

Harrie de Swart

School of Humanities and Digital Sciences, Tilburg University, en
Faculteit Wijsbegeerte, Erasmus Universiteit Rotterdam
h.c.m.deswart@uvt.nl, deswart@fwb.eur.nl

Maatschappij

Hoe een president/burgemeester/voorzitter te kiezen?

Uit de literatuur is al lang bekend dat de meest bekende en meest gebruikte kiesregels een aantal onacceptabele eigenschappen hebben; zie bijvoorbeeld [10, 11]. De hoop op een kiesregel die alleen fraaie eigenschappen heeft leek door de onmogelijkheidsstelling van Arrow (1951) ijdel te zijn. Echter in 2010 maakten Balinski en Laraki duidelijk dat, door de kiezers te vragen naar hun waarderingen van de kandidaten in plaats van naar hun volgorde van voorkeur over de kandidaten, wel een kiesregel mogelijk is met fraaie eigenschappen: *Majority Judgment*. Majority Judgment baseert zich op de mediaan van de waarderingen die een kandidaat van zijn kiezers krijgt. Balinski en Laraki laten aan de hand van presidentsverkiezingen zien hoe slecht de huidige kiesregels uitpakken in de Verenigde Staten en in Frankrijk en hoe Majority Judgment tot andere en betere resultaten zou leiden. Harrie de Swart, emeritus hoogleraar logica in Tilburg en Rotterdam, legt in dit artikel uit hoe Majority Judgment in zijn werk gaat.

Amerikaanse presidentsverkiezingen 2016

In [4] en in [6] geven Balinski en Laraki een analyse van de Amerikaanse Presidentsverkiezingen in 2016. Hun conclusie is eenduidig: het kiessysteem van de USA werkt niet, dat wil zeggen, selecteert niet de kandidaat die globaal de hoogste waardering van het electoraat heeft. Om dat te illustreren maken ze gebruik van de resultaten

van een opiniepeiling onder 1787 kiezers van alle politieke richtingen door het Pew Research Center in maart 2016, zie Tabel 1.

Balinski en Laraki ontwikkelen in hun boek [2] en in hun artikel [3] een theorie, *Majority Judgment* (MJ), om de evaluaties (in plaats van de rangordeningen) van de kandidaten door de kiezers te aggregeren tot een sociale of gemeenschappelijke

volgorde van voorkeur \succeq_{MJ} over de kandidaten. Zoals gesuggereerd in de term Majority Judgment, spelen meerderheden daarbij een wezenlijke rol. In feite bepaalt Majority Judgment voor elke kandidaat de *mediaan* van zijn of haar evaluaties.

Voor John Kasich is er een meerderheid van $05 + 28 + 39 = 64\%$ die vindt dat Kasich minstens een *average* verdient en er is een andere meerderheid van $15 + 13 + 39 = 67\%$ die vindt dat hij hoogstens een *average* verdient. Derhalve is *average* per definitie de *meerderheidsgraad* van Kasich. In de tabel zijn de meerderheidsgraden van de diverse kandidaten aangegeven door vette letters te gebruiken. De meerderheidsgraad van Kasich, Sanders, Cruz en Clinton is *average*, die van Trump is *poor*. Daarom ordent Majority Judgment Kasich, Sanders, Cruz en Clinton boven Trump: $Kasich \succ_{MJ} Trump$, et cetera. Maar hoe ordent Majority Judgment Kasich en Sanders, die dezelfde meerderheidsgraad hebben?

Daartoe beschouwen we het waardenprofiel van Kasich en Sanders als getoond in Tabel 2. Links en rechts van het midden vindt men 50% van de uitgebrachte evaluaties. Kasich en Sanders hebben beide een $(50 + 12)\%$ meerderheid voor [*average*, *average*]. Maar Kasich heeft een $(50 + 13)\%$ meerderheid voor [*average*, *average*] terwijl Sanders een $(50 + 13)\%$ meerderheid heeft voor [*average*, *poor*]. Daarom ordent Majority Judgment Kasich boven Sanders: $Kasich \succ_{MJ} Sanders$.

Het vinden van de kleinste van deze vier getallen 17, 22, 14 en 12, is hetzelfde

kandidaat	great	good	average	poor	terrible
John Kasich	05	28	39	13	15
Bernie Sanders	10	26	26	15	23
Ted Cruz	07	22	31	17	23
Hillary Clinton	11	22	20	16	31
Donald Trump	10	16	12	15	47

Tabel 1 Opiniepeiling Pew Research Center onder 1787 kiezers, maart 2016 (waarden in %).

	great	good	average	average	poor	terrible
Kasich	05	28	17	22	13	15
Sanders	10	26	14	12	15	23

Tabel 2 Waardenprofiel van Kasich en Sanders (waarden in %).



Ted Cruz, John Kasich, Donald Trump, Hillary Clinton en Bernie Sanders

als het vinden van het hoogste percentage van de waarderingen strikt boven en strikt onder de meerderheidsgraad van elke kandidaat.

Zij p_A het percentage van A 's waarderingen strikt boven de meerderheidsgraad α_A van A en q_A het percentage van A 's waarderingen strikt onder α_A . A 's *majority gauge* is per definitie (p_A, α_A, q_A) . De *majority-gauge regel* \succ_{MG} rangschikt A boven B , $A \succ_{MG} B$, als $\alpha_A \succ \alpha_B$ of $(\alpha_A = \alpha_B$ en $p_A \succ \max\{q_A, p_B, q_B\})$ of $(\alpha_A = \alpha_B$ en $q_B \succ \max\{p_A, q_A, p_B\})$.

In ons voorbeeld: de majority gauge van Kasich is (33, average, 28) en die van Sanders is (36, average, 38). $q_{\text{Sanders}} = 38 \succ \max\{33, 28, 36\}$, derhalve $\text{Kasich} \succ_{MG} \text{Sanders}$. Indien \succeq_{MG} beslissend is (geschreven als \succ_{MG}), dan is zijn ordening identiek aan die van \succ_{MJ} .

Om analoge redenen vinden we Sanders \succ_{MJ} Cruz en Cruz \succ_{MJ} Clinton, zodat Majority Judgment de presidentskandidaten als volgt ordent:

$$\begin{aligned} \text{Kasich} &\succ_{MJ} \text{Sanders} \succ_{MJ} \text{Cruz} \\ &\succ_{MJ} \text{Clinton} \succ_{MJ} \text{Trump.} \end{aligned}$$

Deze ordening is het logische resultaat van meerderheden die beslissen over de beoordelingen van de kandidaten in plaats van de meerderheidsregel die kandidaten ordent naar het aantal stemmen dat ze krijgen.

Waarom kan de meerderheidsregel verkeerd uitpakken? Om dat duidelijk te maken bekijken Balinski en Laraki [4] het *waardenprofiel* van Clinton en Trump, zie Tabel 3. Merk op dat de evaluaties van Clinton die van Trump domineren, zodat Clinton van Trump zou moeten winnen,

zie Tabel 4. Maar de meerderheidsregel (Majority Rule, MR) kan makkelijk falen Clinton als winnaar aan te wijzen: veronderstel dat aan het waardenprofiel voor Clinton en Trump het volgende *opinieprofiel* van deze kandidaten zoals getoond in Tabel 5 ten grondslag ligt. De individuele stempercentages in dit opinieprofiel zijn in overeenstemming met de evaluaties die elk ontving in het waardenprofiel. Bijvoorbeeld, de 22% kiezers die Clinton een *good* gaven zijn nu verdeeld in twee groepen: een groep van 10% die Clinton een *good* geeft en Trump een *great* en een groep van 12% kiezers die Clinton een *good* geeft en Trump een *terrible*. Bij toepassen van de *meerderheidsregel* op dit opinieprofiel, zal Trump Clinton verslaan met $10 + 16 + 12 + 15 = 53\%$ tegen $11 + 12 + 4 + 4 = 31\%$, terwijl Clintons evaluaties die van Trump domineren. Merk op dat in dit opinieprofiel de 53% kiezers die Trump prefereren boven Clinton dat slechts lichtelijk doen, terwijl de meeste kiezers die Clinton prefereren boven Trump dat sterk doen.

	great	good	average	poor	terrible
Clinton	11	22	20	16	31
Trump	10	16	12	15	47

Tabel 3 Waardenprofiel van Clinton en Trump (waarden in %).

at least:	great	good	average	poor	terrible
Clinton	11	33	53	69	100
Trump	10	26	38	53	100

Tabel 4 De evaluaties van Clinton domineren die van Trump (waardes in %).

	10	16	12	15	14	11	12	04	04	02
Clinton	go	av	po	te	te	gr	go	av	po	te
Trump	gr	go	av	po	te	te	te	te	te	te

Tabel 5 Opinieprofiel van Clinton en Trump (waardes in %).

Arrows onmogelijkheidsstelling

Een van de minder prettige eigenschappen van 'meeste stemmen gelden' (Plurality Rule; PR) is dat deze kiesregel niet *Onafhankelijk van Irrelevante Alternatieven* is (niet OIA). Om dat duidelijk te maken beschouwen we het volgende profiel bestaande uit negen kiezers met de volgende volgordes van voorkeur over de kandidaten A, B en C :

- 4: $A B C$
 3: $B C A$
 2: $C B A$

De competitie is duidelijk tussen A en B en onder toepassen van 'meeste stemmen gelden' (PR) wint A met 4 tegen 3 eerste stemmen van B : $A \succ_{PR} B$. Echter in de competitie tussen A en B speelt een derde (irrelevante) kandidaat C een beslissende rol: zou C niet meedoen, dan stemmen de twee C -stemmers voor B en dan zou B met 5 tegen 4 eerste stemmen winnen van A : $B \succ_{PR} A$.

De meerderheidsregel ofwel paarsgevijs vergelijken is wel OIA: in een competitie tussen twee kandidaten A en B wordt alleen gekeken naar de relatieve posities van A en B ten opzichte van elkaar en daarbij spelen andere alternatieven geen rol. Echter de meerderheidsregel heeft een andere onaangename eigenschap, namelijk dat de uitkomst onder deze kiesregel niet transitief hoeft te zijn en dus niet werkbaar. Laten we dit illustreren met het standaard voorbeeld van Condorcet (± 1850). Beschouw weer drie kandidaten A , B en C en drie kiezers met de volgende volgordes van voorkeur:

- 1: $A B C$
 1: $B C A$
 1: $C A B$

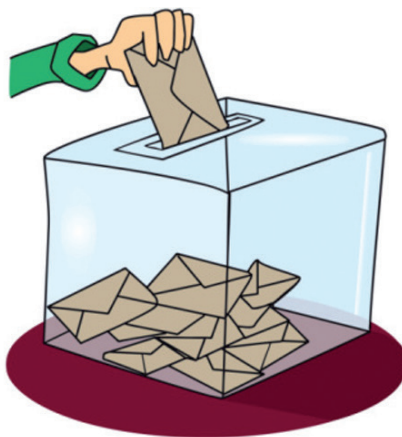
De eerste en derde kiezer, dus een meerderheid, prefereren A boven B , dus $A \succ_{MR} B$. De eerste en tweede kiezer, dus een meerderheid, prefereren B boven C , dus $B \succ_{MR} C$. Maar de tweede en derde kiezer, dus een meerderheid, prefereren C boven A , dus $C \succ_{MR} A$. De meerderheidsregel levert dus in dit voorbeeld een cyclische uitkomst; er is geen winnaar: $A \succ_{MR} B \succ_{MR} C \succ_{MR} A$. In [8] laat Gehrlein zien dat de kans op het voorkomen van zo'n cyclische uitkomst bij drie kandidaten en een (zeer) groot aantal kiezers ongeveer 1 op 16 is, een niet te verwaarlozen getal. De kiesregel 'meeste stemmen gelden' is duidelijk wel transitief: als A meer eerste stemmen heeft dan B en B heeft meer eerste stemmen dan C , dan zal ook A meer eerste stemmen hebben dan C .

Samenvattend: 'meeste stemmen gelden' (PR) is niet OIA, maar wel transitief. De meerderheidsregel (MR) daarentegen is wel OIA, maar niet transitief.

De vraag is dus of er geen procedure is te bedenken die zowel OIA als ook tran-

sitief is. In 1951 werd aan die hoop een abrupt einde gemaakt door de zogenaamde *onmogelijkheidsstelling* van Arrow [1]: bij drie of meer kandidaten is de enige kiesregel (gebaseerd op individuele volgorden van voorkeur van de kiezers), die OIA en transitief is (samen met nog enkele andere voor de hand liggende eigenschappen, zoals anonimiteit en neutraliteit), een dictatuur, dat wil zeggen er zal een kiezer zijn wiens voorkeur altijd de gemeenschappelijke of sociale voorkeur is, ongeacht de voorkeuren van de andere kiezers.

Eerst enkele definities. Een profiel p associeert met elke kiezer een (lineaire of zwakke) ordening van de kandidaten of alternatieven. En een kiesmethode of kiesregel M voegt aan ieder profiel een gemeenschappelijke of sociale (zwakke) ordening \succeq_M van de kandidaten toe.



Er zijn vele bewijzen van Arrows stelling. We zullen hier een eenvoudig bewijs geven van een variant van Arrows stelling dat recentelijk gegeven is door Balinski en Laraki in hun artikel [3]. Hiertoe formuleren we eerst *Mays axioma's* [9] voor een kiesmethode M in het geval van twee kandidaten:

1. *Gebaseerd op vergelijken*: De invoer voor de kiesmethode bestaat uit de individuele voorkeuren van de kiezers over de kandidaten.
2. *Onbeperkt domein*: Elke stemconfiguratie is toegestaan, met andere woorden de kiesmethode moet aan elk profiel een uitkomst toevoegen.
3. *Anonimiteit*: Veranderen van de namen van de kiezers verandert de uitkomst niet.

4. *Neutraliteit*: Veranderen van de namen van de kandidaten verandert de uitkomst niet.
5. *Monotonie*: als A wint of gelijk met B eindigt ($A \succeq_M B$) en een of meer kiezers veranderen hun preferentie ten gunste van A , dan zal de kiesmethode A boven B plaatsen ($A \succ_M B$).
6. *Volledigheid*: Voor elk tweetal kandidaten A en B plaatst de kiesmethode A boven B ($A \succ_M B$) of B boven A ($B \succ_M A$) of verklaart A en B indifferent ($A \approx_M B$).

Stelling (May [9]). *In het geval van slechts twee kandidaten is de enige kiesmethode die voldoet aan bovenstaande zes axioma's de meerderheidsregel.*

(Bedenk dat in het geval van twee alternatieven de meerderheidsregel op hetzelfde neerkomt als 'meeste stemmen gelden'.)

Bewijs (Balinski en Laraki [3]). Veronderstel de kiesmethode M voldoet aan bovenstaande zes axioma's. Anonimiteit impliceert dat alleen de aantallen tellen: het aantal kiezers n_A die A boven B prefereren, het aantal kiezers n_B die B boven A prefereren, en het aantal kiezers n_{AB} die indifferent zijn tussen A en B . Volledigheid garandeert dat er een uitkomst moet zijn.

Veronderstel $n_A = n_B$ en $A \succ_M B$. Vanwege neutraliteit resulteert het verwisselen van de namen in $B \succ_M A$. Maar het nieuwe profiel is identiek aan het oorspronkelijke profiel. Contradictie. Derhalve $A \approx_M B$ indien $n_A = n_B$.

Veronderstel $n_A > n_B$. Verander de voorkeuren van $n_A - n_B$ kiezers die A boven B prefereren in indifferenties om volgens axioma 2 een geldig profiel te verkrijgen. Voor dit profiel geldt $A \approx_M B$. Terug veranderen naar het oorspronkelijke profiel levert volgens het monotonie axioma dat $A \succ_M B$. \square

Voor het geval van een willekeurig aantal kandidaten voegen Balinski en Laraki [3] aan bovenstaande zes axioma's nog twee axioma's toe:

7. *Transitiviteit*: Als $A \succeq_M B$ en $B \succeq_M C$, dan $A \succeq_M C$.
8. *Onafhankelijk van Irrelevante Alternatieven*: Als $A \succeq_M B$ en andere kandidaten worden toegevoegd of verwijderd, dan nog altijd $A \succeq_M B$.

Stelling (Arrows onmogelijkheidsstelling [1]). Voor $n \geq 3$ kandidaten is er geen kiesmethode M die voldoet aan de axioma's 1–8.

Bewijs (Balinski en Laraki [3]). Beschouw een willekeurig tweetal kandidaten A en B . Volgens OIA is het voldoende alleen deze twee te beschouwen. Axioma's 1 tot 6 impliceren dat de kiesmethode M de meerderheidsregel MR moet zijn. Omdat het domein onbeperkt is, toont de Condorcet-paradox nu aan dat MR de transitiviteit schendt. Dus kan er geen kiesmethode zijn die aan alle axioma's voldoet. □

De vraag of het mogelijk is aan de onmogelijkheidsstelling van Arrow te ontsnappen heeft vele wiskundigen, economen, politicologen en filosofen gedurende zo'n zestig jaar beziggehouden. Merk op dat als twee kiezers zeggen dat ze A boven B prefereren, dat ze dan totaal verschillende dingen kunnen bedoelen: de een dat A uitstekend is en B goed; een ander dat A goed is en B slecht en weer een ander dat A slecht is en B zo mogelijk nog slechter. Het gevolg is een babylonische spraakverwarring en terugkijkend moet men niet verbaasd zijn dat dit tot problemen leidt, uitmondend in een onmogelijkheidsstelling.

Reeds in de eerste helft van de vorige eeuw hebben G. Mannoury, L.E.J. Brouwer, D. van Dantzig, F. van Eeden en gelijkgezinden, verenigd in de *Signifische Kring*, gewezen op het belang van een zorgvuldig taalgebruik. Hieronder enige citaten van Mannoury uit 1917:

“Wie zijn gevoel wil leiden en beheersen, moet het eerst ontleden en de gewone, van ouds gebruikelijke taalvormen zijn daartoe ten enenmale onvoldoende.”

“Aan de verdere ontwikkeling en doorwerking van filosofische gedachten staat een beletsel in de weg. ... Ik ken geen beeld, dat van het beletsel dat ik op het oog heb een duidelijker voorstelling zou kunnen geven, dan dat van de oud-testamentische ziener: *de toren Babels*, symbool van de verwarring der spraken.”

Dit is precies wat er gebeurt als verschillende mensen zeggen dat ze A boven B prefereren. Ze bedoelen allen wat anders.

In hun boek [2] komen Balinski en Laraki met een oplossing: in plaats van kiezers

naar hun volgorde van voorkeur over de kandidaten te vragen, moet je hen vragen een *evaluatie* (waardering) van alle kandidaten te geven in termen die door alle betrokkenen goed begrepen worden. Bijvoorbeeld in termen van: excellent (*ex*), very good (*vg*), good (*go*), acceptable (*ac*), poor (*po*) en reject (*re*). Het aantal mogelijke waarderungen dient voldoende groot te zijn, zodat een kiezer zijn onderscheid van de kandidaten ook tot uitdrukking kan brengen.

Merk op dat evaluaties veel *informatiever* zijn dan volgordes van voorkeur: uit de evaluaties van de kandidaten door een kiezer kan men zijn volgorde van voorkeur afleiden, maar niet omgekeerd! Uit een volgorde van voorkeur over de kandidaten kan men niet de waarderungen van de kiezer afleiden.

Door een preciezer taalgebruik, evaluaties in plaats van ordeningen, konden Balinski en Laraki in [3] ook vaststellen dat de meerderheidsregel dominantie niet respecteert. We lichten dit toe in de volgende paragraaf.

Het respecteren van dominantie

Het was al lang bekend dat de meerderheidsregel geen rekening houdt met de intensiteiten waarmee kiezers de ene kandidaat prefereren boven de andere. In [3] geven Balinski en Laraki voor het eerst handen en voeten aan deze ietwat vage constatering. Beschouw twee kandidaten A en B die van vijf kiezers de waarderungen krijgen, zoals weergegeven in het *opinieprofiel* in Tabel 6. Hierbij staat *ex* voor ‘excellent’, *vg* voor ‘very good’, *go* voor ‘good’, *ac* voor ‘acceptable’, *po* voor ‘poor’ en *re* voor ‘reject’. De eerste drie kiezers prefereren B licht boven A , terwijl de laatste twee kiezers A sterk prefereren boven B . Volgens de meerderheidsregel wordt A door B verslagen met 2 tegen 3: $B \succ_{MR} A$.

Echter, als we nu naar de waarderungen van A en B kijken, geordend van hoog naar laag, dan ontstaat onderstaand *waarden-*

kiezer:	1	2	3	4	5
kandidaat A	<i>go</i>	<i>ac</i>	<i>po</i>	<i>ex</i>	<i>vg</i>
kandidaat B	<i>vg</i>	<i>go</i>	<i>ac</i>	<i>po</i>	<i>re</i>

Tabel 6 Opinieprofiel twee kandidaten, vijf kiezers.

kandidaat A	<i>ex</i>	<i>vg</i>	<i>go</i>	<i>ac</i>	<i>po</i>
kandidaat B	<i>vg</i>	<i>go</i>	<i>ac</i>	<i>po</i>	<i>re</i>

Tabel 7 Waardenprofiel twee kandidaten, vijf kiezers.

profiel in Tabel 7. Het is A die de betere waarderungen heeft, met andere woorden, de waarderungen van A *domineren* die van B . Preciezer, het waardenprofiel $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ van kandidaat A *domineert* waardenprofiel $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ van kandidaat B indien voor elke i , $\alpha_i \geq \beta_i$ en voor minstens een k , $\alpha_k > \beta_k$. En dus zou A in plaats van B de winnaar moeten zijn! De meerderheidsregel respecteert dus dominantie niet. Anderzijds dient elke redelijke kiesmethode dominantie te respecteren.

De vraag is of er een kiesmethode is die dominantie wel respecteert? Jazeker, Majority Judgment van Balinski en Laraki [2, 3]. Laten we de werking van Majority Judgment toelichten aan de hand van bovenstaand voorbeeld.

Er is een meerderheid van drie kiezers die vinden dat A minstens een *go* verdient, en er is een andere meerderheid van drie kiezers die vinden dat A hoogstens een *go* verdient. Daarom is de *meerderheidsgraad* van A per definitie *go*. Voor B is er een meerderheid van drie kiezers die vinden dat B minstens een *ac* verdient en een andere meerderheid van drie kiezers die vinden dat B hoogstens een *ac* verdient. Daarom is de meerderheidsgraad van B per definitie *ac*. De meerderheidsgraad van A is hoger dan die van B en volgens Majority Judgment is dan A de winnaar: $A \succ_{MJ} B$.

Majority Judgment kijkt horizontaal naar meerderheden in het waardenprofiel, terwijl de meerderheidsregel verticaal naar meerderheden in het opinieprofiel kijkt. Majority Judgment respecteert dominantie, de meerderheidsregel doet dat niet.

Eigenschappen van Majority Judgment

Uit de definitie van Majority Judgment volgt onmiddellijk:

Stelling (Balinski en Laraki). *Majority Judgment neemt de waarderungen van de kandidaten door de kiezers als invoer en voldoet aan de axioma's 2–8.*

Majority Judgment heeft onder anderen de volgende eigenschappen:

1. Majority Judgment geeft een (sociale) ordening \succeq_{MJ} van de kandidaten en de gemeenschap is indifferent tussen twee kandidaten ($A \approx_{MJ} B$) precies dan wanneer ze dezelfde beoordelingen hebben. *Majority Judgment meet de steun van*

het electoraat voor de kandidaten en ordent hen naar rato hun steun. Met de meerderheidsregel kunnen de kiezers hun meningen over de kandidaten niet uitdrukken; iedere kiezer wordt beperkt tot het steunen van één kandidaat met uitsluiting van alle anderen.

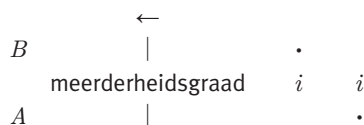
2. Het is evident uit de definities dat Majority Judgment OIA is: of $A \succeq_{MJ} B$ of $B \succeq_{MJ} A$ hangt niet af van een derde kandidaat C . Plurality Rule is niet OIA.
3. Bij meer dan twee kandidaten is \succeq_{MJ} transitief: als $A \succeq_{MJ} B$ en $B \succeq_{MJ} C$, dan $A \succeq_{MJ} C$. De meerderheidsregel is niet transitief.



4. Majority Judgment respecteert per definitie *dominantie*: als de waarderingen van A die van B domineren, dan $A \succ_{MJ} B$. Dit geldt niet voor ‘meeste stemmen gelden’ en ook niet voor de meerderheidsregel.
5. Majority Judgment is *bestand tegen strategisch gedrag voor wat betreft de meerderheidsgraad*: een groep met invoer hoger (respectievelijk lager) dan de meerderheidsgraad kan de meerderheidsgraad niet doen stijgen, respectievelijk verlagen. Bijvoorbeeld, veronderstel dat een kandidaat A de volgende waarderingen krijgt: *good acceptable poor*. De meerderheidsgraad van A is dan *acceptable*. De kiezer die hem een *good* gaf kan de meerderheidsgraad van A niet doen stijgen; een *excellent* geven in plaats van een *good* verandert de meerderheidsgraad van A niet. Dit is

zeker niet het geval voor mechanismen gebaseerd op punten optellen of het gemiddelde nemen.

6. Majority Judgment is *partieel bestand tegen strategisch gedrag met betrekking tot de gemeenschappelijke volgorde van voorkeur* (bij voldoende veel graden). Dat wil zeggen als een kiezer, die B boven A waardeert, de meerderheidsgraad van B kan verhogen, dan kan hij die van A niet verlagen; en als hij die van A kan verlagen, dan kan hij die van B niet verhogen. Bijvoorbeeld, veronderstel kiezer i geeft B een hogere beoordeling dan A en A heeft dezelfde meerderheidsgraad als B :



De enige manier waarop kiezer i B 's meerderheidsgraad kan verhogen is door B een beoordeling te geven hoger dan B 's meerderheidsgraad in plaats van een beoordeling lager dan B 's meerderheidsgraad. Maar omdat i aan A een lagere beoordeling gaf dan B , kan hij A 's meerderheidsgraad niet verlagen. Deze eigenschap is zeker niet waar voor enig mechanisme gebaseerd op sommen of gemiddelden van punten.

7. De meerderheidsgraad van een kandidaat is een belangrijk signaal naar de kandidaten en het electoraat.
8. Majority Judgment stimuleert kandidaten de hoogst mogelijke waarderingen te krijgen van zoveel mogelijk kiezers; elke graad draagt bij aan het eindoordeel. Kandidaten kunnen zich niet focussen op 51% van het electoraat en, indien de winnaar, vervolgens claimen 100% van het electoraat te vertegenwoordigen.
9. Merk op dat elke methode, waarbij kiezers punten geven aan kandidaten en waarbij kandidaten gerangschikt worden naarmate ze punten verzameld hebben, ook voldoet aan de axioma's 2–8. Maar een dergelijke methode is niet bestand tegen strategisch gedrag voor wat betreft het eindoordeel van een kandidaat noch voor wat betreft de rangorde van de kandidaten. Bovendien is een methode gebaseerd op punten geven niet consistent met Majority Judgment, en ook niet met de meerderheidsregel.

	1	2	3	4	5	6	7
A	ex	ex	ex	ac	ac	ac	ac
B	po	po	po	go	go	go	go

Tabel 8 Voorbeeld met twee kandidaten, zeven kiezers.

Beschouw het volgende voorbeeld in Tabel 8. Verticaal gezien: B verslaat A met 4 tegen 3, dus B is de MR-winnaar. Horizontaal gezien: de meerderheidsgraad van B is *go*, die van A is slechts *ac*; dus B is in dit voorbeeld ook de MJ-winnaar. Merk op dat met 5 punten voor *ex*, 4 voor *vg*, 3 voor *go*, 2 voor *ac*, 1 voor *po* en 0 voor *re*, A van B wint met 23 punten tegen 15. Dus *het optellen van punten is noch consistent met Majority Judgment, noch met de meerderheidsregel*.

10. Het idee van Approval Voting is dat elke kiezer 1 punt geeft aan de kandidaten die hij goedkeurt en 0 punten aan de kandidaten die hij afkeurt. Met 1 punt voor *go* of hoger wint B met 4 punten tegen 3 voor A . Maar met 1 punt voor *ac* of hoger wint A met 7 punten tegen 4 voor B . Dus *Approval Voting geeft willekeurige uitkomsten en is niet consistent met Majority Judgment en ook niet met de meerderheidsregel*.

Presidentsverkiezingen in Frankrijk

In [5] en in [7] nemen Balinski en Laraki de Franse presidentsverkiezingen onder de loep. De conclusie is wederom uiterst negatief: het Franse kiessysteem kan makkelijk een winnaar opleveren die door de overgrote meerderheid verworpen wordt. Bij de Franse presidentsverkiezingen zijn er twee stemrondes: 1. Als in de eerste ronde een kandidaat meer dan de helft van de uitgebrachte stemmen krijgt is hij verkozen. 2. In het andere geval is er een tweede ronde tussen de twee kandidaten met de meeste stemmen in de eerste ronde.

Bij de presidentsverkiezing van 23 april 2017 waren aanvankelijk Hollande, Sarkozy en Le Pen de belangrijkste kandidaten.

Stel de volgorden van voorkeur waren als volgt:

34%	Hollande	Sarkozy	Le Pen
32%	Sarkozy	Hollande	Le Pen
34%	Le Pen	Sarkozy	Hollande

In dit geval heeft niemand meer dan 50% van de stemmen en Sarkozy met het min-

	<i>très bien</i>	<i>bien</i>	<i>assez bien</i>	<i>passable</i>	<i>insuffisant</i>	<i>à rejeter</i>
Mélenchon	13,3	22,2	28,8	09,1	11,1	15,5
Macron	09,6	22,8	25,7	11,0	11,1	19,8
Hamon	05,5	11,7	29,4	17,0	15,3	21,1
Dupont-Aignan	03,9	09,5	23,9	17,9	20,4	24,4
Le Pen	15,3	14,0	16,3	06,7	13,6	34,1
Poutou	02,8	08,5	22,6	17,6	22,8	25,7
Fillon	08,2	11,9	17,9	10,6	17,9	33,5
Lassale	00,9	04,0	19,6	19,1	27,2	29,2
Arthaud	01,4	05,5	19,2	16,3	28,4	29,2
Asselineau	01,0	03,5	17,9	16,6	29,4	31,6
Cheminade	00,4	02,4	16,9	17,1	30,9	32,3

Tabel 9 Opiniepeiling uitgevoerd door La Fabrique Spinoza op 11–12 april 2017 (waarden in %).

ste aantal stemmen valt af. In de 2e ronde krijgt Hollande vervolgens $34 + 32 = 66\%$ van de stemmen en wint. Stel nu dat Hollande in de eerste ronde meer steun krijgt ten koste van Le Pen:

37%	Hollande	Sarkozy	Le Pen
32%	Sarkozy	Hollande	Le Pen
31%	Le Pen	Sarkozy	Hollande

Dan mag Le Pen in de tweede ronde niet meedoen en wint Sarkozy in de tweede ronde met $32 + 31 = 63\%$ van de stemmen. Meer steun voor Hollande betekent dus verlies in plaats van winst! Met andere woorden: *het Franse kiessysteem is niet monotoon*: meer steun kan betekenen dat je verliest in plaats van wint.

Overigens was er zowel voor Hollande als voor Sarkozy een grote meerderheid van de Fransen die zich verzette tegen hun kandidatuur. Waarom deden ze dan (aanvankelijk) toch mee? Omdat de meerderheidsregel in twee rondes hen de kans geeft met 20% van de stemmen in de eerste ronde zich te kwalificeren voor de

tweede ronde tegen Le Pen en vervolgens te winnen. Ironisch dat drie kandidaten, elk verworpen door een grote meerderheid, het debat lange tijd gemonopoliseerd hebben.

Bij de presidentsverkiezing van 23 april 2017 behaalden Macron (En Marche!, EM), Le Pen (Front National, FN), Fillon (Les Républicains, LR) en Mélenchon (La France Insoumise, FI) de hoogste percentages:

Emmanuel Macron	EM	24,01%
Marine Le Pen	FN	21,30%
François Fillon	LR	20,01%
Jean-Luc Mélenchon	FI	19,58%

Wederom, als Macron in de eerste ronde 1,30% meer steun had gekregen ten koste van Le Pen, dan was de tweede ronde tussen Macron en Fillon geweest en was wellicht Fillon president geworden. Meer steun in de eerste ronde kan betekenen dat je in de tweede ronde verliest!

La Fabrique Spinoza [7] heeft op 11–12 april 2017 een opiniepeiling uitgevoerd onder duizend personen die geacht wer-

den representatief te zijn voor de Franse bevolking. Deze opiniepeiling leverde de resultaten uit Tabel 9 op.

De meerderheidsgraad voor Mélenchon is *assez bien*: een meerderheid van $13,3 + 22,2 + 28,8 = 64,3\%$ vindt dat hij minstens een *assez bien* verdient en een andere meerderheid van $15,5 + 11,1 + 09,1 + 28,8 = 64,5\%$ vindt dat hij hoogstens een *assez bien* verdient. Op analoge wijze zien we dat de meerderheidsgraad van Macron ook *assez bien* is, terwijl de meerderheidsgraad van Hamon, Dupont-Aignan, Le Pen en Poutou *passable* is. De meerderheidsgraad van de diverse kandidaten is in de tabel aangegeven door vette cijfers te gebruiken.

Mélenchon en Macron hebben dezelfde meerderheidsgraad. Maar het percentage $p_{\text{Mélenchon}}$ kiezers dat Mélenchon een waardering hoger dan zijn meerderheidsgraad geeft is $13,3 + 22,2 = 35,5\%$ en het percentage $q_{\text{Mélenchon}}$ dat hem een waardering geeft lager dan zijn meerderheidsgraad is $15,5 + 11,1 + 9,1 = 35,7\%$. Voor Macron vinden we $p_{\text{Macron}} = 9,6 + 22,8 = 32,4\%$ en $q_{\text{Macron}} = 19,8 + 11,1 + 11,0 = 41,9\%$. Omdat $41,9 > \max\{35,5, 35,7, 32,4\}$ volgt dat Mélenchon \succ_{MG} Macron en dus ook Mélenchon \succ_{MJ} Macron. Op analoge wijze vinden we:

Mélenchon \succ_{MJ} Macron \succ_{MJ} Hamon
 \succ_{MJ} Dupont-Aignan \succ_{MJ} Le Pen

Zie ook de website www.mieuxvoter.fr die bedoeld is om Majority Judgment te promoten. ☹...

Dankwoord

De redactie van het Nieuw Archief voor Wetenschap, in het bijzonder Robbert Fokkink, heeft waardevolle suggesties gedaan voor de presentatie van de inhoud van dit artikel. Hartelijk dank daarvoor.

Referenties

- 1 K. Arrow, *Social Choice and Individual Values*, Yale University Press, 1951.
- 2 M. Balinski en R. Laraki, *Majority Judgment; Measuring, Ranking and Electing*, MIT Press, 2010.
- 3 M. Balinski en R. Laraki, *Majority Judgment vs Majority Rule*, Cahier 2016-4, École Polytechnique, Paris, 2016.
- 4 M. Balinski en R. Laraki, Trump and Clinton victorious: proof that US voting system does not work, *The Conversation* 58752 (2016).
- 5 M. Balinski en R. Laraki, Pour éviter un nouveau 21 Avril instaurons le jugement majoritaire, *The Conversation* 58178 (2016).
- 6 M. Balinski, How Majority Voting Betrayed Voters again in 2016, *The Conversation* 69206 (2016).
- 7 M. Balinski en R. Laraki, Résultats du vote au jugement majoritaire. Elections présidentielle de 2017, www.jugementmajoritaire2017.com.
- 8 W.V. Gehrlein, Condorcet's paradox and the likelihood of its occurrence: different perspectives on balanced preferences, *Theory and Decision* 52 (2002), 171–199.
- 9 K.O. May, A set of independent, necessary and sufficient conditions for simple majority decision, *Econometrica* 20 (1952), 680–684.
- 10 A. Storcken en H. de Swart, *Verkiezingen, Agenda's en Manipulatie*, Epsilon Uitgaven, deel 23, 1992.
- 11 H. de Swart e.a., *Verkiezingen, een web van paradoxen*, Zebra-reeks, deel 8. Epsilon Uitgaven, 2000.