jaar nieuwe deelnemers. Vooral ook voor jongere leraren (<50 jaar) is de Vakantiecursus ideaal om even "bij te tanken" en samen met collega's te discussiëren over onderwerpen die, zoals Rainers stangenconstructies, mogelijk ook in de klas kunnen worden behandeld. Graag suggereren we dan ook om eens te overwegen een cursus bij te wonen. Elk thema is interessant, de sprekers zijn uitstekend en men leert er altijd van alles van. Ook voor niet-leraren is de cursus interessant, om in een aangename setting eens wat te leren over onderwerpen waar men weinig of niets van af weet. Ons vak wiskunde bevat zoveel prachtige resultaten, soms zeer onvermoed zoals weer eens werd aangetoond in de editie van 2021. De Vakantiecursus staat dan ook zeker open voor anderen dan leraren. Daarnaast kan men dan ook eens van gedachten wisselen met vaak zeer ervaren wiskundeleraren over het onderwijs in het VO. ☺



Theo Jansen demonstreert een mini-versie van een strandbeest



Kunstwerk van Ivo Schoofs tijdens het Glow-evenement in Eindhoven