Jaap de Jonge
Cygnus Gymnasium, Amsterdam, en
Korteweg-de Vries Instituut, Universiteit van Amsterdam
c.j.dejonge@uva.nl

Onderwijs

Zelf doctor worden

Op 24 januari 2020 promoveerde Jaap de Jonge in Delft op zijn proefschrift *Gaps, Frequencies and Spacial Limits of Continued Fraction Expansions*. Hij deed zijn onderzoek met een promotiebeurs voor leraren van NWO. In dit artikel schets hij hoe de weg naar zijn promotie verlopen is.

Op de middelbare school was wiskunde een van mijn favoriete vakken, maar meer ook niet. En na matige resultaten bij wiskunde II in de vierde klas, liet ik dat vak al na een jaar vallen. De motivatie van mijn keuze voor de wiskundestudie aan de Universiteit van Amsterdam, in 1984, was banaal: alle alternatieven, zoals een andere studie of het zoeken van een baan, vond ik domweg minder aantrekkelijk. Bovendien dacht ik dat ik, omdat ik wel goed was in wiskunde, tijd over zou houden om muziek te maken, veel te sporten en met vrienden af te spreken.

Op de universiteit bleek dat ik helemaal niet zo goed was in wiskunde. Ik was diep onder de indruk van sommige jaargenoten, van wie de meesten wél eindexamen in wiskunde II hadden gedaan. Wat wisten een paar medestudenten al veel, en wat begrepen ze nieuwe stof snel! Ik bewonderde de docenten om hun kennis en de geringe moeite die ze deden om wiskunde op oneigenlijke wijze te populariseren. Ik had sympathie voor de kracht van precieze definities, stellingen en bewijzen, maar had moeite me alles eigen te maken. Desondanks veranderde ik mijn afwachtende studiehouding niet of nauwelijks. Nogal wat vakken haalde ik pas met een hertentamen.

Pas in mijn derde jaar ging ik wat serieuzer studeren, nadat ik in de zomer naar Amsterdam was verhuisd. Langzaam maar zeker werden mijn resultaten beter, maar een ding zou ik nooit meer kwijtraken: een grote onzekerheid over mijn eigen kunnen, door de slechte basis die ik in de eerste twee jaar had gelegd. Ik voelde me een stagiair-student, nog niet in staat op een volwassen, zelfstandige manier te studeren. Wiskunde bleef een studie van syllabi; nooit kwam het in me op een keer een bibliotheek in te gaan en meer te bestuderen dan het minimale dat me werd aangereikt.

Ik studeerde niet goed (want niet grondig), maar ook niet weinig. Ik deed een bijvak milieukunde en aan het begin van mijn vierde jaar besloot ik om ook filosofie te gaan studeren. Ik had eens wat gelezen over de mens als eiland, niet werkelijk in staat zichzelf aan een ander kenbaar te maken, en dacht dat filosofie de studie bij uitstek zou zijn voor kwesties waarin de eis van welgedefinieerdheid problematisch was. Bij het volgen van de eerste colleges sociale filosofie besefte ik pas hoezeer de wiskundestudie me al had gevormd. Ik was stomverbaasd over het gemak waarmee over van alles beweringen werden gedaan zonder dat vooraf duidelijk was gemaakt wat de gehanteerde begrippen precies betekenden. Omdat er niets viel te bewijzen waren de tentamens een stuk makkelijker dan bij wiskunde, maar het slagen ervoor gaf ook veel minder voldoening. Toch zette ik door: de studie bood me een kader om veel te lezen en na te denken over sociale en ethische kwesties.

Gymnasium Felisenum in Velsen-Zuid

Ik was ontevreden over de zouteloze manier waarop ik wiskunde studeerde, maar had voldoende discipline om gevolgde vakken met een tentamen af te ronden. Het was niet verplicht een afsluitende scriptie te schrijven en na zeven semesters kwam het moment in zicht dat ik 168 studiepunten had gehaald, voldoende om doctorandus mee te worden. Met een mix van schaamte en zelfspot besefte ik dat me van het laatste college groepentheorie dat ik had bijgewoond weer veel was ontgaan — al zou ik het mondelinge tentamen ongetwijfeld wel weer halen, om daarna een doctorandus van helemaal niks te worden.

Maar ik had geluk: in het tweede semester van het vierde jaar volgde ik het vak analytische getaltheorie bij professor Jager. Ik had zijn naam al vaak gehoord, maar had geen idee wie hij was. Tot mijn verrassing bleek hij de wat oudere man (twee jaar ouder dan ik nu ben) te zijn die regelmatig bij het college kwadratische vormen van Wieb Bosma en Cor Kraaikamp zat, twee aardige, enthousiaste promovendi die het vak samen gaven. Professor Jager was serieus en vriendelijk. Ik hield van zijn boeiende colleges over p-adische getallen, de priemfactorstelling en allerlei andere dingen die ik ben vergeten. Zo rustig en toegewijd als hij doceerde — zo hoorde het! Hij had een verzorgd, elegant handschrift, waarmee hij prachtige wiskunde op het bord schreef. Misschien kon ik mijn studie toch nog redden wanneer ik bij hem een scriptie zou schrijven.

Ik ben heel blij dat ik dat gedaan heb. Niet alleen bleek Henk (zoals ik hem een jaar later ging noemen) Jager een bijzonder goede begeleider, hij bleek een zeer veelzijdige man van wie ik ook buiten de wiskunde enorm veel kon leren. Wanneer we afspraken, werkten we uren intensief aan mijn scriptie, om daarna nog eens zo lang over de meest uiteenlopende dingen te spreken die niets met wiskunde te maken hadden. Voor het eerst raakte ik bevlogen over mijn studie, voor het eerst las ik wiskunde buiten de hapklare kaders van een syllabus. Gedurende een half jaar deed ik niets liever dan aan mijn scriptie werken; het is ongetwijfeld een katalysator geweest voor de schipbreuk van mijn toenmalige relatie.

Het schrijven van mijn wiskundescriptie (over ondergrenzen voor het aantal oplossingen in gehelen p en q van ongelijkheden van de vorm $|q\alpha - p| < \delta/q$, met $\alpha \in \mathbb{R}, \delta \in \mathbb{R}_{>0}$ en $n \in \mathbb{N}$) en de samenwerking met Henk waren me bijzonder goed bevallen. Een deel van de scriptie gebruikten we voor het artikel 'The circular dispersion spectrum' dat in 1994 in het Amerikaanse *Journal of Number Theory* verscheen. Henk, die bijna met emeritaat ging, stelde me voor bij hem te gaan promoveren. Ik voelde me gevleid, maar durfde het niet aan. Ja, het schrijven van de scriptie had veel goedgemaakt van de onvoldaanheid over de rest van mijn wiskundestudie, maar ik vond niet dat ik het kaliber noch de wiskundige bagage had die verwacht mochten worden van iemand die zou gaan promoveren, de vriendelijke en bemoedigende woorden van Henk ten spijt.

Ik was inmiddels als gewetensbezwaarde erkend en kon mijn vervangende dienstplicht als toegevoegd docent aan de UvA vervullen. Zo dacht ik tijd te winnen om over een eventuele promotieplaats na te denken. Gedurende anderhalf jaar gaf ik werkcolleges analyse en lineaire algebra. Het ging goed en ik vond het leuk, en na afloop bleef ik nog een half jaar hetzelfde werk doen, maar nu in dienst van de UvA. Helaas, het beleid voor onderwijzend personeel werd aangescherpt: een afgeronde promotie werd een eis voor iedereen die college gaf en daarmee was het voor mij afgelopen. Ik had alle waardering voor het besluit, al vond ik het jammer dat ik niet kon blijven — maar niet voldoende om toch te willen promoveren.

Ik ging het middelbaar onderwijs in en miste de universiteit niet. Sterker, ik zag als een berg op tegen mijn eerste zomervakantie als leraar. Gelukkig ging de grote verliefdheid op mijn school, het Gymnasium Felisenum in Velsen-Zuid, gestaag over in

Jaap de Jonge als Peter der Besenbinder in de opera *Hänsel und Gretel* een stabiele relatie, waarin de vakanties ook hun plaats kregen. Na drie jaar werd ik decaan (in het middelbaar onderwijs is dat een studie- en beroepenvoorlichter) en een paar jaar later coördinator van de klassen 5 en 6. Ik organiseerde klassieke concerten, zette een filmhuis op en een jaarlijkse studie- en beroepenavond waarop oud-leerlingen vertelden over hun studies en beroepen. In tussenuren gaf ik extra wiskunde voor leerlingen die aan wiskundewedstrijden meededen. Ik vertelde mijn familie dat ik, als ik vroegtijdig zou komen te overlijden, op Driehuis-Westerveld begraven wilde worden, dat vlak bij het Felisenum ligt. Ik zag het lang als een romantisch ideaal er tot mijn pensionering te blijven, zelfs toen de liefde stukje bij beetje begon te bekoelen en de relatie minder stabiel werd.

Na twintig jaar Felisenum besefte ik dat mijn liefde voor de school steeds meer was gebaseerd op herinneringen aan vroeger tijden. Gelukkig was ik een paar jaar eerder weer wat eerstejaars colleges gaan geven aan de UvA, wat een prettige afwisseling was van mijn werk op het Felisenum. De rector van de school wees me op de promotiebeurs voor leraren, een nieuw initiatief van OCW om meer gepromoveerden in het voortgezet onderwijs te krijgen. Ik was er niet enthousiast over. Ik betwijfelde of ik een betere leraar zou worden van het doen van onderzoek. Bovendien leek het me dat OCW met het geld voor de beurzen veel beter jonge, net afgestudeerde of gepromoveerde wetenschappers kon proberen te winnen voor het voortgezet onderwijs. Daarbij speelde dat initiatieven van het ministerie niet zelden even geldverslindend als contraproductief zijn. Het was kort na de invoering van de rekentoets, een treurige mislukking die voornamelijk goed was voor studiecentra, uitgevers en mensen die het woord 'wiskunde' omdoopten tot 'rekenen en wiskunde'.

Mijn keus voor de lerarenbeurs was minstens zo banaal als mijn keus voor de wiskundestudie, dertig jaar eerder: ik wilde minder te maken hebben met de school waar ik ooit zo gelukkig was geweest, minder met onderwijskundige onzin — maar ik moest toch mijn geld verdienen. Eigenlijk was ik ervan overtuigd dat promotieonderzoek me geen betere leraar zou maken en vond ik het dubieus dat er zoveel geld aan werd besteed, maar naar één ding zag ik reikhalzend uit: vrijheid van werken, slechts gestuurd door de problemen die de wiskunde me zouden bieden.

Opnieuw had ik geluk. Cor Kraaikamp, inmiddels universitair hoofddocent aan de TU Delft, wilde mijn promotor wel zijn. Met Henk schreef ik een tweede artikel, als onderdeel van de beursaanvraag: 'On the approximation by three consecutive continued fraction convergents', dat in 2014 in *Indagationes Mathematicae* werd gepubliceerd. Cor hielp me met de beursaanvraag en het schrijven van het projectvoorstel — 'helpen' is hier volstrekt eufemistisch gebruikt. Alleen de laatste ronde van de aanvraag, de presentatie voor een zogeheten wetenschapsbrede commissie, moest ik helemaal zelf doen. Dat was gelukkig veruit het makkelijkste onderdeel, omdat het niet om de inhoud ging, waarover ik vrijwel geen vragen kreeg, maar om mijn enthousiaste — nou ja, presentatie.

Foto: Ruud Janssen

Als solist bij vrouwenkoor Sorores Meae in een concert met werk van Martinů

En enthousiast was ik. Ik heb vijf jaar lang onderzoek mogen doen en kreeg daarvoor twee dagen per week betaald. Ik heb genoten, van alles. Het was een sprong in het diepe geweest en ik was bang dat mijn verschrompelde kennis van wiskunde een te groot obstakel zou blijken, maar Cor liet me gewoon lekker spartelen en gokte erop dat ik vanzelf wel zou blijven drijven. Wanneer hij even onbereikbaar was voor een lastige kwestie en ik het gevoel had dat ik nu écht kopje onder zou gaan, merkte ik dat ik net op tijd de slag had gevonden die nodig was om boven te blijven.

Het onderzoek met Henk had betrekking op approximatiecoëfficiënten $\vartheta_n(x)$, gedefinieerd als $\vartheta(x) := q_n^2\,|\,x - p_n/q_n\,|$, waarbij p_n/q_n de n-de benadering is van een irrationale x met behulp van de reguliere kettingbreukontwikkeling van x. Die n-de benadering krijg je door de kettingbreukontwikkeling

$$a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cfrac{1}{a_3 + \ddots}}} =: [a_0; a_1, a_2, a_3, \ldots]$$

van x voor het n-de plusteken af te breken. Ons onderzoek richtte zich op asymptotische frequenties van de zes mogelijke rangschikkingen op grootte die je kunt maken met drie opeenvolgende approximatiecoëfficiënten. De asymptotische frequentie van, zeg, de volgorde $\theta_{n-1} < \theta_n < \theta_{n+1}$ is dan gedefinieerd als

$$\begin{aligned} &\mathrm{AF}(\theta_{n-1} < \theta_n < \theta_{n+1}) \\ &\quad = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \#\{n \in \mathbb{N} \mid 2 \le n \le N, \theta_{n-1} < \theta_n < \theta_{n+1}\}. \end{aligned}$$

Het eerste artikel dat ik onder begeleiding van Cor schreef, was een uitbreiding van het onderzoek met Henk naar andere soorten kettingbreuken, hetgeen resulteerde in het artikel 'Three consecutive approximation coefficients: asymptotic frequencies in semi-regular cases', dat in 2018 in *Tohoku Mathematical Journal* werd gepubliceerd. Bij dat onderzoek kreeg ik te maken met een berg uitdrukkingen zoals

$$\begin{aligned} &\int_{\frac{\sqrt{4a^4-8a^3+4a+5}-(2a^2-2a+3)}{4a-2}}^{\frac{-a+\sqrt{a^2-2a+2}}{a-1}} \int_{-t}^{\frac{(2a^2-2a+1)t+2a-1}{(2a-1)t+2}} \frac{\mathrm{d}t\,\mathrm{d}v}{(1+tv)^2} \\ &\qquad + \int_{\frac{-a+\sqrt{a^2-2a+2}}{a-1}}^{\frac{-a+\sqrt{a^2-4}}{2}} \int_{-t}^{\frac{1}{t}+a} \frac{\mathrm{d}t\mathrm{d}v}{(1+tv)^2}, \end{aligned}$$

waarin ik orde moest brengen. Het was een ideaal eerste onderwerp. De uitdrukkingen waarmee ik te maken had mochten dan ingewikkeld zijn, diep ging het allemaal niet.

Foto: LEXsample fotografie

Als Papageno samen met Papagena na een uitvoering van *Die Zauberflöte* van Mozart

Het tweede onderwerp dat ik onderzocht was de *natuurlijke uitbreiding* van bepaalde *α-expansies*, kettingbreuken die zijn genoemd naar de Japanse wiskundige Hitoshi Nakada. Een natuurlijke uitbreiding van een kettingbreuk is een gebied Ω in $\mathbb{R}^2$ waarin punten paren (t_n, v_n) zijn, met (in het reguliere geval)

$t_n = [0; a_{n+1}, a_{n+2}, a_{n+3}, \ldots]$ en $v_n = [0; a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1]$, met $v_0 := 0$.

Die t en v staan voor 'toekomst' respectievelijk 'verleden' van een kettingbreukontwikkeling, waarbij de *wijzergetallen* a_i horen bij de ontwikkeling van een irrationaal getal $x = [a_0; a_1, a_2, a_3, \ldots]$. Op die manier draagt elk punt alle informatie over het oorspronkelijke irrationale getal $(\mathrm{mod}\, 1)$ in zich, en is de kettingbreuk de basis van een dynamisch systeem.

De vraag voor dit onderzoek was of we zo'n natuurlijke uitbreiding konden vinden van α-expansies voor α kleiner dan $\sqrt{2} - 1$. Nu kwam er meer diverse wiskunde bij kijken, al werd de basis gelegd door twee eenvoudige relaties:

$$A + \cfrac{1}{1 + \cfrac{\varepsilon}{B + \xi}} = A + 1 - \frac{\varepsilon}{B + \varepsilon + \xi}$$

en

$$A + \frac{\varepsilon}{B + \xi} = A + \varepsilon - \cfrac{\varepsilon}{1 + \cfrac{1}{B - 1 + \xi}},$$

waarbij $A, B \in \mathbb{N}$, $B \geq 2$, $\xi \in \mathbb{R}$ en $\varepsilon \in \{-1, 1\}$.

Het lukte me om ook voor $\alpha \in ((\sqrt{10} - 2)/3, \sqrt{2} - 1]$ nog natuurlijke uitbreidingen Ω_α te vinden en bovendien te laten zien dat een verlaging tot onder de $(\sqrt{10} - 2)/3$ onhaalbaar was — de bijbehorende stelling mag illustreren waarom:

Stelling. *Zij $\alpha \in ((\sqrt{10} - 2)/3, \sqrt{2} - 1]$ en definieer de rij E_n, $n \geq -1$, door $E_{n+1} := 2E_n + E_{n-1}, n \geq 0$, met $E_{-1} := 1$ en $E_0 := 0$. Definieer*

$$V_{1,k} := \left[\frac{E_{2k+2}}{E_{2k+3}}, \frac{E_{2k+2} + g^2 E_{2k+1}}{E_{2k+3} + g^2 E_{2k+2}}\right) \cup \left[\frac{E_{2k+3}}{E_{2k+4}}, \frac{E_{2k+2} + gE_{2k+1}}{E_{2k+3} + gE_{2k+2}}\right);$$

$$V_{2,k} := \left[\frac{E_{2k+1} + E_{2k}}{E_{2k+2}}, \frac{E_{2k+1} + E_{2k} + g^2(E_{2k} + E_{2k-1})}{E_{2k+2} + g^2 E_{2k+1}}\right) \cup \left[\frac{E_{2k+2} + E_{2k+1}}{E_{2k+3}}, \frac{E_{2k+1} + E_{2k} + g(E_{2k} + E_{2k-1})}{E_{2k+2} + gE_{2k+1}}\right);$$

$$V_{3,k} := \left[\frac{E_{2k}}{E_{2k+1} + E_{2k}}, \frac{E_{2k} + g^2 E_{2k-1}}{E_{2k+1} + E_{2k} + g^2(E_{2k} + E_{2k-1})}\right) \cup \left[\frac{E_{2k+1}}{E_{2k+2} + E_{2k+1}}, \frac{E_{2k} + gE_{2k-1}}{E_{2k+1} + E_{2k} + g(E_{2k} + E_{2k-1})}\right).$$

Dan

$$\Omega_\alpha = [\tfrac{1-3\alpha}{\alpha}, \alpha) \times [0, g^2) \cup [\tfrac{2-5\alpha}{3\alpha-1}, \alpha) \times [\tfrac{1}{2}, g) \bigcup_{k=0}^{\infty} \left(\left[\tfrac{2-5\alpha}{2\alpha-1}, \alpha\right) \times V_{1,k} \cup \left[\tfrac{1-2\alpha}{\alpha-1}, \tfrac{2-5\alpha}{3\alpha-1}\right) \times V_{2,k} \cup \left[\alpha - 1, \tfrac{1-3\alpha}{\alpha}\right) \times V_{3,k}\right).$$

Het onderzoek leidde tot het artikel 'Natural Extensions for Nakada's alpha-expansions: descending from 1 to g^2'op, dat in 2018 in het *Journal of Number Theory* werd gepubliceerd.

Hoewel ik de eerste twee onderwerpen al zeer de moeite waard vond, heeft het laatste onderzoek, dat nog niet als artikel is gepubliceerd, me verreweg de grootste voldoening gegeven. Ik heb er hard en met erg veel plezier aan gewerkt. Het gaat over *N-expansies*, kettingbreuken met een zekere $N \in \mathbb{N}_{\geq 2}$ in plaats van $(\pm)1$ in de tellers. Die kettingbreuken krijgen we door voor $\alpha \in \mathbb{R}$ met $0 < \alpha \leq \sqrt{N} - 1$ de afbeelding $T_\alpha : [\alpha, \alpha + 1] \to [\alpha, \alpha + 1)$ als volgt te definiëren:

$$T_\alpha(x) := \frac{N}{x} - d(x),$$

waar $d : [\alpha, \alpha + 1] \to \mathbb{N}$ wordt gedefinieerd als

$$d(x) := \left\lfloor \frac{N}{\alpha} - \alpha \right\rfloor, \text{ als } x \in (\alpha, \alpha + 1] \text{ of als zowel } x = \alpha \text{ en } N/\alpha - \alpha \notin \mathbb{Z}$$

en

$$d(\alpha) = \left\lfloor \frac{N}{\alpha} - \alpha \right\rfloor - 1, \text{ als } N/\alpha - \alpha \in \mathbb{Z}.$$

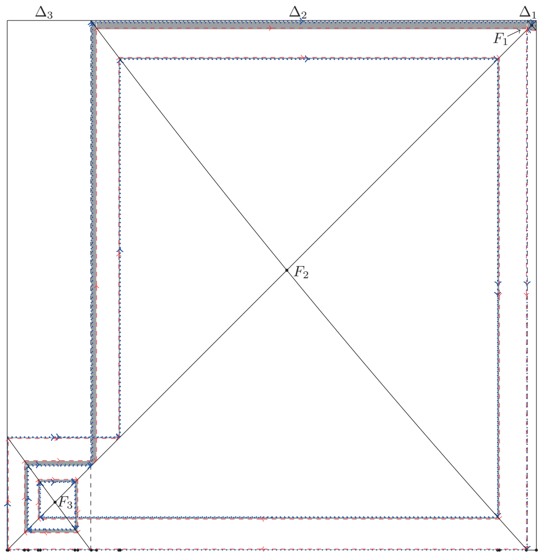
(Merk op dat als $N/\alpha - \alpha \in \mathbb{Z}$, er geldt dat $T_\alpha(\alpha) = \alpha + 1$.) Voor vaste $\alpha \in (0, \sqrt{N} - 1]$ en $x \in [\alpha, \alpha + 1]$ definiëren we voor $n \in \mathbb{N}$ dan nog

$$d_n = d_n(x) := d(T_\alpha^{n-1}(x)).$$

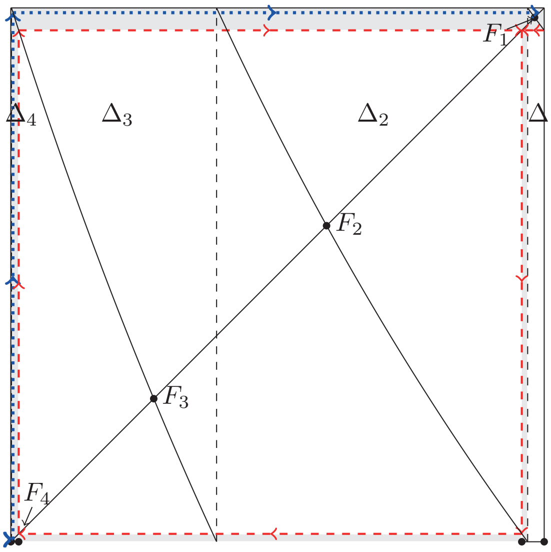
We krijgen nu

$$x = T_\alpha^0(x) = \frac{N}{d_1 + T_\alpha(x)} = \cfrac{N}{d_1 + \cfrac{N}{d_2 + T_\alpha^2(x)}} = \cdots = \cfrac{N}{d_1 + \cfrac{N}{d_2 + \cfrac{N}{d_3 + \ddots}}}.$$

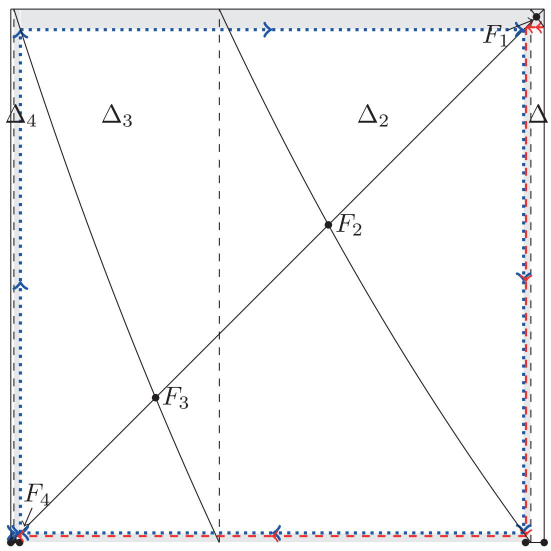
Het aardige van N-expansies is dat er voor vaste $\alpha \in (0, \sqrt{N} - 1]$ slechts *eindig* veel mogelijkheden voor d_n zijn.



$N = 100, \alpha = 8{,}5215$



$N = 11, \alpha = 1{,}8719\cdots (k = 2, i = 1), T^3(\alpha+1) = T(\alpha+1)$



$N = 11, \alpha = 1{,}8687\cdots (k = 2, i = 1), T^3(\alpha) = T(\alpha)$

Enkele illustraties uit het laatste hoofdstuk van het proefschrift

Het onderzoek gaat vooral over *banen* van getallen in $[\alpha, \alpha+1]$ onder herhaald toepassen van T_α. Ik beperk me tot wat ik als belangrijkste beschouw: het vinden van een tegenvoorbeeld van een vermoeden waarvan ik eerst maandenlang had gedacht dat het bewijs vrijwel triviaal was zonder dat ik wist hoe het te vinden. Het zat zo: Niels Langeveld, toenmalig student aan de TU Delft en inmiddels gepromoveerd aan de Universiteit Leiden, had computersimulaties gemaakt die suggereerden dat er voor α voldoende groot en $N \geq 7$ er soms (voor bepaalde intervallen van waarden van α) 'gaten' in $[\alpha, \alpha+1]$ zaten, in de zin dat banen die vanaf een gegeven moment nooit meer zouden aandoen. De simulaties suggereerden ook dat er voor elke N een kleinste waarde van α was waarboven gaten konden bestaan.

Het bepalen van die grens leek een klusje van niks en het leek zonneklaar dat daaronder geen gaten konden bestaan. Het bestaan van een tegenvoorbeeld zou impliceren dat het betreffende gat vrijwel het gehele interval $[\alpha, \alpha+1]$ zou zijn en dat leek me te gek om waar te zijn. Na vijf maanden vond ik toch zo'n voorbeeld. Sterker, er bleken er oneindig veel te zijn, met inderdaad gaten die nauwelijks kleiner dan 1 waren. En geen wonder dat ze niet zichtbaar waren in de computersimulaties: de intervallen van waarden van α waarvoor ze bestonden waren ontzettend klein.

Op 24 januari 2020 ben ik aan de TU Delft gepromoveerd, met Cor en hoogleraar Frank Redig als promotors en met Henk in de promotiecommissie, en met familie, (oud-)collega's van de UvA en de TU Delft, leerlingen en oud-leerlingen als publiek. Het was een prachtige dag, met mijn grote steun en toeverlaat uit mijn studietijd Helmuth en mijn grote liefde Annemieke als paranimfen.

Ik heb heel veel geluk gehad. De promotiejaren waren geweldig en ik zou het dolgraag nog eens doen. Ik werk sinds dit jaar wat meer aan de UvA en heb het Felisenum in 2018 verruild voor het Cygnus Gymnasium in Amsterdam. Hoewel ik betwijfel of ik door het promoveren een betere docent ben geworden, vind ik lesgeven onverminderd leuk, zelfs nu het online moet vanwege de coronacrisis.

De wereld van het (middelbare) onderwijs staat me echter steeds meer tegen. De overheid maakt zich, bij monde van de inspectie, zorgen over het grote aantal scholen met een eigen 'onderwijsconcept', maar de minister voor het basis- en voortgezet onderwijs stelt geen commissie van gezaghebbende wetenschappers in om te onderzoeken of en dan hoe het onderwijs veranderd moet worden. Nee, hij gaat te rade bij curriculum.nu: een commissie van groepjes onderwijzers en middelbareschooldocenten, louter geselecteerd op hun overtuiging dat het onderwijs flink moet veranderen. Vanwege de crisis gingen de eindexamens dit jaar niet door. Op de vraag of het diploma daardoor minder waard is, antwoordde de minister ontkennend met de bezwerende woorden "We borgen de waarde van diploma's door de schoolexamens af te ronden." Het is onzin.

Ach, ik heb ontdekt dat

$$8.8 = [2,2,2,\underbrace{1,\ldots,1}_{13\text{ keer }1},2,3,2,1,1,1,1,1,1,2,3,2,1,1,1,1,2,3,2,1,1,1,1,2,3,\\ 2,1,1,2,3,2,1,1,1,1,1,1,2,3,2,1,1,2,3,2,1,1,1,\ldots]_{100,(\sqrt{281684}-78)/53}$$

en

$$9.5 = [2,2,2,\underbrace{1,\ldots,1}_{8\text{ keer }1},2,3,2,1,1,2,3,2,1,1,1,1,2,3,2,1,1,2,3,2,1,1,2,3,2,\\ 1,1,1,1,1,1,2,3,2,1,1,1,1,1,1,2,3,2,1,1,2,3,2,\ldots]_{100,(\sqrt{281684}-78)/53}!$$

Dat is tenminste iets.