

## Lodewijk Kallenberg

Mathematisch Instituut  
Universiteit Leiden  
kallenberg@math.leidenuniv.nl

## Ger Koole

Afdeling Wiskunde  
Vrije Universiteit Amsterdam  
ger.koole@vu.nl

## Floske Spieksma

Mathematisch Instituut  
Universiteit Leiden  
spieksma@math.leidenuniv.nl

## In Memoriam Arie Hordijk (1940–2021)

# Bevlogen wetenschapper met een diepgaand inzicht

Op 6 april 2021 overleed op 81-jarige leeftijd Arie Hordijk, emeritus hoogleraar aan de Universiteit Leiden, prominent onderzoeker in de stochastische beslissonde. Professor Hordijk studeerde wis- en natuurkunde aan de Vrije Universiteit Amsterdam en deed op het Mathematisch Centrum promotieonderzoek op het gebied van de dynamische programmering. Tevens was hij in deeltijd wetenschappelijk medewerker aan de VU. In 1976 werd hij aangesteld als hoogleraar mathematische beslissonde aan de universiteit van Leiden. Daar was hij bijna dertig jaar werkzaam, tot zijn emeritaat in 2005. Lodewijk Kallenberg, Ger Koole en Floske Spieksma, drie van zijn elf promovendi, beschrijven zijn leven en werk.

## Ouderlijk gezin en schoolopleiding

Arie Hordijk werd op 18 februari 1940 in Rockanje geboren, een badplaats op het Zuid-Hollandse eiland Voorne. De liefde voor het strand en de zee heeft zijn hele leven een grote rol gespeeld. Hij groeide op in een groot christelijk gezin van acht kinderen, waarvan Arie de vijfde was.

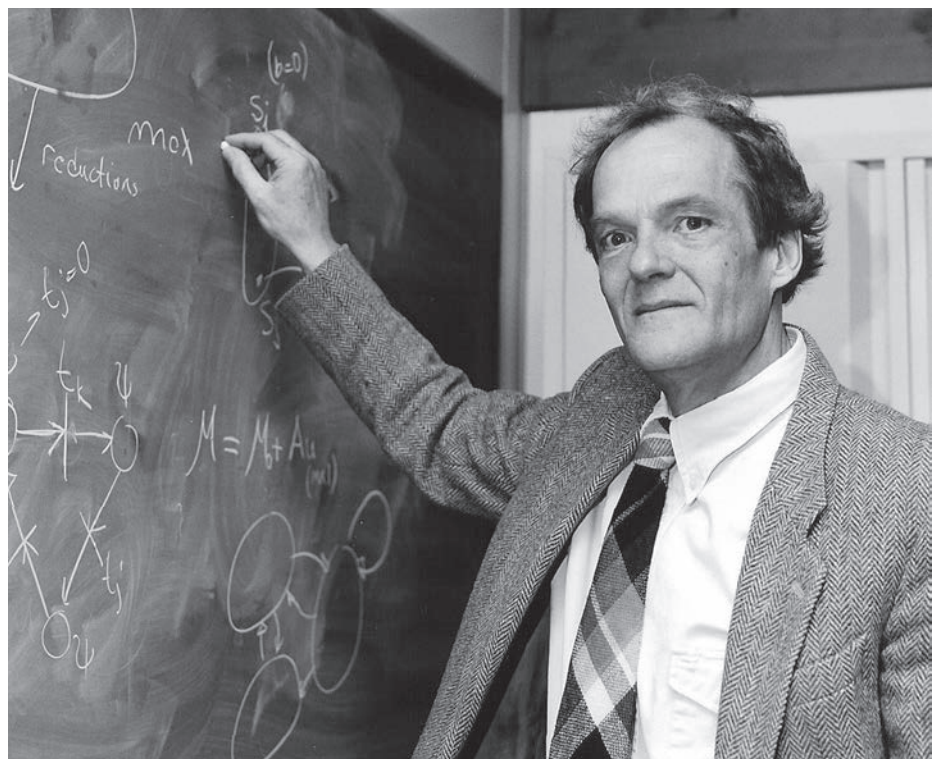
Arie ging in het nabijgelegen dorp Tinte naar de School met de Bijbel, een kleine tweemans lagere school, waarvan zijn vader hoofdonderwijzer was. Het gezin woonde op het terrein van de school, naast de gereformeerde kerk; als er geen dominee beschikbaar was dan stond vader Hordijk op de kansel. Toen vader hoofdonderwijzer werd in Krabbendijke (Zuid-Beverland), doorliep Arie daar de klassen 4, 5 en 6. Het gezin had het door langdurige ziekte van zowel vader als moeder financieel zwaar.

In Krabbendijke was als middelbaar onderwijs alleen een mulo. Reiskosten om in Goes of Middelburg naar een hbs te gaan kon het gezin niet opbrengen, zodat Arie in 1952 naar de christelijke mulo van zijn woonplaats ging.

De watersnoodramp van februari 1953 veranderde deze situatie. Met alle bewoners van het dorp werd ook het gezin Hordijk geëvacueerd. Vader had net begin 1953 een nieuwe baan aangenomen op een grotere school in Overschie bij Rotterdam, het

gezin keerde niet terug naar Krabbendijke maar werd tijdelijk verspreid over verschillende locaties in het land. Arie kwam terecht bij een oom en tante in Berkel en Rodenrijs en ging naar de eerste klas van de mulo in Rotterdam-Noord. Arie wilde graag

overstappen naar de hbs, maar dat vond zijn vader geen goed idee omdat Aries cijfers niet goed genoeg waren om toegelaten te worden tot de tweede klas van de hbs. Ook speelde het financiële aspect weer een rol omdat de hbs duurder zou uitpakken dan de mulo. Het lukte Arie, mede op voorspraak van zijn oudere broers, om zijn vader te laten instemmen met een overstap naar de hbs. Dat werd de Eerste Christelijke HBS in Rotterdam, waar Arie in de eerste klas moest beginnen. Inmiddels was het gezin weer herenigd en woonde het in Overschie. Arie kon de hbs met gemak aan en haalde op 9 juli 1958 het hbs B-diploma.



Arie Hordijk bij het schoolbord op zijn kamer, omstreeks 2003



Arie (rechts) met zijn broers en zussen

### Studie

Vooral de wiskunde had Aries belangstelling en hij wilde graag wis- en natuurkunde gaan studeren aan de Vrije Universiteit te Amsterdam. Vader Hordijk vond echter de kosten van daar op kamers wonen te hoog en wilde Arie niet anders behandelen dan zijn andere kinderen, waarvan sommigen de kosten voor hun opleidingen zelf hadden gedragen en anderen, die gingen werken, een deel van hun inkomsten moesten afdragen voor het kostbare onderhoud van grote gezin.

Opnieuw op voorspraak van de oudere broers werd toen het compromis bereikt dat Arie toch kon gaan studeren, maar aan de Technische Hogeschool in Delft, op 10 km van hun woonplaats Overschie. Arie kon dan thuis blijven wonen, wat een stuk goedkoper was.

In eerste instantie nam Arie dit voorstel met genoegen aan en begon in Delft de studie technische natuurkunde. Al in de eerste weken had hij er grote moeite mee dat in Delft geen wiskundeopleiding was. Hij voelde zich helemaal niet thuis op de TH: de sfeer was te technisch, er werd wel wiskunde gegeven, maar deze was in zijn ogen niet fundamenteel genoeg en te veel op de toepassing gericht.

Daarom wilde hij weg uit Delft en toch naar de Vrije Universiteit. Daarbij speelde ook mee dat hij met zijn hobby's cultuur en muziek in Amsterdam veel meer aan zijn trekken zou komen. Mede op basis van advies van zijn wiskundedocent heeft hij toen — tegen de zin van zijn vader — besloten om de overstap te maken naar de studie wis- en natuurkunde aan de VU. Hier voelde Arie zich wel thuis, maar deze overstap leidde thuis tot een serieus conflict en heeft de verhouding

met zijn vader gedurende lange tijd ernstig verstoord.

In Amsterdam moest Arie zelf rond zien te komen. Hij leefde van een beurs en enkele baantjes, waaronder bijles wiskunde aan middelbare scholieren en vakantiewerk bij Wagon-Lits. Vanuit huis kreeg hij geen toelage, maar zijn moeder gaf hem wel de nodige levensmiddelen en kleding. De verstoorde relatie werd na enige tijd redelijk hersteld en Arie kwam daarna in de week-ends (liftend) naar huis, vooral toen hij verkering kreeg met zijn latere vrouw Marina.

De studie wis- en natuurkunde ging de leergierige Arie uitstekend af, met meer afiniteit voor de wiskunde dan voor de natuurkunde. De colleges die hem het meest boeiden waren die van de hoogleraren P.C. Baayen, die het nieuwe vak topologie doceerde, en J.P. van Rooijen, die numerieke wiskunde gaf. Voor Arie was er maar één wiskunde: een scheidslijn tussen zuivere en toegepaste wiskunde was er in zijn ogen niet, alleen 'goede' en 'slechte' wiskunde.

Zijn eerste zelfstandig onderzoek stamt uit 1966. Het betrof topologische halflichamen en verscheen in 1967 in het *Nieuw Archief voor Wiskunde* [10]. In 1967 behaalde Arie cum laude zijn doctoraal en stond voor de keuze "wat nu?" Hij besloot naar het Mathematisch Centrum in Amsterdam (het huidige CWI) te gaan, waar hij, na overleg met Baayen, koos voor de groep Statistiek en Operations Research, die onder leiding stond van de hoogleraar statistiek J. Hemelrijk.

### Mathematisch Centrum

Op het Mathematisch Centrum kwam Arie in contact met Gijs de Leve, hoofd van de sectie Operations Research. De Leve deed als eerste in Nederland onderzoek op het nieuwe terrein van de Markovbeslissingstheorie en was bij Hemelrijk in 1964 gepromoveerd op het proefschrift *Generalized Markovian Decision Processes*. Gijs de Leve kan met Wim Cohen, de pionier op het gebied van de wachttijdtheorie, worden beschouwd als één van de twee 'founding fathers' van de stochastische besliskunde in Nederland.

Het onderwerp Markovbeslissingstheorie fascineerde Arie direct en hij bleef dit onderzoeksgebied zijn hele leven trouw. Daarnaast zou hij later ook andere onderdelen van de stochastische besliskunde intensief bestuderen en verrijken met diepe resultaten. Diepgang, niet alleen in wis-

kundig onderzoek maar ook op andere terreinen, was een kenmerkende eigenschap van Arie Hordijk.

Voor eindige toestandsruimten was de Markovbeslissingstheorie in het begin van de zestiger jaren al deels ontwikkeld, maar voor oneindige toestandsruimten lag het terrein grotendeels open. Eerst met Henk Tijms en later ook met Awi Federgruen, beiden ook verbonden aan het Mathematisch Centrum, stortte Arie zich met succes op dit onderzoek.

Naast zijn inspirerende werkkring op het Mathematisch Centrum werd Arie Hordijk in 1971 aan de Vrije Universiteit aangesteld als wetenschappelijk medewerker. Daar gaf hij colleges in kansrekening, statistiek en besliskunde.

Ook in Eindhoven werd aan Markovbeslissingstheorie gewerkt. Dit gebeurde in eerste instantie door Jaap Wessels, die in 1968 bij Jacques Benders was gepromoveerd op het proefschrift *Decision Rules in Markovian Decision Problems with Incomplete Known Transition Probabilities*. Hordijk, Tijms en Wessels zijn, na De Leve en Cohen, de wetenschappelijke tweede generatie van de Nederlandse stochastisch besliskundigen.

### Promotie en Stanford

Het onderzoek van Hordijk leidde tot zijn dissertatie *Dynamic Programming and Markov Potential Theory* [11], dat hij onder supervisie van de hoogleraren Theo Runnenburg (UvA) en John Bather (University of Sussex) schreef en op 16 januari 1974 succesvol verdedigde. Het is met ruim 300 citaties het meest geciteerde werk van Hordijk. Dit proefschrift ging over de existentie van optimale strategieën voor verschillende optimaliteitscriteria, met name totale en gemiddelde opbrengsten. Hiervoor gebruikte Hordijk begrippen als excessieve en Lyapunov-functies en potentiaal. Ook werden in deze dissertatie communicerende en recurrente systemen en stoptijden bestudeerd.

Een van de stellingen bij zijn proefschrift was typerend voor Amsterdam in de zeventiger jaren en luidde: "De metrobouw in Amsterdam is een stadsondermijnende activiteit."

Hordijks resultaten betroffen onder andere een generalisatie van onderzoek van Arthur F. Veinott Jr. (Stanford University). Veinott nodigde Arie uit om in het najaar van 1974 als visiting associate professor

naar Stanford te komen. Dit leidde tot een verdere verdieping van Aries werk aan Lyapunov functies voor regeneratieve Markov-beslissingsproblemen [12]. Hier ontmoette hij ook Donald L. Iglehart en Rolf Schassberger, met wie Hordijk een van zijn meest geciteerde artikelen schreef [17]. Het betrof het gebruik van de regeneratieve methode om simulaties van continue Markovketens te analyseren.

### Leiden

In 1976 werd Arie, als opvolger van Guus Zoutendijk, benoemd tot hoogleraar in de mathematische besliskunde aan de Rijksuniversiteit van Leiden. Hij zou tot aan zijn emeritaat in 2005 verbonden blijven aan het Mathematisch Instituut.

### Onderwijs

Hordijk heeft niet alleen op het gebied van de besliskunde onderwijs gegeven, maar ook op dat van de grafentheorie en de discrete wiskunde.

Discrete wiskunde was in Leiden een nieuw vak en Arie heeft hiervoor samen met zijn in die tijd enige medewerker Lodewijk Kallenberg een dictaat gemaakt met onderwerpen als combinatoriek, enumeratie en matroïden. Ook voor het college grafentheorie werd door hen een nieuw dictaat samengesteld.

Op het gebied van de stochastische besliskunde werden door Hordijk de colleges wachttijdtheorie en stochastische dynamische programmering gegeven. Vooral dit laatste college had een echt 'state of the art'-karakter, waarvoor Arie een prachtig en met de hand geschreven dictaat had gemaakt. De deterministische besliskunde ging met name over lineaire en niet-lineaire programmering. Na haar promotie in 1990 kwam Floske Spieksma als medewerker de groep van Hordijk versterken.

Hoewel de absolute studentenaantallen in de periode 1975–2005 niet erg groot waren, was er relatief veel belangstelling van studenten voor de besliskunde. Op een gegeven moment was er zelfs sprake van een 'numerus fixus' voor het aantal afstudeerders. Arie heeft een groot aantal studenten begeleid bij het schrijven van hun bachelor- of doctoraal scriptie. Het zullen er tussen de 150 en 200 zijn geweest.

De colleges van Hordijk waren altijd uitstekend voorbereid en alles werd overzichtelijk in een fraai handschrift op het brede schoolbord uitgeschreven. Hij kwam per

trein naar Leiden, was meestal rond 9.30 uur op het instituut — colleges gaf hij daarom bij voorkeur pas na 11 uur — en vertrok weer rond 17.30 uur. Donderdag was zijn 'thuisdag', vooral ingesteld om in alle rust overdag te kunnen werken, waarna hij 's avonds met zijn vrouw Marina naar het zangkoor ging.

### Onderzoek algemeen

Het onderzoek van Arie Hordijk was fundamenteel, breed en diepgaand. Het betrof het hele spectrum van de stochastische besliskunde, met de nadruk op Markov(beslissings)ketens, Markovspelen en wachttijdtheorie.

De onderliggende processen waren zowel discreet als continu, met zowel eindige als oneindige toestandsruimte. Zijn brede wiskundige achtergrond kwam daarbij uitstekend tot zijn recht. Ook wist hij snel nieuwe gebieden te doorgronden.

Wim Cohen, Arie Hordijk, Henk Tijms en Jaap Wessels hebben ervoor gezorgd dat Nederland vanaf het begin internationaal in de frontlinie een vooraanstaande rol speelde op het terrein van de stochastische besliskunde en de wachttijdtheorie. Zij, hun leerlingen en inmiddels al weer een volgende generatie hebben bewerkstelligd dat dit nog steeds het geval is.

Al in de zeventiger jaren hebben bovengenoemde pioniers via colloquia en de Lunteren-conferenties de Nederlandse community op dit gebied met elkaar in contact gebracht en gestimuleerd. Deze activiteiten bestaan nog steeds en werpen hun vruchten nog altijd af.

### Promovendi

Het samenwerken met één andere onderzoeker deed Arie het liefst en zijn promovendi hebben hier dankbaar gebruik van kunnen maken. Wekelijkse sessies van enkele uren voor het schoolbord op zijn kamer waren geen uitzondering. In de periode 1976 tot 2003 heeft hij elf promovendi gehad, dus ongeveer elke tweeënhalve jaar één.

Aries eerste promovendus was Frank van der Duyn Schouten [jaar van promotie: 1979], die als student zijn colleges kansrekening en statistiek volgde aan de Vrije Universiteit en vervolgens onder leiding van Arie in een promotieproject werkte aan Markovprocessen met een continue tijdparameter. Dit onderzoek [6] omvat de bestudering van zwakke convergentie van processen met discrete tijdparameter naar processen met een continue tijdparameter waardoor structuur van optimale strategieën kan worden overgedragen.

Lodewijk Kallenberg [1980] promoveerde op lineaire programmering voor eindige stochastische beslissingsproblemen, met name Markovbeslissingsproblemen voor diverse optimaliteitscriteria en Markovspelen, zowel zonder als met extra beperkingen [27]. Onder andere werd het openstaande probleem of het multichain-model met één LP-probleem kon worden opgelost bevestigend beantwoord.

Het onderzoek met Nico van Dijk [1983] was enerzijds een voortzetting van dat met Frank van der Duyn Schouten over convergentie-eigenschappen van discrete benaderingen voor continue processen.



1982: boven Arie Hordijk, Rommert Dekker, Lodewijk Kallenberg, Ted Hill, Nico van Dijk; onder Ad Ridder en de partner van Osaki (een gast van Hordijk die de foto heeft genomen).



Daarnaast werden netwerken van wachtrijen bestudeerd, met name insentiviteits-eigenschappen [5].

Met Rommert Dekker [1985] werd een elegante theorie ontwikkeld, gebaseerd op bepaalde lineaire operatoren op geschikte Banachruimtes, voor problemen met aftelbare toestandsruimte, compacte actieverzamelingen, onbegrensde opbrengsten en met meer gevoelige criteria [4]. Hiervoor werd een Laurent-reeksontwikkeling opgesteld die lexicografisch werd geoptimaliseerd.

Het onderzoek met Ad Ridder [1987], zijn vijfde promovendus, betrof de wachttijdtheorie. Voor complexe systemen is het vaak ondoenlijk om bepaalde prestatiegrootheden exact te bepalen. Het vinden van (goede) afschattingen is in zo'n geval de uitdaging, waarbij stochastische ongelijkheden een oplossing kunnen bieden. Dit was het onderwerp van dit promotieonderzoek [35].

Met Floske Spieksma [1990] werkte Arie aan geometrische ergodiciteit voor aftelbare Markovketens en meerdimensionale wachtrijmodellen [36]. Hiervoor werd het begrip sterke convergentie ingevoerd en aangetoond dat uniform sterke convergentie equivalent is met uniform sterke recurrentie. Uitgaande van uniform sterke recurrentie werd de convergentie bewezen van de methode van successieve approximatie voor gemiddelde opbrengsten in multichain-modellen. Ook werd met een tegenvoorbeeld aangetoond dat limieten van verdisconteerde optimale strategieën niet altijd Blackwell-optimaal zijn.

Arie heeft met zijn promovendi niet alleen aan theoretische modellen gewerkt, maar ook aan toepassingen. Bij toepassingen is het van belang eenvoudig te hantieren optimaliteitsregels te vinden. Zo'n regel is bijvoorbeeld dat het bij wachttijdproblemen met één bediende en verschillende wachtrijen voor bepaalde kostenfuncties, zoals het verwachte aantal klanten in het systeem, optimaal is om prioriteit te geven aan de kortste (of langste) wachtrij. Een ander voorbeeld is de optimaliteit van de zogenaamde  $\mu c$ -regel, waarbij de klant met het hoogste product van een wegingsfactor  $c_i$  en een bedieningsparameter  $\mu_i$  als eerste wordt bediend. Het onderzoek met Ger Koole [1992] is een mooi voorbeeld van zo'n toepassingsgericht onderzoek [28]. In zijn proefschrift worden zowel modellen waarin klanten aan een wachtrij



Een door Arie gemaakt schilderij met als titel 'Wiskunde'

moeten worden toegewezen als modellen waarin bedienden aan een bepaalde wachtrij worden toegewezen, besproken.

Bij Markovbesluitingsproblemen wordt in het algemeen aangenomen dat de relevante informatie over het proces volledig bekend is. In de praktijk is dat vaak niet (volledig) het geval. Het analyseren van dergelijke problemen met gedeeltelijke informatie was het onderzoek van Anneke Loeve [1995] [32]. Hierin wordt onder andere een successieve approximatiemethode opgesteld, waarmee een lokaal optimale periodieke strategie kan worden bepaald voor niet-verdisconteerde kosten. Dit resultaat wordt toegepast op modellen uit de wachttijdtheorie.

De negende promovendus was Olaf Passchier [1996], die Markovspelen bestudeerde. In zijn proefschrift [33] werd een algemene aanpak voor het twee-personen nul-somspel besproken en werd dit toegepast op een wachtrijprobleem. Een ander resultaat was dat de Puisseux-reeksontwikkeling voor verdisconteerde opbrengsten niet altijd bestaat.

Arie Hordijk, met medepromotor Rob Tijdeman, begeleidde Dinard van der Laan [2003] bij het bestuderen van het optimaal routeren van aankomende taken bij een wachtrijstelsel met parallelle wachtrijen, waarbij iedere wachtrij zijn eigen bediende heeft. Voor dit model zijn deterministische, statische routeringsstrategieën onderzocht. In dit proefschrift [29] spelen periodieke rijtjes met nullen en enen, en ook multi-modulaire functies een belangrijke rol.

Met zijn elfde en laatste promovendus, Nicolay Popov [2003], bestudeerde Hordijk praktische methoden om *large deviation bounds* te berekenen voor meerdimensionale *random walks*. Hierbij speelden de door Arie gedurende zijn gehele loopbaan met veel succes toegepaste Lyapunov-functies weer een grote rol. De resultaten van dit onderzoek vinden toepassingen in de wachttijdtheorie [34].

Van het onderzoek met zijn promovendi heeft Arie zeer genoten. Het was vaak de klassieke meester-leerlingverhouding, waarin Arie zijn ruwe ideeën over een mogelijke oplossing van een bepaald probleem

schetste en er enorm van kon genieten als dat werd begrepen en uitgewerkt tot het gewenste resultaat. Hij stimuleerde zijn leerlingen en spoorde hen aan om samen met hem de resultaten te publiceren. Dit heeft geleid tot 78 artikelen, waarvan de meeste in vooraanstaande wetenschappelijke tijdschriften zijn verschenen. Ook was hij er trots op dat zes van zijn promovendi hoogleraar werden (Frank van der Duyn Schouten, Lodewijk Kallenberg, Nico van Dijk, Rommert Dekker, Ger Koole en recentelijk Floske Spieksma), hoewel de anderen hem evenzeer lief waren. Arie vond het leuk ook na hun promotie contact te houden met zijn wetenschappelijke kinderen. Zo organiseerde Arie een aantal keren een zeildag met hen, waarbij hij gekleed ging in een typisch zeventigerjaren spijkerpak.

#### *Samenwerking met andere onderzoekers*

Arie Hordijk heeft — naast met zijn promovendi — ook altijd met andere onderzoekers samengewerkt. In de eerste helft van de zeventiger jaren op het Mathematisch Centrum was dat vooral met Henk Tijms en Awi Federgruen. Zij onderzochten met name existentie en convergentie voor discrete en continue Markovbeslissingsprocessen met een aftelbare toestandsruimte en met gemiddelde opbrengsten. Dit onderzoek leidde tot een aantal artikelen, zoals [7].

Ook met buitenlandse collega's werd in die periode samengewerkt: met Paul Schweitzer (Rochester) aan het asymptotische gedrag voor aftelbare Markovbeslissingsprocessen met totale kosten [23], met de al eerder genoemde Donald Iglehart en Rolf Schassberger over simulatie [17] en met Karel Sladky (Praag) aan problemen met meer gevoelige optimaliteitscriteria [24].

Op het Mathematisch Centrum en in Eindhoven werkten jonge mensen als Kees van Hee, Jan van der Wal, Koos Vrieze en Gerard Wanrooij ook aan Markovbeslissingsprocessen en Markovspelen. De contacten die Arie met hen had, leidden tot diverse gezamenlijke publicaties op dat gebied.

Ted Hill (Georgia Tech) en Jean Lasserre (LAAS-CNRS, Toulouse) waren regelmatige bezoekers van het Mathematisch Instituut in Leiden. Arie werkte met Hill aan optimaal stopproblemen [9] en met Lasserre aan lineaire programmering voor Markovbeslissingsproblemen met aftelbare toestandsruimte [21]. Anderen die Leiden bezochten om met Hordijk samen te werken

waren Martin Puterman (British Columbia Canada) [22] en Ulrich Rieder (Ulm).

Arie bracht rond 1995 een jaar door in INRIA in het Zuid-Franse Sophia Antipolis, waar hij met Eitan Altman en Bruno Gaujal aan stochastische netwerken werkte. In dit onderzoek speelde het begrip multimodulariteit een cruciale rol. Deze samenwerking leidde niet alleen tot een aantal artikelen, maar ook tot een boek [14].

Na de perestrojka was het weer mogelijk om met Russische onderzoekers samen te werken. Alexander Gajrat kwam in 1997 uit Moskou als postdoc een jaar naar Leiden. Met hem deed Arie onderzoek naar zogenaamde *fluid approximations*, zowel voor Markovbeslissingsketens als voor wachtrijproblemen [8]. Bij dit werk speelden polyhedrale convexe kegels een essentiële rol.

In die periode pakte Arie met de Russische onderzoekers Alexander Yushkevich en Alexander Borovkov de draad weer op met onderzoek naar gevoelige criteria voor Markovbeslissingsproblemen. Met Yushkevich werden resultaten verkregen voor Blackwell-optimaliteit in problemen met een Borel-toestandsruimte en onbegrensde opbrengsten [26]. Met Alexander Borovkov deed Hordijk onderzoek naar ergodiciteit van Markovketens [3]. Ook Sheldon Ross behoorde tot Aries regelmatige gasten. Ross en Borovkov bezetten respectievelijk in 1989 en 1999 de Kloostermanleerstoel in Leiden.

De laatste persoon met wie Arie intensief heeft samengewerkt was Bernd Heidergott van de Vrije Universiteit. Dit contact begon rond de eeuwwisseling en duurde tot Aries laatste levensfase, waar zij samen in Castricum aan de keukentafel wiskunde beoefenden. Deze samenwerking was een klassieke meester-leerlingverhouding, zo liet Bernd ons weten, en heeft meer dan tien artikelen opgeleverd. Het onderzoek betrof onder andere de reeksontwikkeling en approximaties van de deviatiematrix voor continue Markovketens [31] en ook perturbatie-analyse voor wachttijden [30]. De laatste publicatie van Hordijk was met Heidergott en Aries neef Wim Hordijk. Dit laatste vond Arie heel bijzonder en deed hem veel genoegen [16].

Uit het bovenstaande blijkt het brede spectrum waarop Arie Hordijk werkzaam en productief is geweest. Dit heeft geleid tot een viertal boeken, waaronder een monografie en 150 publicaties. Van deze publi-

caties staan er 13 uitsluitend op zijn eigen naam, 76 samen met promovendi en 61 met andere co-auteurs. Zijn tien meest geciteerde artikelen zijn (in afnemende volgorde van het aantal citaties, dat van ruim driehonderd tot honderd loopt): [11, 18, 1, 2, 19, 17, 15, 20, 25, 14].

#### *Tweehonderd jaar WG*

In 1978 bestond het Wiskundig Genootschap tweehonderd jaar. Bij dit jubileum was Arie Hordijk een van de uitgenodigde sprekers. Zijn voordracht 'From linear to dynamic programming via shortest paths' [13] was een prachtig verhaal waarin het verband tussen lineaire programmering, dynamische programmering en kortste paden op originele wijze uit de doeken werd gedaan.

#### *Van Dantzig Prijs*

Op grond van zijn indrukwekkend onderzoek op het gebied van de Operations Research werd aan Arie Hordijk in 1980 de prestigieuze Van Dantzig Prijs toegekend, de hoogste onderscheiding binnen de Nederlandse Statistiek en Operations Research, die in 1970 is ingesteld en sindsdien eens in de vijf jaar wordt toegekend.

#### *Redactiewerk*

Hordijk was een zeer gewaardeerd redacteur van de tijdschriften *Mathematics of Operations Research*, *Applied Probability*, *Mathematical Methods of Operations Research* en *Probability in the Engineering and Informational Sciences*. Hij heeft dit werk vele jaren en uiterst consciëntieus gedaan.



Arie geeft een lezing, omstreeks 1980



### Organisatorische zaken

Hordijk had een hekel aan de meeste organisatorische zaken, die hij maar zonde van zijn tijd vond. Hij zocht dit daarom bepaald niet op, maar als op hem een beroep werd gedaan en hij dat redelijk achtte, dan was hij bereid dit werk op zich te nemen.

Organisatorische zaken op het gebied van de stochastische beslissonde deed hij wel met genoegen. Hij was projectleider van de Stochastische Beslissonde binnen het Stieltjes Instituut, medeorganisator van drie workshops die op het Lorentz Centrum in Leiden werden gehouden en van drie Oberwolfach workshops Applied Probability (1994, 1998 en 2003). Bij deze laatste bijeenkomsten was Arie de initiatiefnemer van de populaire muziekkavonden op de donderdag.

### Privéleven

De diepgang die Arie aan de dag legde in de wiskunde was ook typerend voor de activiteiten die hij in zijn privéleven ontplooi- de. Hij was een enthousiast fietser, wandelaar en liefhebber van de prachtige duinen, zee en strand in zijn woonomgeving. Kunst en cultuur, met name het zingen en later het schilderen en dichten, waren zijn echte passie. Vrijwel zijn hele leven zong Arie in een koor, samen met zijn vrouw Marina. Dit alles deed hij met een enorme intensiteit en ook op deze gebieden wilde hij het 'naadje van de kous' weten.

Rond zijn pensionering in 2005 werd Arie getroffen door de ziekte van Parkinson. Dit belemmerde hem niet vanuit zijn zo geliefde huis in Castricum actief te blijven in de wetenschap. Ook het zingen was in deze

moeilijke levensfase een grote steun. Toen hij niet meer naar het koor kon, liet hij een professionele zangeres thuis komen.

De laatste jaren van zijn leven ging Arie steeds meer op in zijn hobby's schilderen en dichten. Vele schilderijen heeft hij gemaakt, de meeste hadden als onderwerp 'duinen en zee'. Op de overlijdensannonce stond zijn gedicht *Op het stille strand*.

Met zijn heengaan verliezen wij een markante persoonlijkheid, een gedreven en excellent wetenschapper, die in zijn leven — van jong tot oud — zijn eigen, soms eigenzinnige, keuzes bewust en weloverwogen heeft gemaakt. ☾

Met dank aan Ad Hordijk (broer) en Erik Hordijk (zoon) voor informatie over Aries jeugd en voor enkele foto's.

### Referenties

- E. Altman, B. Gaujal en A. Hordijk, Multimodularity, convexity, and optimization properties, *Mathematics of Operations Research* 25 (2000), 324–347.
- E. Altman, B. Gaujal en A. Hordijk, Balanced sequences and optimal routing, *Journal of the ACM* 47 (2000), 752–775.
- A. A. Borovkov en A. Hordijk, Characterization and sufficient conditions for normed ergodicity of Markov chains, *Advances in Applied Probability* 36 (2004), 227–242.
- R. Dekker, *Denumerable Markov Decision Chains: Optimal Policies for Small Interest Rates*, proefschrift Universiteit Leiden, 1985.
- N. M. van Dijk, *Controlled Markov Processes: Time-Discretization; Networks of Queues*, proefschrift Universiteit Leiden, 1983.
- F. A. van der Duyn Schouten, *Markov Decision Processes with Continuous Time Parameter*, proefschrift Universiteit Leiden, 1979.
- A. Federgruen, A. Hordijk en H. C. Tijms, Denumerable state semi-Markov decision processes with unbounded costs, average cost criterion, *Stochastic Processes and their Applications* 9 (1979), 223–235.
- A. Gajrat en A. Hordijk, Fluid approximation of a controlled multiclass tandem network, *Queueing Systems* 35 (2000), 349–380.
- Th. P. Hill en A. Hordijk, Selection of order of observation in optimal stopping problems, *Journal of Applied Probability* 22 (1985), 177–184.
- A. Hordijk, Axiom systems for topological semifields, *Nieuw Archief voor Wiskunde* 3/15 (1967), 140–145.
- A. Hordijk, Dynamic programming and Markov potential theory, *Mathematical Central Tract* 51 (1974), second edition (1977).
- A. Hordijk, Regenerative Markov decision models, *Mathematical Programming Studies* 6 (1975), 49–72.
- A. Hordijk, From linear to dynamic programming via shortest paths, *Proceedings of the Bicentennial of the Wiskundig Genootschap, MC Tract* 101 (1979), 213–231.
- A. Hordijk, E. Altman en B. Gaujal, *Discrete-Event Control of Stochastic Networks: Multimodularity and Regularity*, Lecture Notes in Mathematics 1829, Springer, Berlin, 2003.
- A. Hordijk en N. van Dijk, Networks of queues, in: *Modelling and Performance Evaluation Methodology*, Lecture Notes in Control and Information Sciences 60 (1984), 151–205.
- W. Hordijk, A. Hordijk en B. Heidergott, A genetic algorithm for finding good balanced sequences in a customer assignment problem with no state information, *Asia-Pacific Journal of Operational Research* 32 (2015), 1550015.
- A. Hordijk, D. L. Iglehart en R. Schassberger, Discrete time methods for simulating continuous time Markov chains, *Advances in Applied Probability* 8 (1976), 772–788.
- A. Hordijk en L. C. M. Kallenberg, Linear programming and Markov decision chains, *Management Science* 25 (1979), 352–262.
- A. Hordijk en L. C. M. Kallenberg, Constrained undiscounted stochastic dynamic programming, *Mathematics of Operations Research* 9 (1984), 276–289.
- A. Hordijk en G. Koole, On the optimality of the generalized shortest queue policy, *Probability in the Engineering and Informational Sciences* 4 (1990), 477–487.
- A. Hordijk en J. B. Lasserre, Linear programming formulation of MDP's in countable state space: the multichain case, *Mathematical Methods of Operations Research* 40 (1994), 91–108.
- A. Hordijk en M. L. Puterman, On the convergence of policy iteration in finite state undiscounted Markov decision processes: the unichain case, *Mathematics of Operations Research* 12 (1987), 163–1176.
- A. Hordijk, P. J. Schweitzer en H. C. Tijms, The asymptotic behavior of the minimal total expected cost for the denumerable state Markov decision model, *Journal of Applied Probability* 12 (1975), 298–305.
- A. Hordijk en K. Sladky, Sensitive optimality criteria in countable state dynamic programming, *Mathematics of Operations Research* 2 (1977), 1–14.
- A. Hordijk en F. Spieksma, Constrained admission control to a queueing system, *Advances in Applied Probability* 21 (1989), 409–431.
- A. Hordijk en A. A. Yushkevich, Blackwell optimality, Chapter 8 in: *Handbook of Markov Decision Processes: Methods and Applications*, Kluwer, 2002.
- L. C. M. Kallenberg, *Linear Programming and Finite Markovian Control Problems*, proefschrift Universiteit Leiden, 1980.
- G. M. Koole, *Stochastic Scheduling and Dynamic Optimization*, proefschrift Universiteit Leiden, 1992.
- D. A. van der Laan, *The Structure and Performance of Optimal Routing Sequences*, proefschrift Universiteit Leiden, 2003.
- H. Leahu, Bernd Heidergott and Arie Hordijk: Perturbation analysis of waiting times in the G/G/1 queue, *Discrete Event Dynamic Systems* 23 (2013), 277–305.
- N. Leder, B. Heidergott en A. Hordijk, An approximation approach for the deviation matrix of continuous-time Markov processes with application to Markov decision theory, *Operations Research* 58 (2010), 918–932.
- J. A. Loeve, *Markov Decision Chains with Partial Information*, proefschrift Universiteit Leiden, 1995.
- O. Passchier, *The Theory of Markov Games and Queueing Control*, proefschrift Universiteit Leiden, 1996.
- N. V. Popov, *Analysis of Face-Homogeneous Random Walks on Low Dimensional Lattices*, proefschrift Universiteit Leiden, 2003.
- A. Ridder, *Stochastic Inequalities for Queues*, proefschrift Universiteit Leiden, 1987.
- F. M. Spieksma, *Geometrically Ergodic Markov Chains and the Optimal Control of queues*, proefschrift Universiteit Leiden, 1990.