

Paul Drijvers

Freudenthal Instituut
Universiteit Utrecht
p.drijvers@uu.nl

Hanneke Kodde-Buitenhuis

Nuborgh College Lambert Franckens
Elburg
hannekebuitenhuis@gmail.com

Onderwijs

Wiskundig denken in de centrale examens wiskunde B van havo en vwo

Bij de programmaherziening wiskunde in de tweede fase van havo en vwo, die in 2015 werd ingevoerd, stond wiskundig denken hoog in het vaandel. Om dit daadwerkelijk een plaats te geven in de onderwijspraktijk, zou het ook in de centrale eindexamens zichtbaar moeten zijn. Om deze zichtbaarheid te onderzoeken analyseerden Paul Drijvers en Hanneke Kodde-Buitenhuis de eindexamens wiskunde B van havo en vwo in de periode 2011–2019. De conclusie is dat deze nieuwe examens wel meer, maar ook in afnemende mate beroep doen op wiskundig denken. Kennelijk is onze examenpraktijk niet zo veranderlijk. Wel lijken leerlingen van pilotscholen op wiskundige denkvragen iets beter te presteren dan de overige leerlingen.

Wiskunde is meer dan een verzameling van routineprocedures en standaardmethodes. Zeker, de kracht van wiskunde ligt mede in het feit dat je sommige problemen met een vaste procedure kunt aanpakken — denk aan het oplossen van kwadratische vergelijkingen — en dat je zo'n recept kunt uitbesteden aan een machine. Dergelijke algoritmes zijn het resultaat van bijzondere menselijke prestaties. Maar juist omdat je het procedurele werk in praktijk vaak niet zelf zult doen, liggen de belangrijkste doelen van wiskundeonderwijs op een hoger niveau. Het gaat er dan eerder om dat leerlingen leren problemen op te lossen, creatief kunnen zijn en 'durven denken' en dat ze zich daarmee ontwikkelen tot intelligente gebruikers van wiskunde en zelfs tot toekomstige ontwerpers van nieuwe algoritmes.

Om het idee te benadrukken dat wiskunde meer omvat dan procedurele vaardigheid, introduceerde de vernieuwingscommissie wiskunde (cTWO) het begrip 'wiskundige denkactiviteiten' [2,3]. Deze commissie, die tussen 2005 en 2015 de nieuwe examenprogramma's wiskunde voor

havo en vwo ontwikkelde, omschreef wiskundige denkactiviteiten (WDA) met een aantal werkwoorden (zie Figuur 1). Later beperkte Drijvers [7] deze wat omvangrijke lijst tot drie activiteiten die als de kern van wiskundig denken kunnen worden beschouwd: probleemoplossen, modelleren en abstraheren. Ook het recente voorstel van het Ontwikkelteam Rekenen-Wiskunde van het Curriculum.nu-traject onderscheidt twee typen leerdoelen en definieert behalve de gangbare specifieke vakinhoudelijke

leerdoelen ook globale wiskundige denk- en werkwijzen (zie Figuur 2). Deze overstijgende doelen vertonen veel overeenkomst met de wiskundige denkactiviteiten van cTWO.

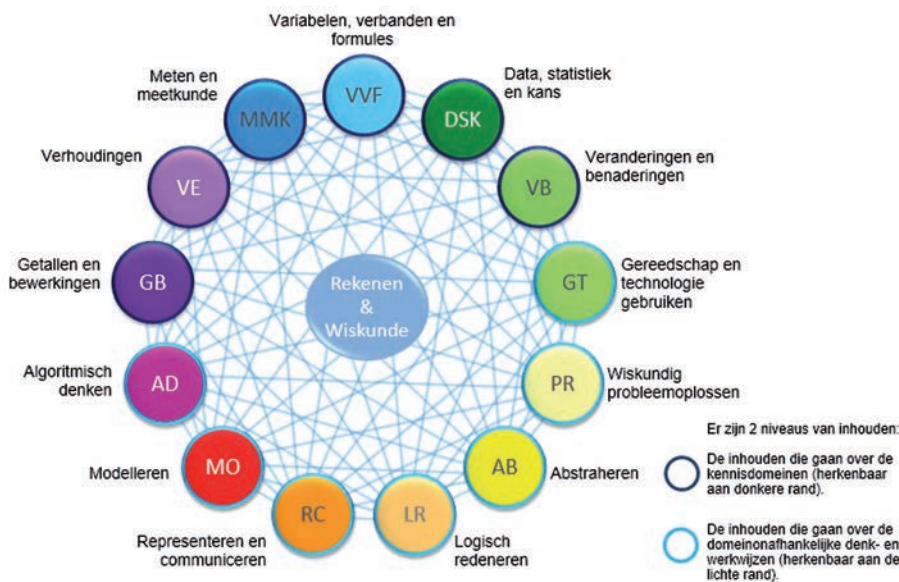
In het benadrukken van hogere-orde wiskundige leerdoelen staan we in Nederland niet alleen. In de Verenigde Staten stelde de National Research Council al in 1989 dat "[...] mathematics offers distinctive modes of thought which are both versatile and powerful, including modeling, abstraction, optimization, logical analysis, inference from data, and use of symbols" [11, p. 31]. De huidige Common Core State Standards (zie <http://www.corestandards.org/Math/Practice;> [10]) bevatten leerdoelen als "Make sense of problems and persevere in solving them", "Reason abstractly and quantitatively", "Model with mathematics" en "Use appropriate tools strategically". In andere landen zien we vergelijkbare ontwikkelingen, die gedeeltelijk zijn gebaseerd op on-

Standpunt 4

Kernconcepten in het wiskundeonderwijs van havo en vwo zijn getal, formule, functie, verandering, ruimte en toeval. Centrale denkactiviteiten zijn modelleren en algebraïseren, ordenen en structureren, analytisch denken en probleemoplossen, formules manipuleren, abstraheren, en logisch redeneren en bewijzen. Deze kernconcepten, denkactiviteiten en de bijbehorende vaardigheden moeten als lange leerlijnen door het gehele programma van havo-vwo lopen.

Figuur 1 Wiskundige denkactiviteiten volgens cTWO [2, p.21].





Figuur 2 Twee typen leerdoelen volgens het Ontwikkelteam Rekenen-Wiskunde van Curriculum.nu [4, p. 5].

derzoeksliteratuur over bijvoorbeeld wiskundig denken [5], probleemoplossen [12], of abstraheren [15]. Kortom, hogere-orde leerdoelen rond wiskundig denken staan nationaal én internationaal in de belangstelling.

Het toetsen van wiskundig denken

Hoogdravende leerdoelen in eindtermen en curricula zijn natuurlijk eenvoudig opgeschreven. Maar hoe zorgen we er nu voor dat daarvan in de klas wat terecht komt? Een van de middelen daarvoor zijn schoolmethodes. De nieuwe edities van de schoolboeken hebben verschillende strategieën gevolgd wat betreft wiskundige denkactiviteiten: waar sommige specifieke

‘denkactiverende’ opgaven markeren, gaat men er bij andere methoden van uit dat je bij wiskunde altijd moet nadenken, dus dat extra indicaties niet nodig zijn. Een tweede middel bij implementatie is de professionalisering van docenten. Sinds 2015 is een aantal nascholingscursussen uitgevoerd en zijn online bronnen voor het bevorderen van wiskundig denken in de les ontwikkeld (zie bijvoorbeeld [1]).

Centraal in dit artikel staat de derde manier om de implementatie van wiskundig denken in de praktijk te bevorderen: de toetsing. Uit eerdere ervaringen is gebleken dat een mismatch tussen curriculumontwikkeling en toetsing eenvoudig kan optreden, vooral als het gaat om compe-

tenties zoals wiskundig denken en modelleren die niet zo eenvoudig te toetsen zijn [6, 14]. Als bovendien de wijze van toetsing niet mee verandert met de nieuwe leerdoelen, dan is het risico op zo’n mismatch des te groter. Daarom stelden we ons de volgende tweeledige vraag: hoe zien we de curriculumwijziging met betrekking tot wiskundig denken terug in de nieuwe centrale examens havo/vwo, en hoe presteren de leerlingen op examenvragen die zich daarop richten?

Hoe pakken we dit aan?

Voor we onze onderzoeksaanpak beschrijven, lichten we eerst de context toe. De vernieuwingscommissie wiskunde cTWO heeft zich na de installatie in 2005 eerst beziggehouden met het ontwikkelen van visie, leerdoelen en experimenteel lesmateriaal. Vervolgens ging in 2009 een aantal pilotscholen deze curricula en materialen beproeven. De leerlingen van deze scholen kregen ook een afwijkend centraal examen. Deze zogeheten pilotexamens zijn afgenomen tot de landelijke invoering van de nieuwe programma’s, dat wil zeggen van 2011 tot en met 2016 voor havo en van 2012 tot en met 2017 voor vwo. Deze pilotexamens, die voor een deel overeenkomen met de landelijke reguliere examens, en de resultaten van beide typen examens vormen de belangrijkste data in dit onderzoek.

De onderzoeksaanpak bestond uit drie stappen. Ten eerste hebben we de reguliere eindexamens en de pilotexamens wiskunde B van havo (eerste tijdvak) geanalyseerd voor de periode 2011–2019, en

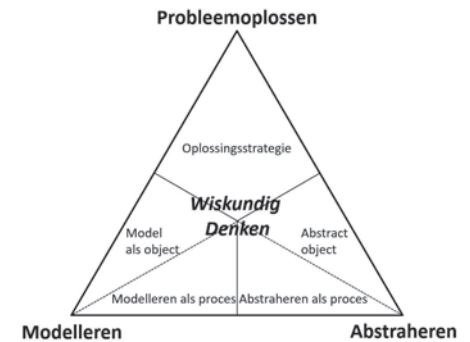
Code	Code-omschrijving
Probleemoplossen	Een vraag is gecodeerd als Probleemoplossen als deze geen reproductievraag is voor de oplosser en er een oplossingsstrategie bepaald moet worden. Er kunnen meerdere oplossingswegen mogelijk zijn en een oplossingsweg bestaat mogelijk uit meerdere denkstappen.
Modelleren	
– Modelleren als proces	Een vraag is gecodeerd als Modelleren als proces als een probleem vertaald moet worden naar wiskundige termen of de wiskundige resultaten terugvertaald moeten worden naar de probleemsituatie.
– Model als object	Een vraag is gecodeerd als Model als object als een model moet worden aangepast, wordt geanalyseerd op eigenschappen of wordt vergeleken met een ander model.
Abstraheren	
– Abstraheren als proces	Een vraag is gecodeerd als Abstraheren als proces als er uit een concrete situatie overeenkomsten en verschillen gedestilleerd moeten worden, die vervolgens leiden tot de vorming van betekenisvolle wiskundige objecten of omgekeerd, als opgedane kennis toegepast moet worden in nieuwe concrete situaties.
– Abstract object	Een vraag is gecodeerd als Abstract object als er gedacht moet worden over wiskundige objecten, eigenschappen daarvan en relaties daartussen.

Tabel 1 Codeboek voor de examenanalyse met beknopte code-omschrijvingen.

voor vwo voor de periode 2012–2019. Dit betrof in totaal 29 eindexamens en zou het eerste deel van de onderzoeksvraag kunnen beantwoorden. Ten tweede hebben we de kwantitatieve resultaten van leerlingen onderzocht op overlappende onderdelen van reguliere en pilotexamens. Ten derde is een beperkte kwalitatieve analyse uitgevoerd van het leerlingenwerk van het examen vwo wiskunde B van 2014.

Voor de eerste stap, het analyseren van de examens, is een codeboek gemaakt,

gebaseerd op de driedeling probleemoplossen–modelleren–abstraheren [7]. Als verfijning is zowel bij modelleren als abstraheren onderscheid gemaakt tussen de activiteit en het resultaat ervan. Figuur 3 geeft het analysemodel weer, en Tabel 1 bevat het codeboek. Voor elk van de vragen van de centrale examens is met ja/nee gecodeerd of beroep wordt gedaan op het betreffende aspect van wiskundig denken. Tabel 2 bevat een drietal voorbeelden van dergelijke coderingen. Bij een beperkt aan-



Figuur 3 Het model voor de analyse van de examens [9].

Code	Vraag	Motivering																										
Probleemoplossen	<p>Vwo 2019 vraag 14 betreft de beweging van een punt P over de lijn m, volgens een gegeven parametervoorstelling.</p>	<p>De vraag is: Onderzoek op algebraïsche wijze of er een positie van P is, zó dat driehoek ABP een rechte hoek heeft bij P én driehoek ABP een gelijkbenige driehoek is. Omdat dit voor deze leerlingen een non-routinetaak is, waarin verschillende stappen gecombineerd moeten worden en die op verschillende manieren is aan te pakken, is deze vraag gecodeerd als probleemoplossen.</p>																										
Modelleren als proces	<p>Havo 2011 pilot vraag 3 betreft de overlevingstijd van iemand die in koud water valt. Gegeven zijn formule en grafiek: $R = 15 + \frac{7,2}{0,0785 - 0,0034T}$ met $R > 0$ en $T \geq 5,0$.</p>	<p>De vraag is: Bereken de waarde van T die bij de verticale asymptoot hoort en leg uit wat de betekenis van de verticale asymptoot is voor de situatie van de te water geraakte persoon. Omdat het hier gaat om de interpretatie van een wiskundige eigenschap in termen van de probleemsituatie, is deze vraag gecodeerd als modelleren als proces.</p>																										
Abstract object	<p>Havo 2011 pilot vraag 17 bevat een logaritmetabel en beschrijft hoe je hiermee $\log 1\frac{1}{2}$ kunt benaderen als verschil van $\log 3$ en $\log 2$.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>n</th> <th>$\log n$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>0,3010</td></tr> <tr><td>3</td><td>0,4771</td></tr> <tr><td>4</td><td>0,6021</td></tr> <tr><td>5</td><td>0,6990</td></tr> <tr><td>6</td><td>0,7782</td></tr> <tr><td>7</td><td>0,8451</td></tr> <tr><td>8</td><td>0,9031</td></tr> <tr><td>9</td><td>0,9542</td></tr> <tr><td>10</td><td>1</td></tr> <tr><td>100</td><td>2</td></tr> <tr><td>1000</td><td>3</td></tr> </tbody> </table>	n	$\log n$	1	0	2	0,3010	3	0,4771	4	0,6021	5	0,6990	6	0,7782	7	0,8451	8	0,9031	9	0,9542	10	1	100	2	1000	3	<p>De vraag is: Bereken $\log 24$ op algebraïsche wijze met behulp van de tabel, dus zonder gebruik te maken van de log-toets op je rekenmachine. Omdat de gegeven logaritmetabel als abstract object wordt beschouwd dat de leerling gebruikt op basis van de wiskundige betekenis en relaties, los van contexten waarin logaritmen voorkomen en zijn aangeleerd, is deze vraag gecodeerd als abstract object.</p>
n	$\log n$																											
1	0																											
2	0,3010																											
3	0,4771																											
4	0,6021																											
5	0,6990																											
6	0,7782																											
7	0,8451																											
8	0,9031																											
9	0,9542																											
10	1																											
100	2																											
1000	3																											

Tabel 2 Voorbeelden van coderingen.

tal vragen is een dubbele code toegekend. Om dit coderingsproces te controleren, hebben drie collega's een aantal vragen ook gecodeerd en de overeenkomst tussen de beoordelaars was goed (Fleiss' Kappa = 0,70). Op deze manier zijn de zogenoemde 'wiskundige denkvragen' geïnventariseerd.

Om na te gaan hoe de leerlingen van de reguliere en de pilotprogramma's presteren op de denkactiverende vragen van de examens zijn de examenvragen onderzocht die gecodeerd zijn als denkactiverend en die identiek voorkwamen in zowel reguliere als pilotexamens. Dat bleken veertien vragen te zijn, zeven voor havo en zeven voor vwo. Per vraag zijn de zogeheten *p*-waarden berekend voor pilot- en reguliere leerlingen: de gemiddelde proportie van de behaalde score gedeeld door de maximaal haalbare score. Vervolgens is per vraag met een *t*-toets getoetst of er significant verschil was tussen de beide groepen leerlingen en zijn de effectgroottes berekend. De groepsgroottes waren natuurlijk wel zeer verschillend: aan de reguliere examens wiskunde B namen zo'n 10000 havo-leerlingen en 15000 vwo-leerlingen deel, terwijl het aantal pilotleerlingen over de jaren en schooltypen varieerde van 95 tot 243. Niettemin hoopten we hiermee het tweede deel van de onderzoeksvraag te beantwoorden.

Om meer inzicht te krijgen in het leerlingwerk achter de kwantitatieve data, is voor het examen wiskunde B vwo 2014 (eerste tijdvak) het schriftelijk werk van 128 leerlingen van reguliere scholen en dat van 110 pilotleerlingen met de hand geanalyseerd om na te gaan of de kwantitatieve bevindingen terug te zien zijn en om greep te krijgen op onderliggende verschillen.

Wat waren de resultaten?

Zoals hierboven beschreven hebben we eerst de reguliere eindexamens en de pilotexamens wiskunde B van havo-vwo van de periode 2011–2019 (eerste tijdvak) geanalyseerd op de mate waarin de opgaves beroep doen op wiskundig denken in de zin van probleemoplossen, modelleren en abstraheren. Tabel 3 vat de resultaten samen in termen van percentages van 'wiskundige denkvragen' op de verschillende examens. Omdat vwo nog geen pilotexamens had in 2011, zijn de betreffende cellen leeg. Vanaf de landelijke invoer van de nieuwe programma's in 2017 (havo) respec-

Afnamejaar	havo regulier	havo pilot	vwo regulier	vwo pilot
2011	16%	42%	–	–
2012	5%	26%	41%	60%
2013	5%	24%	33%	53%
2014	11%	32%	22%	50%
2015	21%	38%	35%	38%
2016	10%	22%	35%	38%
2017	22%		29%	27%
2018	33%		24%	
2019	17%		27%	
<i>Gemiddeld</i>	11%	31%	33%	44%

Tabel 3 Percentage van vragen die beroep doen op wiskundig denken in reguliere en pilotexamens havo en vwo.

tievelijk 2018 (vwo) zijn er alleen nog reguliere examens over de pilotprogramma's; daarom staan de betreffende percentages tussen de twee kolommen in. Ze zijn niet meegenomen in de berekening van de gemiddeldes in de laatste rij.

Uit Tabel 3 springt een aantal zaken in het oog. Ten eerste zien we dat 'wiskundige denkvragen' in de havo-examens minder voorkomen dan bij vwo. Ten tweede blijkt dat het aandeel wiskundige denkvragen voor zowel havo als vwo in de pilotexamens hoger ligt dan in de reguliere examens (31% versus 11%, en 44% versus 33%, respectievelijk). Ten derde zien we voor zowel havo als vwo een dalende trend in het aandeel wiskundige denkvragen, die zich in de reguliere examens van de nieuwe programma's lijkt te stabiliseren.

In Tabel 4 wordt weergegeven welke typen denkactiviteiten bij de verschillende examens aan de orde kwamen. De landelijke examens van de nieuwe programma's vanaf 2017 (havo) respectievelijk 2018 (vwo) zijn hierin bij de reguliere examens meegenomen. Wat opvalt in Tabel 4 is de nadruk op probleemoplossen, terwijl de andere categorieën, modelleren en abstraheren, weinig of niet aan bod komen,

zo zeer zelfs dat de onderverdeling in subcodes achteraf gezien wellicht overbodig was. Deze nadruk op probleemoplossen is in lijn met de eerdere analyse van [13].

Behalve een inventarisatie van de mate waarin wiskundige denkvragen voorkomen in de examens zijn we natuurlijk ook bijzonder geïnteresseerd in de prestaties van leerlingen op dergelijke vragen. Daarvoor hebben we de resultaten onderzocht van vragen die een beroep doen op wiskundig denken en die in zowel reguliere als pilotexamens voorkwamen. In Tabel 5 en 6 worden voor deze vragen de *p*-waarden gegeven en de verschillen tussen reguliere en pilotleerlingen. De *t*-waarden van de verschillen worden gegeven, met het aantal vrijheidsgraden en de effectgrootte.

Uit Tabel 5 blijkt dat op het havo de pilotleerlingen het gemiddeld 5.4%-punten beter deden dan de reguliere leerlingen op deze denkactieve vragen. Voor drie van de zeven opgaven waren de verschillen statistisch significant. De effectgroottes zijn niet erg indrukwekkend en met de interpretatie daarvan moeten we voorzichtig zijn. Voor het vwo zien we in Tabel 6 vergelijkbare resultaten, met een 4.1%-punt verbetering van pilotleerlingen ten opzichte van de re-

Type denkactiviteit	havo regulier	havo pilot	vwo regulier	vwo pilot	totaal
Probleemoplossen	21	28	37	37	123
Modelleren als proces	4	2	4	6	16
Model als object	0	0	0	0	0
Abstraheren als proces	0	1	0	0	1
Abstract object	2	2	4	9	17

Tabel 4 Frequenties van elk type denkactiviteit in de examens havo (2011–2019) en vwo (2012–2019).

Afnamejaar	Vraag # pilot	Vraag # regulier	<i>p</i> -waarde pilot	<i>p</i> -waarde regulier	<i>p</i> -waarde verschil	<i>t</i> -waarde	<i>df</i>	Cohens <i>d</i>
2011	3	3	40,0	41,9	-1,8	-0,57	10523	-0,05
2011	17	18	70,0	59,9	10,1	2,51*	10523	0,22
2011	18	19	61,4	47,1	14,3	3,99***	10523	0,34
2012	14	7	87,2	79,4	7,8	2,73**	11444	0,24
2014	11	13	37,7	35,0	2,7	0,72	11449	0,07
2015	3	3	79,1	76,0	3,0	0,83	10700	0,08
2016	8	9	43,3	41,3	2,0	0,72	13380	0,06
<i>Gemiddeld</i>			59,8	54,4	5,4			

* significantie $p < 0,05$ (tweezijdig), ** significantie $p < 0,01$ (tweezijdig), *** significantie $p < 0,001$ (tweezijdig)

Tabel 5 Overzicht van *p*-waardes van identieke vragen op havo-examens.

Afnamejaar	Vraag # pilot	Vraag # regulier	<i>p</i> -waarde pilot	<i>p</i> -waarde regulier	<i>p</i> -waarde verschil	<i>t</i> -waarde	<i>df</i>	Cohens <i>d</i>
2013	2	2	60,3	56,7	3,7	1,18	15111	0,09
2013	16	14	50,5	50,4	0,1	0,04	15111	0,00
2014	15	6	65,6	70,4	-4,8	-1,94	14390	-0,15
2015	4	3	57,2	56,2	1,0	0,33	15018	0,03
2015	13	14	61,1	34,6	26,4	6,23***	15018	0,64
2016	2	3	52,0	39,3	12,7	3,79***	15274	0,37
2017	14	13	45,7	56,3	-10,6	-3,48***	17180	-0,31
<i>Gemiddeld</i>			56,0	52,0	4,1			

* significantie $p < 0,05$ (tweezijdig), ** significantie $p < 0,01$ (tweezijdig), *** significantie $p < 0,001$ (tweezijdig)

Tabel 6 Overzicht van *p*-waardes van identieke vragen op vwo-examens.

guliere groep. Opvallend is verder de negatieve effectgrootte in 2017. Die betreft een vraag over integraalrekening, een onderwerp dat in meer detail aan de orde komt in het oude programma dan in het nieuwe programma. Voor havo en vwo samen suggereren de tabellen dat de pilotleerlingen het wat beter doen dan de reguliere leerlingen op de overlappende denkvragen.

Om deze kwantitatieve analyse meer diepgang te geven, is voor het examen wiskunde B vwo 2014 (eerste tijdvak) het schriftelijk werk van 128 leerlingen van reguliere scholen en dat van 110 pilotleerlingen met de hand geanalyseerd. Daaruit komen drie typen verschillen naar voren:

- Leerlingen van de pilotprogramma's lijken wat meer verschillende probleemaanpakken te gebruiken dan de leerlingen in de reguliere programma's.
- Ook lijken de pilotleerlingen vaker dan de reguliere leerlingen grafieken te schetsen en heen-en-weer te springen tussen verschillende representaties.

- Verder gebruiken leerlingen van pilot-scholen vaker exacte algebraïsche methoden, waar leerlingen van reguliere scholen meer gebruik maken van de grafische rekenmachine.

Conclusie

We vroegen ons af hoe we de curriculumwijziging met betrekking tot wiskundig denken terugzien in de nieuwe centrale examens havo/vwo, en hoe leerlingen presteren op examenvragen die zich daarop richten. Wat betreft de eindexamens is het antwoord dat die in de nieuwe programma's meer wiskundige denkvragen bevatten dan in de oude programma's, maar dat dat aandeel op havo kleiner is dan op vwo en bovendien in de loop van de pilotperiode afneemt. Verder ligt de nadruk sterk op probleemoplossen als wiskundige denkcactiviteit en veel minder op modelleren en abstraheren. Wat betreft de prestaties van leerlingen zijn er aanwijzingen dat de leerlingen die de nieuwe programma's volgen wat beter presteren op wiskundige denk-

vragen en iets flexibeler oplossingsgedrag vertonen, al moeten we hierbij opmerken dat dit gebaseerd is op een beperkt aantal examenvragen en dat de verschillen niet spectaculair zijn.

Onze interpretatie van deze bevindingen is allereerst dat het hoopgevend is dat wiskundige denkvragen meer voorkomen in de nieuwe examens en dat de pilotleerlingen daarop wat beter lijken te presteren. Dat was immers een van de doelen van de programmaherziening. Toch hebben we ook punten van aarzeling. De belangrijkste kanttekening betreft de afnemende aantallen wiskundige denkvragen in de loop van de pilotjaren. Wat is daarvan de reden? Is men geschrokken van de soms matige resultaten van leerlingen op dit type vragen? Is het te lastig om wiskundige denkvragen te ontwerpen? Is het centraal examen niet geschikt om wiskundig denken te toetsen? Onze reactie is een tweeledige oproep. Om te beginnen is wiskundig denken natuurlijk geen helder, welomschreven vaardigheid die zich eenvoudig laat toet-

sen. Toch lijkt er internationale consensus te bestaan over het belang van dergelijke hogere-orde leerdoelen bij wiskunde en is het te vroeg om deze pogingen om ze in het centraal examen te toetsen al zo snel te laten verwateren. Als op wiskundig denken in de examens weinig beroep wordt gedaan, verwatert de beoogde leerplanvernieuwing al snel, omdat van het centraal examen immers een sterke sturende wer-

king naar de klassenpraktijk uitgaat. Kortom, examenmakers, stroop de mouwen op en durf wiskundig denken de plaats te geven die het verdient!

Tegelijkertijd stelt het format van het centraal examen inderdaad beperkingen aan wat mogelijk is. Daarom verdient het aanbeveling om in het schoolexamen ook andere toetsvormen te hanteren. Denk bijvoorbeeld aan grotere modelleeropdrach-

ten. We eindigen dan ook met een tweede oproep: docenten, wijk eens wat vaker af van het schoolexamen als generale repetitie voor het centraal examen en gebruik de ruimte die de wet daartoe geeft! ☺...

Noot

Dit artikel is een bewerking van [8]. Het maakt gebruik van de resultaten van de master thesis van de tweede auteur.

Referenties

- 1 M. Bor-de Vries en P. Drijvers, *Handreiking Denkactiverende wiskundelessen*, Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht, 2015.
- 2 Commissie Toekomst Wiskundeonderwijs, *Rijk aan betekenis. Visie op vernieuwd wiskundeonderwijs*, cTWO, 2007.
- 3 Commissie Toekomst Wiskundeonderwijs, *Denken & doen, wiskunde op havo en vwo per 2015*, cTWO, 2013.
- 4 Curriculum.nu, *Conceptvoorstellen leergebied rekenen en wiskunde*, 2019.
- 5 K. Devlin, *Introduction to Mathematical Thinking*, Devlin, 2012.
- 6 C. Drüke-Noe en S.M. Kühn, Cognitive Demand of Mathematics Tasks set in European Statewide Exit Exams – Are some Competences more demanding than others? In T. Dooley en G. Gueudet, eds., *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME10, February 1-5, 2017)*, DCU Institute of Education and ERME, Dublin, 2017, pp. 3484–3491.
- 7 P. Drijvers, *Denken over wiskunde, onderwijs en ICT*, Inaugurale rede, Universiteit Utrecht, 2015.
- 8 P. Drijvers, H. Kodde-Buitenhuis, en M. Doorman, Assessing mathematical thinking as part of curriculum reform in the Netherlands, *Educational Studies in Mathematics*, 2019.
- 9 J.W. Kodde-Buitenhuis, *Wiskundig denken in de pilotexamens van de nieuwe wiskundecurricula havo/vwo*, Cito, 2015.
- 10 M.R. Larson en T.D. Kanold, The Common Core Mathematics Debate, in M.R. Larson en T.D. Kanold, eds., *Balancing the Equation*, NCTM, 2016, pp. 43–56.
- 11 National Research Council *Everybody Counts: A Report to the Nation on the Future of Mathematics Education*, National Academy Press, 1989.
- 12 A.H. Schoenfeld, Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics, in D. Grouws, ed., *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics*, Macmillan, 1992, pp. 334–370.
- 13 A. van Streun, *Onderwijzen en toetsen van wiskundige denkactiviteiten*, SLO, 2014.
- 14 P. Vos, Assessment of modelling in mathematics examination papers: Ready-made models and reproductive mathematising, in G.A. Stillman e.a., eds., *Teaching Mathematical Modelling: Connecting to Research and Practice, International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling*, Springer, 2013, pp. 479–488.
- 15 P. White en M. Mitchelmore, Teaching for abstraction: a model, *Mathematical Thinking and Learning* 12(3), 2010, 205–226.