Arjeh Cohen
Faculteit Wiskunde en Informatica
Technische Universiteit Eindhoven
a.m.cohen@tue.nl

In Memoriam John Horton Conway (1937–2020)

Briljante inspirator, entertainer en docent

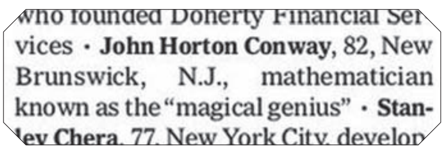
De briljante en markante wiskundige John Horton Conway is op 11 april 2020 gestorven aan de gevolgen van corona. Arjeh Cohen herdenkt hem met een kort overzicht van zijn wiskundige resultaten, zijn levensloop en zijn betekenis voor anderen.

John Horton Conway is op 11 april 2020 op 82-jarige leeftijd gestorven na besmetting met COVID-19. Hij was een zeer markant wiskundige, niet alleen briljant in zijn vak maar ook als inspirator, entertainer en docent. Ik heb hem, volgens mijn beste herinneringen, het eerst gezien op de Technische Universiteit Eindhoven. Hij gaf daar een voordracht in het Combinatorial Theory Seminar van Jack van Lint en Jaap Seidel. Dat optreden vergeet ik niet gauw. Hij begon door drie titels op het bord te schrijven en ons te vertellen dat hij koffie uit de automaat verder op de gang ging halen en bij terugkomst van ons verwachtte te horen welke titel we gekozen hadden. De zaal was er op tijd uit wat ze wilde horen. In zijn blog dat snel na Conways overlijden verscheen, beschreef Peter Cameron [2] een vergelijkbaar optreden van de veelzijdige spreker.

Naast Peter Cameron (die hem een polymath noemde), hebben ook Terence Tao [18] (die hem beschreef als een extreem punt in het convex omhulsel van alle wiskundigen) en Gil Kalai [15] (die spreekt over een verbazingwekkende wiskundige held) aandacht besteed aan Conways bijzondere leven. Kranten als *NRC* en *de Volkskrant* en tijdschriften als *The Economist* hebben boeiende biografieën over hem gepubliceerd. Eerder zijn al veel anekdotes over Conway beschreven in het boek van Marcus du Sautoy over het Monster [19]. In dat licht zal ik niet veel meer doen dan een kort overzicht geven van zijn levensloop en wiskundige werk, vermengd met een paar persoonlijke indrukken.

Er zijn al veel artikelen en zelfs boeken geschreven over Conway. De meest uitgebreide autobiograaf tot nu toe, Siobhan Roberts [17], noemt Conway een *Genius At Play* en typeert hem met een combinatie van eigenschappen van Archimedes, Mick Jagger, Salvador Dalí en Richard Feynman. Deze indrukwekkende lijst kan ik onderschrijven, al valt bijvoorbeeld ook te denken aan John Lennon (originaliteit in gedrag en creativiteit, afgezien van de gemeenschappelijke geboorteplaats) en Pablo Picasso (obsessie voor schoonheid van eigen werk in een combinatie van eenvoud en verrassing, en fascinatie voor vrouwen). Ik kreeg als een van de velen in een paar seconden na het noemen van mijn geboortedatum van John te horen op welke dag van de week ik geboren was. Ook ik ben door hem getrokken in spelletjes die niet te winnen waren.

De laatste keer dat ik John Conway zag was in 2013 bij het Nederlands Mathematisch Congres in Nijmegen, tijdens en na een optreden voor een breed publiek dat hij betrok in een onderzoek hoe je kon rekenen met bepaalde oneindige rijen. John kon niet meer alle spieren in zijn rechterarm goed aansturen (gevolg van een beroerte), maar liet zich daar totaal niet door uit het veld te slaan. Bij de pannenkoek daarna aan de Kromme Rijn vertelde hij onder andere veel plezier te beleven aan vergelijkbare voordrachten in de wijde omgeving van Princeton, waartoe hij nog regelmatig werd uitgenodigd.


who founded Doherty Financial Services • **John Horton Conway**, 82, New Brunswick, N.J., mathematician known as the "magical genius" • **Stanley Chera**, 77, New York City, develop

The New York Times vulde op 24 mei de hele voorpagina met een selectie van de toen bijna 100 000 Amerikaanse coronadoden. John Conway was één van hen.

Levensloop

John Conway is op 26 december 1937 in Liverpool geboren. Al vroeg kwam zijn wiskundig talent boven. Op 4-jarige leeftijd hoorde zijn moeder hem al machten van 2 benoemen. Zeven jaar later vatte hij al de ambitie op om als wiskundige aan de universiteit van Cambridge te werken.

In 1964 promoveerde John bij de getaltheoreticus Harold Davenport in Cambridge. Aanvankelijk was de opdracht van Davenport om een speciaal geval van de Hilbert–Waring-stelling expliciet te maken door te bewijzen dat elk natuurlijk getal te schrijven is als de som van ten hoogste 37 vijfde machten van natuurlijke getallen. Na veel uitstelgedrag (gevuld met het oplossen van andere problemen) besteedde Conway een zomer in Liverpool aan hard werken om dit te bewijzen. Maar Chen Jingrun was hem in publicatie voor en Davenport vond Conways methoden geen tweede publicatie waardig. Daarop verschoof Conway zijn aandacht naar de logica, het uiteindelijke onderwerp van zijn proefschrift *Homogeneous Ordered Sets*.

Een jaar na zijn promotie werd Conways ambitie verwezenlijkt door een aanstelling als fellow en lecturer in de wiskunde aan het Sidney Sussex College van de universiteit van Cambridge. Zijn sociale vaardigheden en speelsheid leidden tot een even interessante als losgevochten dynamische groep studenten om hem heen. Als je in het wiskundegebouw kwam om een medewerker te bezoeken, liep je vanzelf langs de lage stoelen in de lounge waar je gemakkelijk in de groep rond Conway getrokken kon worden om mee te doen met de spellen (als *Phutball* en *Hackenbush*) en mee te denken over de wiskundige (vooral groepentheoretische en combinatorische) problemen die daar bijna letterlijk op tafel lagen.

Conway werd sociaal zeer actief en kwam in het begin moeilijk op gang met

Foto: Cor Kraaikamp

John Conway in actie tijdens het NMC in Nijmegen, 2013

de wiskunde. Maar uit alles wat zijn luisterend oor optekende, kwam de vraag van Leech over een interessant modulair rooster in 24 dimensies erg goed aan. John Conway had enkele malen de ideeën van Leech over dit rooster zonder vectoren op afstand 2 van de oorsprong aangehoord en was aan het denken geslagen. Hij stelde vast (zie [3,4]) dat de automorfismengroep van het rooster een eindige groep van orde $8.315.553.613.086.720.000$ is en dat, na uitdeling van de scalarvermenigvuldiging met -1, een enkelvoudige groep ontstaat die half zo groot is en tot dan toe nog onbekend was. De groep staat nu bekend als de Conway-groep Co_1. Door naar stabilisatoren van vectoren uit het rooster te kijken bracht hij nog twee tot dan toe onbekende eindige enkelvoudige groepen naar voren. Deze drie enkelvoudige groepen behoren tot het exclusieve lijstje van de 26 zogenaamde sporadische groepen, de enige eindige enkelvoudige groepen die niet in langer bekende reeksen voorkomen.

Naast deze bijdrage aan de groepentheorie is de *Atlas of Finite Simple Groups* [7] erg bekend geworden. Het papieren resultaat is een boek dat in elke bibliotheek makkelijk te vinden was door zijn grote vorm (420×300 mm), kersenrode kleur en spiralen binder. In de atlas zijn beschrijvingen van alle eindige enkelvoudige groepen te vinden, concrete constructies (in de vorm van voortbrengende matrices, presentaties met behulp van voortbrengers en relaties, permutatievoorstellingen en automorfismengroepen van combinatorische objecten als grafen en roosters) en karaktertabellen. Eigenlijk is het meer een project dan een boek. Al jaren voor verschijning in 1985 liepen Conway en zijn coauteurs rond met computer print-outs vol aantekeningen. Tegenwoordig bestaan er websites met updates van de *Atlas* en uitbreidingen, bijvoorbeeld naar concrete lineaire representaties (waaronder modulaire). De vier coauteurs van Conway aan de *Atlas of Finite Groups* zijn discipelen van Conway die vaak in de lounge te vinden waren. Ten eerste Richard Parker, ontwerper van talloze slimme algoritmen voor industrie, de genoemde *Atlas* en het groepentheoretische softwarepakket GAP. Ten tweede Simon Norton, de inmiddels overleden expert van *Monstrous Moonshine* en het spel *Phutball*, die de inhoud van de *Atlas* even goed in zijn hoofd had zitten als het rooster van de Engelse openbare bussen, hoofdpersoon in het boek *The Genius in my Basement* [16]. Ten derde Robert Wilson, die later ook de online atlas opzette — zie [22] — en doorging met Conways aanpak van uiterst korte constructies van gecompliceerde enkelvoudige groepen. Ten slotte Rob Curtis, die onder andere de *Miracle Octad Generator* ontwierp volgens Conways richtlijnen voor speelse constructies die je uit het hoofd kunt reproduceren.

Eind jaren zeventig kwam de classificatie van de eindige enkelvoudige groepen in zicht, zoals blijkt uit de proceedings van de conferentie over eindige groepen in de zomer van 1979 in Santa Cruz [19]. Het bestaan van het Monster, de grootste van de 26 sporadische groepen, werd vermoed, maar werd pas bewezen in het artikel getiteld ‘Friendly giant’ van Griess uit 1982 [13]. Niettemin was ten tijde van de conferentie al een spectaculair verband vermoed (vooral op grond van de karakters, de sporen van elementen in lineaire voorstellingen van het Monster, die al langer bekend waren) tussen het Monster en modulaire functies. Deze door een opmerking van John McKay ontstane studie kreeg de naam *Monstrous Moonshine*. John Conway preciseerde met Simon Norton de tot dan toe vage vermoedens, zie [10]. Later, in 1992, heeft Johns leerling Richard Borcherds [1] deze vermoedens bewezen.

'Spel en wiskunde' werd zijn handelsmerk. Een van de meest bekende voorbeelden uit die tijd is het spel *Game of Life*, dat vandaag de dag via apps te bewonderen is op bijna elke smartphone. Na achttien maanden uitproberen met veel gezelschappen, maar vooral in de genoemde lounge, kwam dit spel voor nul spelers uit. Conway ontwikkelde een voorkeur voor zeer toegankelijke onderwerpen met grote diepgang. Het tastbare bewijs van de interactie van spel met echte wiskunde is het boek *On Numbers and Games* [6] geworden, dat in 1976 verscheen. De surrealistische getallen die hier tot stand kwamen doen inderdaad aan Dalí denken.

In 1989 vertrok Conway naar Princeton. Hij werd daar de Von Neumann professor in toegepaste en computationele wiskunde. De Cambridge-groep rond Conway viel vrij snel daarna uiteen. Op de nieuwe plek kwam een groep als in Cambridge niet meer van de grond. Daar staat tegenover dat hij een steeds groter publiek bereikte. Ook in Princeton zijn jonge briljante wiskundigen (waaronder Manjul Bhargava) dankbaar voor zijn positieve invloed. Op persoonlijk vlak gebeurt er veel, een derde huwelijk, een grote depressie, hartproblemen en een beroerte.

Vanaf 2004 ging hij ook weer aan de slag in de logica of misschien wel de filosofie. Met zijn collega van Princeton bewees hij in 2006 de Vrijewilstelling (Free Will Theorem, zie [8,9]). Onder drie aannamen (SPIN en TWIN over het gedrag van spin 1-deeltjes, en FIN over een eindige bovengrens aan de snelheid van informatieoverdracht) werd bewezen dat als de keuze van richtingen waarin spin 1-experimenten uitgevoerd worden geen functie is van de informatie die de experimentatoren tot hun beschikking hebben, de respons van de deeltjes evenmin een functie is van de informatie die hen ter beschikking staat. Het bewijs van de stelling wordt niet in twijfel getrokken maar de interpretatie van vrije wil geeft aanleiding tot veel discussie met onder anderen filosofen en natuurkundigen. Misschien is Conways aansprekende naamgeving hier veel collega's te ver gegaan, maar zeker is dat het veel aandacht kreeg.

In Princeton bleef Conway actief. Hij schreef er boeken en veel kleine artikelen, vaak over combinatoriek, getaltheorie, puzzels of spellen, vaak met co-auteurs. Soms ook overzichten, die voortkwamen uit voordrachten.

Wiskunde en spel

Conway was een vrijgevochten persoon. Uit interviews komt hij naar voren als iemand die in het begin ietwat verlegen en onzeker was en pas zelfvertrouwen kreeg na de vondst van de drie sporadische groepen aan de hand van het Leech-rooster. Zeker is in ieder geval dat hij daarna zeer zelfbewust werd. Ook was zijn gedrag daarna grotendeels in overeenstemming met zijn voornemen zich niet langer te laten leiden door wat van hem verwacht werd, maar door wat hem boeide. Die fascinatie voor spelletjes leidde niet alleen tot *Game of Life* (zie [23] voor een saluut aan Conway in zijn eigen spel) maar ook tot de eerder aangestipte interpretatie van getallen als spellen [6]. Dit is een van zijn meest indrukwekkende en meest wijd verspreide resultaten.

Een nauw verwant favoriet onderwerp van John was kristallijne combinatoriek, vooral de ontdekking van zeldzame discreet-wiskundige objecten. Daarnaast had hij een groot vermogen om bekende systemen fundamenteel te analyseren en inzichtelijker, toegankelijker, en spannender te maken. John stond ook open voor allerlei niet-wiskundige ideeën. Op de genoemde Santa Cruz-conferentie van 1979 was er een conferentie op de campus over 'New Ways of Being', en als vanzelfsprekend was John Conway een keer te vinden in een grote zaal waar de deelnemers een meditatiesessie hielden.

Conway was speels. De vrijheid die hij zichzelf toestond gaf zijn wiskunde een speels karakter. Dat is al te zien in de naamgeving die hij koos bij zijn favoriete objecten. Hij gaf de naam *Monster* aan de grootste sporadische groep en noemde een kleinere het *Babymonster*. De naam *Monstrous Moonshine* (met een verwijzing naar illegaal alcoholgebruik) is ook van hem. De zeven 2-dimensionale Friezepatronen die de International Union of Crystallography aanduidt met *p1*, *p1m1*, *p11g*, *p11m*, *p2*, *p2mg* en *p2mm* zijn door Conway benoemd als *hop*, *sidle*, *step*, *jump*, *spinning hop*, *spinning sidle* en *spinning jump* en voorzien van tekeningen van voetafdrukken [21] die deze bewegingen in het zand nalaten. Hoe kun je de patronen nog vergeten na deze beeldende benamingen?

Ook in notatie was John buitengewoon creatief. Het getal 1 wordt in *Numbers and Games* geschreven als $\{0\,|\}$. Andere voorbeelden zijn bekend geworden voor orbifolds (quotiënten van variëteiten naar discrete groepen) en voor knopen. Veel van deze notatie lijkt niet alleen erg vanzelfsprekend, maar is ook nauw verbonden aan diepere eigenschappen die van de objecten. Als voorbeeld waar ik zelf mee te maken kreeg noem ik nog de Livingstone graaf op 266 punten [5]. Het is een zogenaamde afstands-reguliere graaf, wat in dit geval tot gevolg heeft dat elk punt van de graaf precies 11 buren heeft, en verder precies 110, 132 en 12 op de afstanden 2, 3 en 4. De constructie begint met de gebroken lineaire groep $\mathrm{PSL}(2,11)$ van automorfismen van de projectieve lijn over het lichaam met 11 elementen. De projectieve lijn Ω heeft 12 elementen, en dus heeft de groep een permutatievoorstelling op Ω, maar de groep heeft ook een permutatievoorstelling op een verzameling S van 11 elementen. Fixeer nu een punt 0 in S. Conway construeert de Livingstone-graaf door als punten op afstand 1, 2, 3 en 4 van 0 te nemen i, ij, xi, x voor $i,j \in S$ met $i \neq j$ en $x \in \Omega$. Bovengenoemde aantallen punten op gegeven afstand tot 0 zijn onmiddellijk duidelijk. Met deze notatie zijn er dan eenvoudige regels voor de verbondenheid van twee verschillende punten van de graaf en is af te leiden dat het patroon van afstanden ten opzichte van elk ander punt dan 0 er hetzelfde uitziet.

Conway was erg communicatief voor een wiskundige. Naast zijn originele resultaten moet zijn charisma een belangrijke reden geweest zijn waarom hij zo beroemd geworden is. Niet alleen zijn vrijgevochten omgang met personen speelde daarbij een rol, maar ook zijn talenten als docent en entertainer. Een voordracht was een uitdagend spel met het publiek. Een individuele ontmoeting maakte hij vaak interessant door een touwtje, een cent, een kaart of een stel dobbelstenen uit zijn broekzak te halen om een experiment, of gewoon een spelletje met je op te zetten. Als mensen het schrijven van artikelen niet zien zitten, gaat dat vaak samen met de moeite die het hen kost om een resultaat goed op papier te krijgen. Van Conway kreeg ik de indruk dat hij heel goed kon schrijven, maar gewoon de voorkeur gaf aan menselijke interactie.

In de individuele contacten heeft hij voor veel wiskundigen ook een grote betekenis gehad als meedenker en inspirator. Naast de elf proefschriften in Cambridge met hem als promotor, zijn nog zeker vier andere tot stand gekomen door Johns informele bemoeienis. Op een namiddag van de genoemde Santa Cruz-conferentie gaf hij wat aandacht aan mijn vraag hoe de ringen van gehelen over de octaven eruit zien. Voor de gewone ring van gehele getallen heeft Coxeter een mooi voorbeeld gegeven. John was enthousiast en opperde een paar ideeën. Later heb ik de vraag met Plesken en Nebe goed uit kunnen werken. Ik kan me voorstellen dat John Conway zo vaker te werk ging. Hij was vaak zelf aan het woord, maar kon ideeën van anderen goed herformuleren en op potentie beoordelen.

Conway was ambitieus. Hoewel het succes van zijn optredens hem meer bevrediging leek te geven dan het schrijven van boeken en artikelen en hij genereus was in het aandragen van ideeën aan anderen, was hij niet gespeend van wiskundig eergevoel. Het werd eind van de jaren zeventig duidelijk dat het 8-dimensionale unimodulaire rooster E_8 gezien kon worden als een eendimensionaal rooster over een ring van gehele quaternionen over het getallenlichaam $\mathbb{Q}(\sqrt{5})$. Dit leidde al gauw tot de vraag of een 3-dimensionale uitbreiding hiervan niet gezien kon worden als het Leech-rooster (van dimensie $24 = 3 \times 8$). Zowel Conway als Tits gaven een bevestigend antwoord, ieder op zijn eigen wijze. Tits [20] schreef een kort artikel dat voor het verre nageslacht geschreven was, maar voor gewone stervelingen moeilijk te ontleden is (niet ver van Bourbaki). Conway gaf er spectaculaire voordrachten over, maar een artikel van zijn hand hierover bleef uit. De volgende zorgvuldig geformuleerde zin van Tits in [20] moet hier iets mee te maken gehad hebben: "....the point of this paper lies less in the actual results, often well known, than in the approach which I hope to be new, at least in print (I have little doubt that other people have worked out for themselves at least some of the arguments presented here)." In het boek [11] met Smith over quaternionen en octaven kwam Conway hier deels op terug in die zin dat hij de benodigde theorie prachtig heeft uitgelegd.

Een grote wens van Conway was om het Monster 'echt' te begrijpen. Trots als hij was op zijn leerling, zag Conway de constructie van de gegradeerde algebra waarmee Borcherds het verband tussen het Monster en de modulaire vormen legde, niet als een bevredigend antwoord op de vraag naar de reden voor het bestaan van dit gigantisch kristallijne object. We weten nu dat hij dat antwoord nooit gekregen heeft.

Conway beschreef als succesformule dat hij zes ballen in de lucht probeerde te houden. Hij bedoelde daarmee dat hij naast elk onderwerp waaraan hij werkt nog vijf bij de hand had om steeds te kunnen wisselen naar wat op dat moment het meest opleverde. Deze en zijn weloverwogen strategieën bij voordrachten geven aan hoe zeer hij bezig was er het meeste van te maken. Ik denk dat hij een van de beste popularisatoren van de wiskunde in de afgelopen halve eeuw geweest is, en ben dankbaar getuige geweest te zijn van zijn boeiende Life of Games.

Referenties

1 Richard E. Borcherds, Monstrous moonshine and monstrous Lie superalgebras, *Inventiones Mathematicae* 109 (1992), 405–444.

2 Peter Cameron, blog https://cameroncounts.wordpress.com/.

3 J.H. Conway, A perfect group of order $8{,}315{,}553{,}613{,}086{,}720{,}000$ and the sporadic simple groups, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* 61 (1968), 398–400.

4 John H. Conway, A group of order $8{,}315{,}553{,}613{,}086{,}720{,}000$, *The Bulletin of the London Mathematical Society* 1 (1969), 79–88.

5 J.H. Conway, Three lectures on exceptional groups, in *Finite simple groups* (*Proc. Instructional Conf., Oxford, 1969*), 1971, pp. 215–247.

6 John H. Conway, *On Numbers and Games*, London Mathematical Society Monographs, No. 6, Academic Press [Harcourt Brace Jovanovich], 1976. Second edition, A K Peters, 2001.

7 John H. Conway, R.T. Curtis, S.P. Norton, R.A. Parker en R.A. Wilson, *Atlas of Finite Groups, Maximal Subgroups and Ordinary Characters for Simple Groups,* with Computational assistance from J.G. Thackray, Oxford University Press, 1985.

8 John Conway en Simon Kochen, The free will theorem, *Foundations of Physics. An International Journal Devoted to the Conceptual Bases and Fundamental Theories of Modern Physics* 36(10) (2006), 1441–1473.

9 John H. Conway en Simon Kochen, The strong free will theorem, *Notices of the American Mathematical Society* 56 (2009), 226–232.

10 John H. Conway en S.P. Norton, Monstrous moonshine, *The Bulletin of the London Mathematical Society* 11 (1979), 308–339.

11 John H. Conway en Derek A. Smith, *On Quaternions and Octonions: Their Geometry, Arithmetic, and Symmetry,* A K Peters, 2003.

12 Marcus Du Sautoy, *Het symmetrie-monster,* Uitgeverij Nieuwezijds, 2009.

13 Robert L. Griess Jr., The friendly giant, *Inventiones Mathematicae* 69 (1982), 1–102.

14 Interview of John Horton Conway, Life, Death and the Monster, Numberphile, https://youtu.be/xOCe5HUObD4.

15 Gil Kalai, blog https://gilkalai.wordpress.com.

16 Alexander Masters, *The Genius in my Basement,* Fourth Estate, 2011.

17 Siobhan Roberts, *Genius At Play: The Curious Mind of John Horton Conway*, Bloomsbury, 2015.

18 Terence Tao, blog https://terrytao.wordpress.com/2020/04/12/john-conway.

19 The Santa Cruz Conference on Finite Groups, *Proceedings of Symposia in Pure Mathematics* 37, Cooperstein, Bruce and Mason, Geoffrey (eds.), held at the University of California, Santa Cruz, CA, June 25 – July 20, 1979, American Mathematical Society, 1980.

20 Jacques Tits, Quaternions over $\mathbf{Q}(\sqrt{5})$, Leech's lattice and the sporadic group of Hall-Janko, *Journal of Algebra* 63 (1980), 56–75.

21 Voetafdrukken voor Frieze-patronen, https://en.wikipedia.org/wiki/Frieze_group.

22 Robert Wilson, P. Walsh, J. Tripp, I. Suleiman, R. Parker, S. Norton, S. Nickerson, S. Linton, J. Bray en R. Abbott, *ATLAS of Finite Group Representations - Version 3*, http://brauer.maths.qmul.ac.uk/Atlas/v3.

23 xkcd, saluut aan Conway in de vorm van een Game of Life, https://xkcd.com/2293.