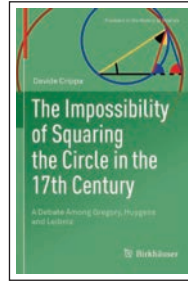


# Boekbesprekingen

| Book Reviews

Redactie: Hans Cuypers en Hans Sterk

Review Editors NAW - MF 7.092  
 Faculteit Wiskunde & Informatica  
 Technische Universiteit Eindhoven  
 Postbus 513  
 5600 MB Eindhoven  
[reviews@nieuwarchief.nl](mailto:reviews@nieuwarchief.nl)  
[www.win.tue.nl/wgreview](http://www.win.tue.nl/wgreview)



Davide Crippa

**The Impossibility of Squaring the Circle in the 17th Century**  
**A Debate Among Gregory, Huygens and Leibniz**

*Birkhäuser, 2019*

*viii + 184 p., prijs €49,04*

*ISBN 9783030016371*

Het voorliggende boek is tot stand gekomen door ondersteuning van het postgraduate project 'Bolzano and the Foundations of Analysis: A Sociological Exploration'. De ondertitel van het boek luidt 'A Debate Among Gregory, Huygens and Leibniz'. Deze twee zinnen geven meteen al wat informatie prijs over datgene wat de lezer kan verwachten.

Het centrale thema van de kwadratuur van de cirkel is uiteraard overbekend in brede kring. Zie in dit verband bijvoorbeeld ook het boek *Passermeetkunde* van prof.dr. S.C. van Veen uit 1951. Wat kan dit boek van Crippa daaraan nog toevoegen? De ondertitel maakt nieuwsgierig. Natuurlijk zijn de drie namen daarin eveneens overbekend en bij historici ook de verbanden tussen die drie. Maar toegespitst op het onderwerp van het boek wordt het al specifieker en de groep ingewijden wordt daarmee steeds kleiner. De namen geven aan dat we ons in de zeventiende eeuw bevinden. Een *thrilling* periode die we van oudsher de Gouden Eeuw noemden, maar vanwege allerlei contemporaine kritiek op handelingen in het verleden moet dat 'Gouden' er voor velen af. In ieder geval was het een periode vol van ontdekkingen en in de wetenschap vol van ontwikkelingen die hun weerga tot dan toe niet kenden. Natuurlijk streelt het onze ijdelheid dat we onder dit drietal een van onze grootste geleerden aantreffen (of was hij de grootste?): Christiaan Huygens. Met het 'debat' tussen de drie zitten we dan in de tweede helft van de zeventiende eeuw.

De term 'kwadratuur' gebruiken we zoals bekend voor het bepalen van de oppervlakte onder vlakken begrensd door zekere krommen. En wel specifiek door middel van constructies met passer en liniaal (erfenis uit de oudheid) van vierkanten en dergelijke. De schrijver breidt de in de titel genoemde cirkel al in het begin uit met ellips en hyperbool en noemt dit drietal 'centrale kegelsneden', namelijk die sneden met een middelpunt.

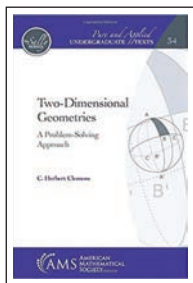
Over deze centrale kegelsneden publiceerde James Gregory tussen 1667 en 1676 zijn *Vera Circuli et Hyperbolae Quadrature*. Hij concludeerde dat de kwadratuur van centrale kegelsneden met genoemde elementaire middelen niet mogelijk was. Vrij snel na de publicatie ontspon zich in wetenschappelijke kring een levendige discussie over het thema, waar Leibniz vol vuur aan meedeed en onze Huygens eveneens zijn steentje aan bijdroeg. Het is buitengewoon instructief om kennis te nemen van de gevoerde discussies. Zeker ook om te lezen op welke wijze men elkaar attaqueerde: moderne felle woordenwisselingen zijn er niets bij. De zeeën gingen soms zeer hoog, zozeer zelfs dat bijvoorbeeld Huygens op zeker moment weigerde om verder met Gregory in discussie te gaan. Maar niet alleen vanuit historisch oogpunt is het belangwekkend om de ontwikkeling van het debat te volgen, zeker ook vanuit wetenschappelijk oogpunt is dit het geval. De discussie ging over zulke fundamentele kwesties dat deze in de huidige tijd nog hun echo's laten horen. Het ging namelijk in feite over het aantonen

van een onmogelijkheid: ontkenning van de existentiële bewering dat  $\pi$  een rationaal getal zou zijn. En dat is, zoals we weten, fundamenteel moeilijker dan het omgekeerde. In de tijd gezien heeft deze discussie een grote bijdrage geleverd aan de ontwikkeling van de wiskunde. Culminerend in de negentiende eeuw met het werk van Lindemann en het werk van vele anderen op het terrein van hogeregraadsvergelijkingen: zij tamboereren allen op dit belangrijke epistemologische thema. En ze hebben onveranderlijk tot fundamentele ontwikkelingen geleid.

Daarmee is het niet alleen gemakkelijk om in dit boek de discussies te lezen, of om de bronnen van de epistemologie beter te kunnen zien, alsook om de ten tonele gevoerde personen met hun hebbelijkheden en onhebbelijkheden beter te leren kennen, maar ook om te zien hoe de wetenschap op zijn grondvesten kan schudden. In de woorden van de schrijver: "If the circle-squaring problem was unsolvable through finite algebraic methods, then the very meaning of exactness in geometry would have to be rethought and its bounds renegotiated." Onze voorgangers worstelden met dezelfde problemen als wij; dat maakt bescheiden en daarmee komen onze voorgangers dichterbij. De lessen van Descartes hadden tot de overtuiging geleid dat de algebra volledig was in relatie tot de meetkunde. De vraag die onder het gehele zeventiende eeuwse debat lag over het kwadratuurprobleem kan als volgt worden samengevat: kunnen eindige veeltermvergelijkingen willekeurig ieder meetkundig probleem beschrijven? Een probleem dat inderdaad een *thrilling* teweegbracht.

De schrijver presenteert het geheel buitengewoon helder en nauwkeurig, vele verwijzingen en annotaties zijn in het werk opgenomen. Het is dan ook een bewerking van zijn dissertatie over dit onderwerp. Het boek hoort in iedere universiteitsbibliotheek een plaats te krijgen en is mijns inziens een must zowel voor studenten wetenschapsgeschiedenis, met name in die van de wiskunde en de wijsbegeerte, als voor wiskundigen. Het is een genot om dit boek te lezen.

Wim Kleijne



C. Herbert Clemens

**Two-Dimensional Geometries  
A Problem-Solving Approach**

American Mathematical Society, 2019

vii + 142 p., prijs \$89.00

ISBN 9781470447601

Dit boek is bedoeld als een eerste inleiding in de meetkunde, geschreven voor niveau eind middelbare school en begin universiteit. De opzet van de tekst is gebaseerd op het bekende motto van George Polya, wiens boek *How to solve it* een all time klassieker is voor de didactiek van wiskunde: "Mathematics, you see, is not a spectator sport. To understand mathematics means to be able to do mathematics. And what does it mean to be doing mathematics? In the first place, it means to be able to solve mathematical problems." Er staan in de 132 bladzijden van het boek van Clemens maar liefst 171 opgaven, met als doel dat men zelf flink moet oefenen. Niks mis met dit uitgangspunt.

De meetkunde hier is tweedimensionale meetkunde, te weten NG, EG, SG en HG voor Neutral, Euclidean, Spherical en Hyperbolic Geometry. Neutrale meetkunde is meetkunde met de axioma's van Euclides behalve het laatste, het parallellenpostulaat. Het zal later blijken euclidische of hyperbolische meetkunde te zijn. In hoofdstuk 2 wordt enige aandacht besteed aan de axiomatic, maar de behandeling daarvan is niet altijd even helder van opzet. We hebben een vlak met punten en lijnen, maar bij Axioma 2 blijkt er ook een afstandsbelegrip nodig. Klaarblijkelijk onderkent de schrijver mijn beginnende verwarring, want als laatste zin bij Axioma 2 staat: "This axiom and definition stuff is not as easy as it may seem!" Twee bladzijden verder lezen we: "Implicit in the axioms of neutral geometry is the existence of (a group of) rigid motions. That is, it is assumed that for any point  $\hat{A}$  and each vector (i.e. direction)  $\hat{V}$  emanating from  $\hat{A}$ , and given any second point  $\hat{B}$  and any vector  $\hat{W}$  emanating from  $\hat{B}$ , there exists a rigid motion  $\hat{M}$  such that  $\hat{M}$  takes  $\hat{A}$  to  $\hat{B}$ , and direction  $\hat{V}$  to direction  $\hat{W}$ ." In de aansluitende opgave wordt gevraagd: "Give an example of a rigid motion that takes (1,2) to (3,5) and the tangent vector (1,0) emanating from (1,2) to the tangent vector (0,1) emanating from (3,5)."

Het is mij nu onduidelijk welke voorkennis bij de lezer wordt verondersteld. Bekendheid met het euclidisch coördinatenvlak? Maar als we in navolging van Descartes met coördinaten werken (en daarbij meetkunde tot algebra reduceren) zou het dan niet voor de hand liggen dat cartesische vlak in te voeren, de axioma's van Euclides als eigenschappen ervan te controleren, en de vraag te stellen of er nog andere meetkunde met die axioma's mogelijk is? Moet het begrip groep enigszins bekend zijn? Is vector en richting echt hetzelfde? En zo vraag ik me verwonderd af, waarom er nu plots overal een dakje op staat, terwijl dat bij de euclidische axioma's nog niet het geval was?

In hoofdstuk 5 wordt de oppervlakte van een bol met straal  $R$  berekend volgens de methode van Archimedes, terwijl de naam van deze gigant uit Syracuse onvermeld blijft.

Dat dakje komt terug in hoofdstuk 6 en 7. Punten van  $\mathbb{R}^3$  met het standaard inwendig product  $\bullet$  worden genoteerd met  $\hat{X} = (\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ . De notatie om het inwendig product met een punt aan te geven is gebruikelijk, zeker bij de fysici, maar zo'n vetgedrukte bullet ben ik nog niet eerder tegen gekomen. De reden daarvoor zal wel zijn dat overal waar vermenigvuldigd wordt er puntjes worden gezet, bijvoorbeeld de inhoud van een piramide wordt  $V = (1/3) \cdot B \cdot h$ , terwijl wat mij betreft  $V = Bh/3$  zou volstaan.

Lengten van krommen en oppervlakten van gebieden worden uitgelegd, en in het volgende hoofdstuk worden transformaties van enkele ruimten besproken. Die dakjes overal beginnen me nu echt te irriteren. En dan zijn we in hoofdstuk 8 halverwege het boek gekomen, waar we de vergelijking

$$K(x^2 + y^2) + z^2 = 1$$

tegenkomen, verlost van dakjes. Stellen we  $K = 1/R^2$  met  $R > 0$  een parameter en  $\hat{x} = x$ ,  $\hat{y} = y$ ,  $\hat{z} = Rz$ , dan hebben we het dus over de ronde bol

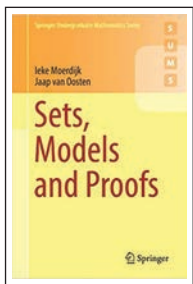
$$\hat{x}^2 + \hat{y}^2 + \hat{z}^2 = R^2,$$

met straal  $R$  in de standaard  $\mathbb{R}^3$ . Het is de opmaat voor wat  $K$ -meetkunde wordt genoemd: een Cartesische ruimte  $\mathbb{R}^3$  met als inwendig product van de twee vectoren  $V_1 = (a_1, b_1, c_1)$  en  $V_2 = (a_2, b_2, c_2)$  de waarde  $V_1 \bullet_K V_2 = a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2 / K$ . In de resterende hoofd-

stukken wordt vervolgens met deze lineair algebraïsche opzet bolmeetkunde (voor  $K > 0$ ) en hyperbolische meetkunde (voor  $K < 0$ ) op een uniforme wijze behandeld. Al met al een elegante algebraïsche opzet voor elementaire meetkunde. De parameter  $K = 1/R^2$  wordt zonder verdere toelichting de kromming van de meetkunde genoemd. Inderdaad hoe groter de straal  $R$  van een bol wordt hoe vlakker het boloppervlak lokaal wordt. Het was natuurlijk Gauss die deze  $K$  met goede reden zo als kromming definieerde, maar het is wellicht te lastig hier in deze beperkte algebraïsche setting daar meer over te zeggen.

Herbert Clemens is een uitstekend wiskundige, die zijn sporen heeft verdiend op het gebied van de complexe algebraïsche meetkunde. Ik leg wellicht wat veel zout op kleine slakjes, maar kan helaas dit huidige boek niet van harte aanraden om de eerstejaarsstudenten wiskunde wat extra gevoel voor meetkunde bij te brengen.

Gert Heckman



Ieke Moerdijk, Jaap van Oosten

### Sets, Models and Proofs

Springer Undergraduate Mathematics Series

Springer, 2018

xiv + 141 p., prijs €19,61

ISBN 9783319924137

According to the preface this book is based on a course on Mathematical Logic that has been taught at the University of Utrecht for about the last twenty years. One would expect the title then to be just *Models and Proofs* but the book starts off with a chapter ‘Sets’, that could very well have been titled ‘The Axiom of Choice’ were it not for a section on cardinal numbers that leads us through the basic results on these: the result that is variously attributed to Cantor, Bernstein, Schröder, but which can already be found in notes by Dedekind of 1887; the basics on (un)countability, and the inequality  $|A| < 2^{|A|}$ . The rest of the chapter deals with the Axiom of Choice, its equivalents, and their uses in mathematics such as bases for vector spaces, Krull’s theorem and so on.

This gives the students a succinct overview of what *choice* is about and how it affects various parts of mathematics; although it does not mention the thing we all learn in first-year analysis: the equivalence of  $\varepsilon$ - $\delta$ -continuity and sequential continuity.

Next comes ‘Models’, with a thorough discussion of languages, formulas and satisfaction. The chapter reflects the way we mostly do mathematics; we tend to (try and) prove: “if a structure satisfies ... then it satisfies ...” and this is how one formula  $\varphi$  is considered to be a consequence of another formula  $\psi$ : every structure that satisfies  $\psi$  must satisfy  $\varphi$ . The chapter gives us “what every young logician should know”: compactness (using ultrafilters), substructures and elementarity, quantifier elimination, the Löwenheim–Skolem theorems, and categoricity. Not everything with equal depth but that is to be expected given the parameters of the book, and the course: one semester.

At half the length of ‘Models’ comes ‘Proofs’. Not my favorite chapter but that is mostly because I have been used to linear

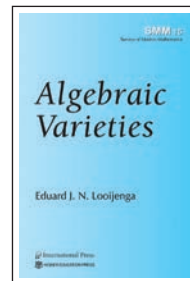
proofs when learning, using, and occasionally teaching mathematical logic. Proof trees are not for me but I assume that if one encounters them as the first method for formal derivations linear proofs will seem unwieldy. The main result of the chapter is of course Gödel’s Completeness theorem: the semantic notion of consequence from the previous chapter is equivalent to the formal derivability in this one.

The book returns to ‘Sets Again’ in the fourth chapter to show that set theory can be treated as a theory to which the ‘Models’ and ‘Proofs’ chapters apply. The axioms are those of ZF(C) and it is shown that results from Chapter 1 and the existence of the real line can be derived from these.

The appendix offers subjects for further study, where some of the results mentioned may send a curious student down a fascinating rabbit hole or two.

I would certainly recommend this book to anyone wanting to know what Mathematical Logic is all about but I would tell them to take the historical comments with a grain of salt. That’s the one complaint I have: too many of the historical ‘facts’ that I know something about are wrong, which then makes me doubt the other ones. But if you just ignore these you’ll learn a fair amount of Mathematical Logic.

K. P. Hart



Eduard J. N. Looijenga

### Algebraic Varieties Surveys of Modern Mathematics 15

International Press of Boston, 2020

x + 174 p., prijs \$48.00

ISBN 9781571463883

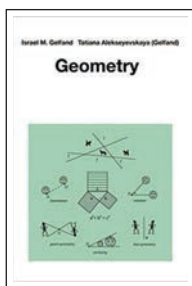
There are many ways in which one can teach a first course in algebraic geometry for graduate students (say first year master students in Europe). The teacher should give students who will continue in this direction a good motivation and background for the more advanced courses that follow the first course, as well as give the other students useful knowledge, and give all students a pleasant relation with the subject. Given that geometry and topology courses as of yet usually do not introduce their objects of study (manifolds) as topological spaces with, for every open subset, the set of functions under consideration, students have to get used to this point of view in this first algebraic geometry course. To make it not too hard, general sheaf theory and ringed spaces should be kept to a minimum. Category theory should only be used when it helps, and not for its own sake.

Another point is prerequisites from algebra. Algebraic geometry uses many techniques and results from commutative algebra, but usually students do not yet have that background. There are two solutions: teach a parallel commutative algebra course, or develop the required commutative algebra within the algebraic geometry course.

The book under review does give a pleasant, precise, almost completely self-contained introduction to the theory of algebraic varieties over arbitrary algebraically closed fields, developing

at the same time the necessary commutative algebra. First affine varieties are introduced. Then general varieties are introduced as topological spaces with a structure sheaf of functions that, locally, are isomorphic to affine varieties. This all happens in Chapter 1. Chapter 2 is about local properties of varieties: dimension, smoothness, differential forms, and a little bit of theory of sheaves of rings and sheaves of modules. In order to get to interesting results, Chapter 3 introduces projective varieties (the algebraist's notion of compact manifolds), with Grassmannians as a good example. It ends with a Bézout theorem for intersections of hypersurfaces in projective spaces. Finally, Chapter 4 is about smooth projective curves, the theorem of Riemann–Roch, and Serre duality.

Although the book is about geometry, it contains not a single figure, and neither exciting diagrams. The typesetter should have done a better job concerning line breaks. Still, I heartily recommend this book for a first course in algebraic geometry. One sees that the author has taught such a course many times, thereby optimising his notes, resulting in this book. I agree with the author that it is a good idea to use another book next to it; suggestions are given on his Utrecht home page, where the 2018–2019 version of his notes is freely available in pdf. *Bas Edixhoven*



Israel M. Gelfand, Tatiana Alekseyevskaya

### Geometry

Birkhäuser, 2020  
 xxi + 420 p., prijs €41,41  
 ISBN 9781071602973

Uit de inleiding en uit reviews op internet blijkt dat dit boek bedoeld zou zijn voor leerlingen op de middelbare school. Daarmee doet het boek zichzelf enigszins te kort, want de consistente en heldere uiteenzetting van de grondslagen van de meetkunde kan iedereen met liefde voor de wiskunde bekoren. Ik althans heb dit boek met veel plezier doorgewerkt. Het is nergens echt moeilijk, de uitleg is steeds goed te volgen en vanuit elementaire principes is de stof logisch opgebouwd tot een redelijk niveau. Het boek is rijk voorzien van figuren, Exercises (met antwoord) en Problems (zonder antwoord).

De basis van de meetkunde wordt op een heldere en overzichtelijke manier behandeld. Het boek begint heel elementair met punten en lijnen. Na hierbij verrassend uitvoerig te hebben stilgestaan, voornamelijk met praktische kwesties rondom het feitelijk tekenen van lijnen en snijpunten, komen de hoeken erbij, gevolgd door driehoeken en vierhoeken. Het boek duikt iets dieper met de fascinerende Desargues-configuratie. Dit gaat als volgt. Neem twee lijnen die net niet parallel zijn. Het snijpunt van beide lijnen ligt dus ver buiten het papier. Neem vervolgens een willekeurig punt  $A$ . Met behulp van de Desargues-configuratie is het mogelijk een derde lijn te tekenen die door  $A$  en het fictieve snijpunt van de beide andere lijnen gaat.

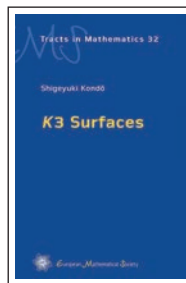
Na het beroemde vijfde postulaat van Euclides gaat het boek nog even door over parallelle lijnen. Naast parallellogrammen en

trapezia worden driehoeken uitgebreid behandeld. De stelling van Pythagoras wordt op twee verschillende manieren bewezen en vervolgens uitgebreid naar niet-rechthoekige driehoeken. Het begrip gelijkvormigheid wordt geïntroduceerd en levert zelfs een derde bewijs voor de stelling van Pythagoras.

Het boek behandelt ook cirkels. De fraaie stelling van Ptolemaeus wordt bewezen (en ook deze stelling leidt in een bijzonder geval tot de stelling van Pythagoras). Ingeschreven en omgeschreven veelhoeken worden gebruikt om de omtrek van een cirkel, en daarmee  $\pi$ , te benaderen. Ten slotte gaat het boek in op het berekenen van oppervlakten van regelmatige veelhoeken. Het boek besluit met een uitgebreide woordenlijst.

Dit boek is een uitgebreide verhandeling over de principes van en enkele uitgebreidere berekeningen in de meetkunde. Het boek is buitengewoon helder, systematisch en evenwichtig van opbouw. Een tweetal minpunten. Het is jammer dat van de Problems geen uitwerking gegeven wordt, of zelfs maar een numeriek antwoord; en het is jammer dat bij een verwijzing naar een eerdere stelling of propositie geen paginanummer gegeven wordt. Nu moet er soms veel heen en weer gebladerd worden. *Jan Scholtmeijer*

*Naschrift: op 22 maart 2021 is Jan Scholtmeijer plotseling overleden.*



Shigeyuki Kondō

### K3 Surfaces

EMS Tracts in Mathematics Vol. 32

European Mathematical Society, 2020  
 xiii + 236 p., prijs €78,00  
 ISBN 9783037192085

Dit boek is een Engelse vertaling van het Japanse origineel, aangevuld met twee extra hoofdstukken. De hoofdmoot van het boek behandelt complexe K3-oppervlakken.

Een K3-oppervlak is een enkelvoudig samenhangende tweedimensionale complexe variëteit met een nergens verdwijnende holomorfe 2-vorm. Het standaardvoorbeeld is een glad oppervlak van graad 4 in de driedimensionale projectieve ruimte. Een ander belangrijk voorbeeld is het Kummer-oppervlak, quotiënt van een complexe 2-torus onder de standaardinvolutie.

Fundamentele resultaten betreffende K3-oppervlakken zijn in de jaren 60–80 van de vorige eeuw bewezen door onder andere K. Kodaira (*Amer. J. Math.*, 1964), I.I. Pjateckiĭ-Šapiro en I.R. Šafarevič (*Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat.*, 1971), D. Burns en M. Rapoport (*Ann. Sci. École Norm. Sup. (4)*, 1975), A. Todorov (*Invent. Math.*, 1980) en ten slotte Y.-T. Siu (*Invent. Math.*, 1983). Deze resultaten resulteren in een beschrijving van de 20-dimensionale moduliruimte van K3-oppervlakken in termen van perioden ('Torelli-stellingen'). Als gevolg daarvan weet men dat alle K3-oppervlakken in elkaar te deformeren zijn en dus alle Kähler zijn en dezelfde differentieerbare structuur hebben. Dit uit de doeken te doen voor een publiek van beginnende wiskunde-onderzoekers is een van de hoofddoelen van het onderhavige boek.

De auteur heeft de nodige voorkennis op een overzichtelijke en bondige manier bij elkaar gezet in de hoofdstukken 1–3 en 5. Deze voorkennis omvat heel uiteenlopende zaken. In hoofdstuk 1 en 2 worden algebraïsche benodigdheden besproken: roostertheorie ontwikkeld door V. Nikulin (*Math. USSR Izv.*, 1980) en spiegelingsgroepen in hyperbolische ruimtes ontwikkeld door É. Vinberg (*Uspekhi Mat. Nauk* 40, 1985) en N. Bourbaki (*Groupes et algèbres de Lie*, Chap. IV, Hermann, Paris, 1968). Dan volgt in hoofdstuk 3 een korte uiteenzetting over complexe oppervlakken, hun classificatie en de plaats van K<sub>3</sub>-oppervlakken hierin, zoals voornamelijk door K. Kodaira beschreven. Zie hiervoor bijvoorbeeld het boek *Compact Complex Surfaces* van W. Barth, K. Hulek, A. van de Ven en de recensent (Springer, 2004).

Ter voorbereiding van de centrale Torelli-stellingen die in hoofdstuk 6 en 7 aan de orde komen, worden Kummer-oppervlakken aan het eind van hoofdstuk 4 uitgebreid besproken en de periodesgebieden die hierbij een rol spelen in hoofdstuk 5. Het bewijs volgt de ‘klassieke’ weg uit de geciteerde werken. Een wezenlijk ander bewijs vindt men in het recente boek *Lectures on K<sub>3</sub> Surfaces* van D. Huybrechts (Cambridge University Press, 2016).

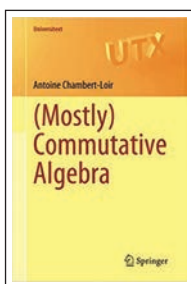
Vervolgens komen in hoofdstukken 8 en 9 een tweetal toepassing aan de orde: de structuur van automorfismen van K<sub>3</sub>-oppervlakken en, vervolgens, Enriques-oppervlakken en hun moduli. De laatste hebben een K<sub>3</sub> als tweevoudige onvertakte overdekking. Dit biedt de mogelijkheid moduli van Enriques-oppervlakken met die van K<sub>3</sub>-oppervlakken te verbinden. De laatste paragraaf van hoofdstuk 9 is gewijd aan een fraaie familie van Enriques-oppervlakken die via de Hessiaan van kubieken in de driedimensionale projectieve ruimte worden geconstrueerd. Hierbij speelt een interessante configuratie van tien lijnen een rol met de symmetrie van de Petersen-graaf. In hoofdstuk 10 worden verbanden bekeken

tussen vlakke vierdegraadskrommen, zeg  $f = 0$ , en del Pezzo-oppervlakken van de vorm  $t^4 = f$ . Deze verbanden leiden tot een beschrijving van de moduli-ruimte van vlakke vierdegraadskrommen zoals in het artikel ‘A complex hyperbolic structure for the moduli space of curves of genus three’ (*J. Reine Angew. Math.*, 2000) van de auteur van dit boek. Daarna, in hoofdstuk 11, wordt het volgende onverwachte resultaat van S. Mukai (*Invent. Math.*, 1988) bewezen: elke eindige symplectische automorfismengroep van een K<sub>3</sub>-oppervlak is bevat in de Mathieu-groep  $M_{23}$ . Het hier gegeven bewijs is afkomstig van S. Kondō zelf. Het gebruikt voornamelijk roostertechnische overwegingen en verschilt daarmee van het oorspronkelijke bewijs. In het afsluitende hoofdstuk wordt aangetoond dat de automorfismengroep van het ‘generieke’ Kummer-oppervlak door klassiek bekende involuties wordt voortgebracht. Het Leech-rooster, een unimodulair rooster van rang 24, speelt hierbij een centrale rol.

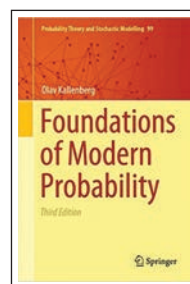
Dit boek is, zoals in de inleiding ervan staat, geschikt voor beginnende algebraïsch meetkundigen. Het bevat veel sprekende voorbeelden en ook enkele oefeningen. Toch komt er een verscheidenheid aan onderwerpen aan de orde, van basale, klassieke zaken betreffende moduli van K<sub>3</sub>- en Enriques-oppervlakken, tot verrassende meetkunde van specifieke oppervlakken en krommen in de laatste drie hoofdstukken. Deze laatste maken gebruik van klassieke constructies en modernere roostertechnieken die kunstig met elkaar verweven zijn. Ter vergelijking, het bij het begin van deze bespreking genoemde boek van D. Huybrechts dat eerder door mij in deze rubriek besproken werd, is voor meer ervaren wiskundigen geschreven en bevat weliswaar aanzienlijk meer materiaal, onder andere over karakteristiek  $p$ -onderwerpen, maar is technischer en compacter geschreven.

De European Mathematical Society heeft dit boek van S. Kondō in een prettig leesbare en verzorgde vorm uitgegeven. *Chris Peters*

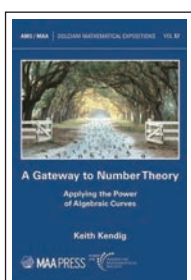
Recent verschenen publicaties. Als u een van deze boeken wilt bespreken of als u suggesties heeft voor andere boeken voor deze rubriek, laat dit dan per e-mail weten aan [reviews@nieuwarchief.nl](mailto:reviews@nieuwarchief.nl).



Antoine Chambert-Loir  
**(Mostly) Commutative Algebra**  
Springer, 2021  
ISBN 9783030615949  
[springer.com/9783030615949](http://springer.com/9783030615949)



Olav Kallenberg  
**Foundations of Modern Probability**  
Springer, 2021  
ISBN 9783030618704  
[springer.com/9783030618704](http://springer.com/9783030618704)



Keith Kendig  
**A Gateway to Number Theory**  
**Applying the Power of Algebraic Curves**  
MAA Press, 2021  
ISBN 9781470456221  
[bookstore.ams.org/dol-57](http://bookstore.ams.org/dol-57)



Philippe Zaouati  
**Perelman's Refusal: A Novel**  
American Mathematical Society, 2021  
ISBN 9781470463045  
[bookstore.ams.org/mbk-137](http://bookstore.ams.org/mbk-137)