

Robbert Fokkink

*Delft Institute of Applied Mathematics
TU Delft
r.j.fokkink@tudelft.nl*

Evenement Wintersymposium KWG 2020

Aardse wiskunde

Na een historisch hete zomer krijgen we wellicht de warmste winter ooit. Al in de eerste week van het nieuwe jaar sneuvelen diverse Europese records, met als uitsmijter een temperatuur van bijna 20 graden in Oslo op 2 januari 2020. Het weer is de laatste tijd behoorlijk in de war. Daarom koos het KWG voor het Wintersymposium als thema: Aardse wiskunde – de toepassingen van wiskunde in weer, klimaat en milieu. Ruim honderd deelnemers hadden zich verzameld in het Utrechtse Academiegebouw voor een, zoals altijd, strak georganiseerde dag. Korte koffiepauzes, een snelle lunch, nog even een kijkje bij de boekenstands, maar vooral luisteren naar vier wiskundelezingen voor een algemeen publiek. Deelnemer Robbert Fokkink doet verslag.

Lezing 1. De wiskunde van aardbevingen, door Marie-Colette van Lieshout

Sinds een jaar of twintig wordt Groningen getroffen door aardbevingen, vanwege de gaswinning. Heel veel kleine bevingen, die nauwelijks te onderscheiden zijn van het getril van een zware vrachtwagen, maar ook grote aardbevingen tot zelfs een

kracht van 3 op de schaal van Richter. De grotere bevingen, met een kracht van 1,5 of meer, blijken plaats te vinden langs breuklijnen in de bodem. Wiskundig zijn ze te beschrijven via een Poissonproces met een parameter λ , die afhangt van plaats en tijd. Studenten van Marie-Colette van Lieshout hebben λ gecorreleerd met bodemdaling,

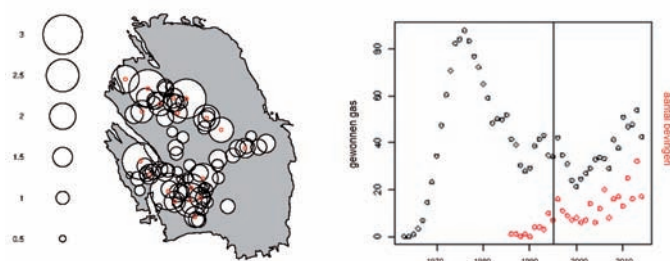
breuklijnen, gaswinning en intensiteit van bevingen in het verleden. Zo hebben ze een model gemaakt om het effect van beleidsmaatregelen op het aantal aardbevingen te voorspellen. In 2015 voorspelden ze dat het aantal aardbevingen in 2018 zou afnemen van 24 naar 18 als de overheid de gaswinning met 80 procent zou reduceren [2]. Die voorspelling bleek goed uit te komen, want het werkelijke aantal was 15, nadat de gaswinning volledig was gestopt.

Op advies van de Onderzoeksraad voor de Veiligheid loopt sinds kort een NWO-onderzoeksprogramma naar de gevolgen van menselijk ingrijpen in de diepe ondergrond: DeepNL. In dit kader werkt Marie-Colette samen met seismologen uit Utrecht en wiskundigen uit Twente aan een



De deelnemers zijn net binnen en drinken nog even koffie of thee voor de eerste lezing

Foto: Mark Timmer



Figuur 1 Links: Aardbevingen in 2014 weergegeven met het gasveld als ondergrond. De bevingen met een kracht van $\geq 1,5$ hebben een rode stip in het midden. Rechts: aantal bevingen versus gaswinning door de jaren heen. Voor 1995 is de data van de aardbevingen niet betrouwbaar.



Foto: Mark Timmer

Robbin Bastiaansen tijdens zijn lezing over het effect van het Parijse klimaatakkoord

geavanceerd model om aardbevingsrisico's in kaart te brengen. Hierin is het Poisson-proces vervangen door meer geavanceerde clusterprocessen. Een analyse van de zware aardbeving in 2005 in Kasjmir – met een kracht van 7,6 en bijna honderdduizend slachtoffers – toonde aan dat hier het *triggerproces* de beste fit oplevert [3]. In het triggerproces wordt een eerste schok gevolgd door een Poisson-verdeeld aantal andere grote schokken, relatief ver van de bron af. Om elk van die naschokken vormt zich dan ten slotte een cluster van kleinere schokken, relatief dichtbij. Het doel van het DeepNL-project is om via Coxprocessen te komen tot een model dat naschokken en latente (niet meegenomen) informatie over de ondergrond mee kan nemen. Het model kan dus niet alleen worden ingezet om Groningse aardbevingen in kaart te brengen, maar is van toepassing op alle aardbevingen. Aardse wiskunde dus.

Lezing 2. Kantelpunten in het klimaat: is twee graden te veel? door Robbin Bastiaansen

Op de klimaatconferentie van Parijs (2015) is afgesproken dat de opwarming van de aarde niet hoger uit mag komen dan twee graden. Wat is het effect van die twee graden? Is er een kantelpunt, een drempelwaarde voor de opwarming waarboven de gevolgen desastreus worden? Robbin Bastiaansen illustreerde dit aan de hand van de gestileerde differentiaalvergelijking

$$T' = 1 + T - T^5 + \mu$$

waarin T de gemiddelde temperatuur is en μ varieert met de CO_2 -uitstoot. Voor de evenwichtspunten van deze vergelijking geldt $1 + T - T^5 + \mu = 0$. Als μ een klein beetje varieert, dan varieert de evenwichts-

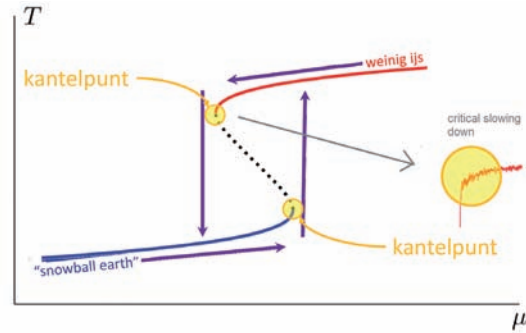
temperatuur een klein beetje mee. Behalve als μ een kantelpunt passeert. Dan gaat het systeem opeens over in een ander evenwicht en komt het niet zo maar terug in de oude toestand.

Dichtbij een kantelpunt doven verstoringen minder snel uit en worden de schommelingen grilliger. *Critical slowing down*, heet dat in vakjargon. Robbin heeft hier onderzoek naar gedaan in het kader van verwoestijning en gaat zich nu als postdoc in Utrecht verdiepen in klimaatmodellen. Het is, en dat verbaast natuurlijk niemand, moeilijke materie. Verschillende processen op verschillende schalen spelen een rol en de huidige snelle verandering is uniek. Tot slot van de lezing stelde Robbin de vraag: "Is twee graden te veel?" En gaf als antwoord: "Misschien."

Lezing 3. Internationaal klimaatbeleid: kosten, koolstof en keuzes, door Kaj-Ivar van der Wijst

Klimaatverandering is mensenwerk. Hoe kunnen we de uitstoot van broeikasgasen verminderen? Dat is een beleidsvraag die op het bord ligt van het Planbureau voor de Leefomgeving (PBL), de werkgever van Kaj-Ivar van der Wijst. Hij legde eerst uit dat beleidsvragen geen eenduidig antwoorden hebben. Het is de taak van het PBL om alle mogelijkheden te onderzoeken, waarna beleidsmakers een keuze moeten maken. Wiskunde is zo mooi omdat het onafhankelijk is, aldus Kaj-Ivar, maar de praktijk werkt anders. Hij is zelf betrokken geweest bij het laatste rapport van het IPCC, over de mitigatie van klimaatverandering.

Het PBL werkt met IMAGE, Integrated Model to Assess the Global Environment, waarin niet alleen fysische maar ook eco-



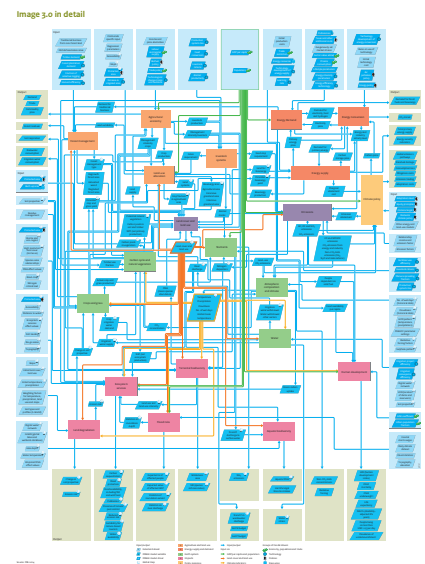
Figuur 2 Schets van de grafiek van $1 + T - T^5 + \mu = 0$. Tussen $-\sqrt[4]{1/5}$ en $\sqrt[4]{1/5}$ daalt μ als functie van T . Hier liggen de kantelpunten. Er is sprake van hysteresis: als het onderste kantelpunt wordt overschreden springt het evenwicht van de blauwe naar de rode lijn. Om weer terug te komen op die blauwe lijn moet eerst het bovenste kantelpunt worden gehaald.

nomische processen worden meegenomen. Het is een grootschalig model. In de berekeningen gaat het niet specifiek om het voorspellen, maar ook om het vergelijken van verschillende scenario's. Op welke manieren kunnen de klimaatdoelen worden gehaald en welke gevolgen heeft dat? Waar zitten de grootste onzekerheden?

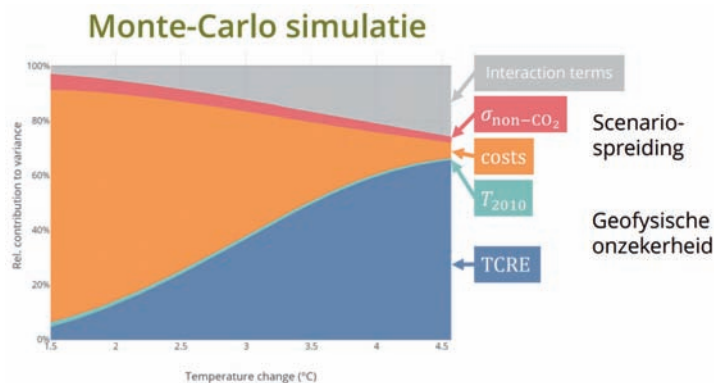
Om dit te illustreren greep Kaj-Ivar net als Robbin terug op simpele modellen. Het verband tussen temperatuurverandering en CO_2 -uitstoot kan bijvoorbeeld worden beschreven via

$$T(\text{CO}_2) = T_{2010} + \text{TCRE} \cdot \text{CO}_2$$

waarin de TCRE (transient climate response to cumulative carbon emissions) normaal verdeeld is. Voor de kosten is er een soortgelijk simpel model. Zo kan worden uitgerekend hoeveel het kost om



Figuur 3 Het organogram van IMAGE lijkt op het ontwerp van een chip, waarin sociale, economische, biologische en fysische processen aan elkaar worden geknoopt.



Figuur 4 Bij een stijging van 1,5 graad zit de grootste onzekerheid in de voorspelde kosten. Bij een stijging van 4,5 graad zit de grootste onzekerheid in het effect van CO₂ op opwarming.

beneden een opwarming van 2 graden te blijven, of onder 1,5 graden. Om te illustreren wat voor soort resultaten het PBL levert, liet Kaj-Ivar een plaatje zien waarin de onzekerheden tegen elkaar worden uitgezet. Tot slot van de lezing stelde hij de vraag: “Gaan we de twee graden halen ja of nee?” En gaf als antwoord: “De grootste onzekerheid zit in de menselijke factor.”

Lezing 4. A non-parametric estimator of the extremal index, door Juan-Juan Cai

Draaide het in de eerste drie lezingen om wiskundige modellen, in de slotlezing gingen die van tafel. Juan-Juan Cai sprak over niet-parametrische statistiek, waarin de data centraal staat, los van wiskundige modellen. Ze startte haar lezing door te zeggen dat het nu ging over de wiskunde van wereldrecords. Als oude man dacht ik

gelijk aan Bob Beamon, en vast meer mensen met mij, want ik zat ruim onder de mediane leeftijd. Nieuwe wereldrecords zitten per definitie niet in de data, dus heb je bij extreme waarden altijd te maken met een tekort aan gegevens. “Wordt het dit jaar warmer dan 40 graden in De Bilt?”, vroeg Juan ter illustratie aan de zaal en liet een histogram zien van de temperaturen in De Bilt, waar de 40 nog niet gehaald is.

Juan sprak over haar recente werk, net geplaatst op arXiv [1], over de clustering van extreme gebeurtenissen. Vaak hebben zulke clusters een negatief effect, denk aan een hittegolf of een periode van extreme regenval of droogte. Het is dus belangrijk om clustering te voorspellen. In de extreme waarden statistiek gebruikt men een index θ , die omgekeerd evenredig is met de gemiddelde clusterlengte: hoe kleiner θ , hoe

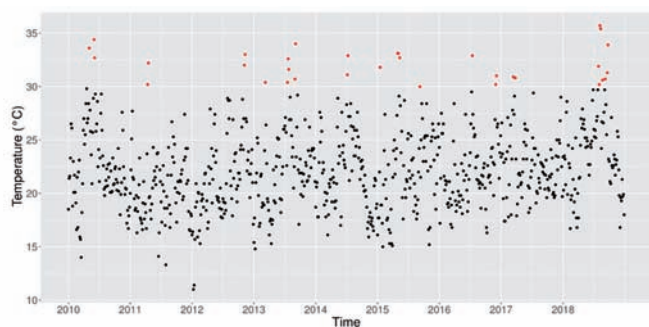
langer de hittegolf. Juan heeft een nieuwe methode bedacht om θ te schatten, gebaseerd op de uitdrukking

$$\theta = \mathbb{P}\left(\max_{1 \leq i \leq d} (X_i < u) \mid X_1 > u\right).$$

Met andere woorden, θ is de kans dat een extreme gebeurtenis op zichzelf staat in een periode van d dagen. Hierbij is het zaak om de parameters d en u op een verantwoorde manier te kiezen. Juan liet via numerieke resultaten zien dat haar nieuwe methode vaak nauwkeuriger is dan de tot nu toe gebruikelijke methoden. Tot slot van de voordracht voorspelde ze dat de gemiddelde lengte van een hittegolf in De Bilt uitkomt op amper twee dagen (zie Figuur 6). Dat valt dan weer mee.

Tot slot

Aan het eind sloot Theo van den Boogaart het symposium af en maakte de deelnemers attent op de enquête waarin men opmerkingen voor verbetering kon maken. “We misten de kroketten!”, werd er geroepen vanuit de zaal. Doorgewinterde symposiumbezoekers weten dat dit culinair hoogstandje elk jaar gereserveerd wordt bij de lunch, maar dit jaar dus niet. Theo reageerde door te zeggen dat producten uit de bio-industrie niet passen bij een duurzaam thema als ‘Aardse wiskunde’. Begrijpelijk natuurlijk, maar hopelijk zijn ze volgend jaar weer terug. Na ons de zondvloed.



Figuur 5 Dagelijkse maximum temperatuur in De Bilt over de afgelopen negen jaar, met temperaturen boven de dertig graden (extremen) in rood. De grens van dertig graden correspondeert 200 temperaturen van de afgelopen vijftig jaar (zie ook de tabel hiernaast). Het KNMI zelf hanteert dezelfde grens in de definitie van een hittegolf: een periode van 5 dagen waaronder minimaal 3 met een temperatuur van tenminste 30.

- Daily maximum temperature measured at two weather stations: de Bilt (the Netherlands) and Larrissa (in Greece)
- $d^* = 2$ (de Bilt) and $d^* = 5$ (Larrissa)

k	De Bilt			Larrissa		
	$X_{n-k,n}$	$\hat{\theta}(2)$	E. duration	$X_{n-k,n}$	$\hat{\theta}(5)$	E. duration
50	32.2 °C	0.76	1.3 days	41.4 °C	0.14	7.1 days
100	31.3 °C	0.65	1.5 days	40.0 °C	0.12	8.3 days
200	30.0 °C	0.60	1.7 days	38.6 °C	0.13	7.7 days

Figuur 6 Berekening van de verwachte duur van hittegolven in De Bilt en Larissa. Hierin staat k voor de hoogste waarden van de dataset, die worden aangemerkt als extreem. Interessant detail: de geschatte lengte van een cluster neemt niet af als k toeneemt. Dan worden er weliswaar meer gebeurtenissen aangemerkt als extremen, maar de kans dat een extreem op zichzelf staat neemt niet noodzakelijk af.

Referenties

1. J.-J. Cai, A non-parametric estimator of the extremal index, arXiv:1911.06674.
2. E. van Hove, R. van Lingen en S. Riemsens. Geïnduceerde aardbevingen in gasveld Gron-ingen. Een statistische analyse, B.Sc.-scriptie, Universiteit Twente, 2015.
3. K. Türkyilmaz, M.N.M. van Lieshout en A. Stein, Comparing the Hawkes and trigger

process models for aftershock sequences following the 2005 Kashmir earthquake, *Mathematical Geosciences* 45 (2013), 149–164.