

Jaap de Jonge

Korteweg-de Vries Instituut, Universiteit van Amsterdam
 EWI, TU Delft
 Gymnasium Felisenum, Velsen-Zuid
 c.j.dejonge@uva.nl

Evenement Internationale Wiskunde Competitie

Nederlands succes bij de IMC geen toevalstreffer

De laatste jaren zit er flinke groei in de prestaties van Nederlandse deelnemers bij de *Internationale Wiskunde Competitie* voor studenten (IMC). Een deel van het succes lijkt een voortzetting van de prestaties bij de IMO, de *Internationale Wiskunde Olympiade* voor middelbare scholieren. Een analyse van Jaap de Jonge, bestuurslid van Stichting Nederlandse Wiskunde Olympiade.

Aan het begin van deze eeuw had niemand kunnen verwachten dat er vijftien jaar later meer dan duizend eerstejaars studenten wiskunde in Nederland zouden zijn. Die enorme stijging in aantallen wordt vaak verklaard op basis van de toenemende relevantie van wiskunde in de maatschappij en de goede baankansen. Toch mag een andere verklaring niet ontbreken: een hernieuwd elan, een hernieuwd plezier in wiskunde, dat bij de trainingen voor de olympiades breed gedeeld wordt. Dat zijn niet alleen trainingen voor de allerbsten: op veel scholen in het land helpen wiskundeleraren hun leerlingen in de voorbereiding op de eerste ronde van de wiskundeolympiade, waaraan tal van kinderen deelnemen die geen wiskunde gaan studeren, maar wel ervaren hoe leuk het is om vraagstukken op te leren lossen die op het eerste gezicht onoverkomelijk moeilijk zijn. Trainen om onverwachte wiskundige opgaven in een beperkte tijd op te lossen kan een mooie aanvulling zijn op het leren van nieuwe theorie waarover een proefwerk wordt gegeven.

Niet zo is op de universiteit een training voor de *Internationale Studenten Competitie* een prachtige verrijking van het curriculum. Trainen voor zo'n competitie ligt ergens tussen het voorbereiden van een

tentamen en het doen van onderzoek in: bij een studentenwedstrijd is de verrassingsfactor vaak groter dan bij een tentamen, maar de opgaven van de *International Mathematics Competition* doen een beroep op de grondige wiskundige kennis die aan de universiteit wordt onderwezen. De creativiteit die nodig is om een nooit eerder gezien probleem op te lossen, is van groot belang voor toekomstige onderzoekers.

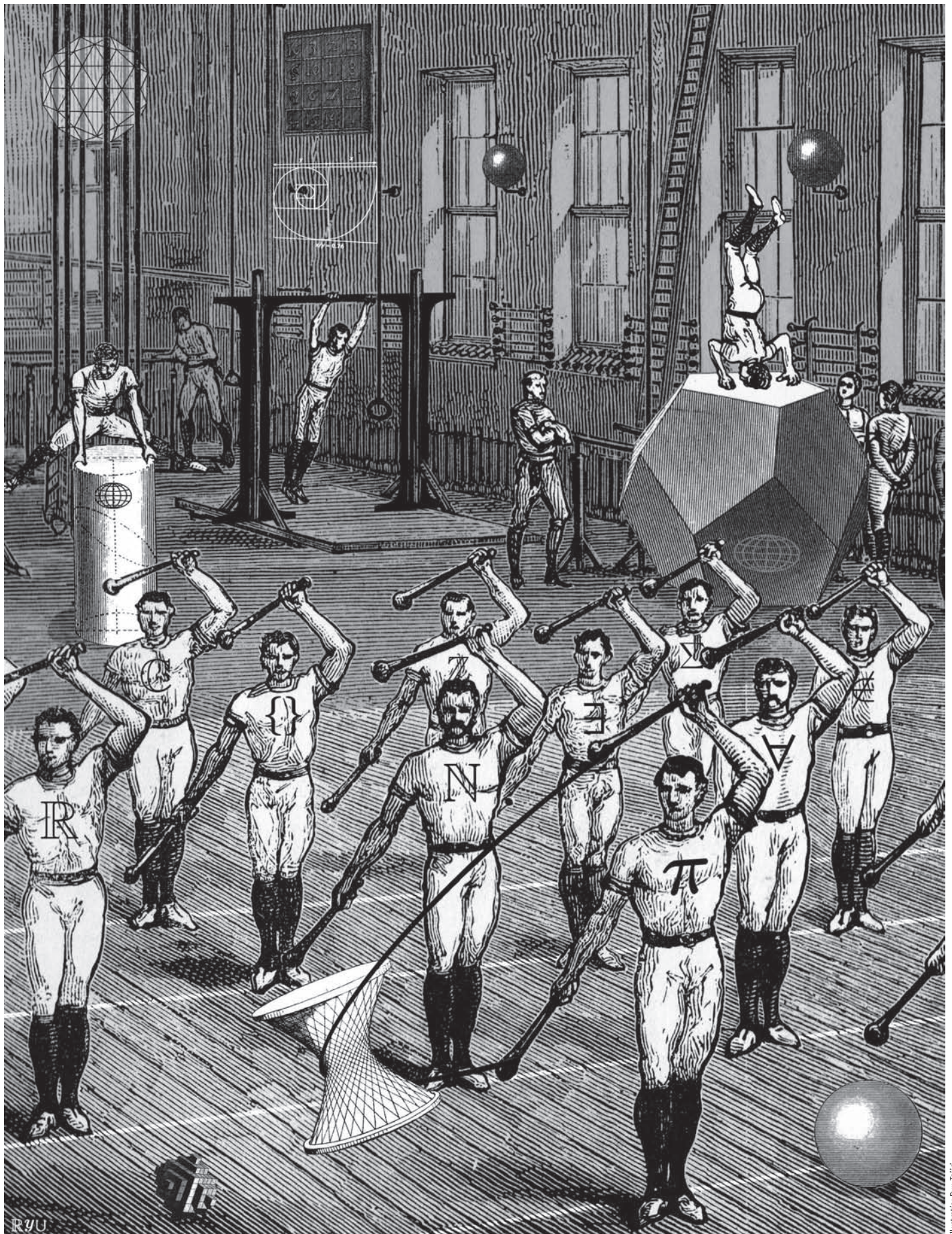
Zomer 2017: Nederlandse topscores

De *International Mathematics Competition for University Students*, zoals de IMC voluit heet, is een jaarlijkse wiskundewedstrijd voor wiskundestudenten die niet ouder dan 23 zijn. Hoewel het een individuele wedstrijd is, doen de meeste studenten mee in een team van hun eigen universiteit. Er zijn twee wedstrijddagen, elk met vijf vragen, waarvoor de studenten steeds vijf uur de tijd hebben. De opgaven komen uit de gebieden algebra, analyse, combinatoriek en meetkunde.

In de zomer van 2017 waren Nederlandse universiteitsteams zeer succesvol, met een opvallend hoge klassering: plaats 11, 12, 13 en 14 voor respectievelijk Universiteit Utrecht, Universiteit Leiden, de Radboud Universiteit en de Universiteit van Amsterdam (in een veld met 71 teams).

Jeroen Winkel van de RU was de beste Nederlandse deelnemer op de elfde plaats. Voor het eerst deden vorig jaar ook een team van de Technische Universiteit Delft (42ste) en een van de Technische Universiteit Eindhoven mee, dat op de 54ste plaats eindigde.

Het Nederlandse succes kwam niet uit de lucht vallen, al duurde het een paar jaar voor er een ware Nederlandse golf zichtbaar werd. In 2015 waren de Nederlandse universiteitsteams voor het eerst in bredere zin actief en succesvol bij de IMC. Toen deed ook een team van de Radboud Universiteit mee, dat meteen achttiende van de 68 teams werd, met bovendien de beste Nederlandse deelnemer: Jeroen Winkel, die twaalfde werd in een veld met 326 deelnemers. Zijn goede prestatie kwam niet helemaal als een verrassing: het jaar daarvoor had hij bij de IMO een gouden medaille gehaald. Zeer indrukwekkend was ook de prestatie van het team van de UU, dat zevende werd, pal achter een team uit Barcelona en een top vijf met twee Russische teams, een Hongaars team, een Pools team en het nationale team van Israël. Vijf van de zes teamleden van de UU waren oud-IMO-deelnemers, onder wie goudenmedaillewinnaar in 2012 Jeroen Huijben. De teams van de UvA (44ste) en de LEI (65ste) bleven daarbij wat achter, maar dat werd in 2016 al beter, toen de UvA 27ste werd en de LEI 44ste. De UU, met dit keer louter oud-IMO-deelnemers, werd tiende. De RU kreeg geen teamvermelding omdat alleen Jeroen Winkel



meedeed, die evenals Jeroen Huijben bij de nummers 11–16 zat.

Plovdiv

De *International Mathematics Competition* is in 1994 begonnen in het Bulgaarse Plovdiv, met voornamelijk Bulgaarse deelnemers. Daarna werd het deelnemersveld allengs internationaler. Na uitstapjes in het buitenland vindt de wedstrijd sinds 2010 altijd plaats in Blagoëvgrad (uitgesproken als: Bla-go-jev-grad), ook in Bulgarije. Inmiddels hebben studenten van meer dan tweehonderd universiteiten uit meer dan vijftig landen deelgenomen.

In 2006 deed Nederland voor het eerst mee, met acht wiskundestudenten uit Amsterdam, Utrecht en Leiden. Hoewel er op persoonlijke titel werd meegedaan, staat op de IMC-site een team van de UU als 29ste in de uitslag vermeld en een team van de UvA als 37ste, in een veld met 43 deelnemende teams. In de jaren daarna waren er uit Nederland alleen teams van de UvA en de UU, waarbij de Utrechters steevast hoger eindigden dan de Amsterdammers, al had de UvA met Iris Smit twee keer de beste Nederlandse deelnemer. In 2012 behaalde het Utrechtse team, met als sterkste deelnemers Floris van Doorn en Julian Lyczak, zelfs al een mooie achttiende plaats, in een veld met 68 teams. Bijzonder knap was dat jaar de tiende plaats en een gouden medaille van Floris in het individuele klassement van 316 deelnemers.

Geen toeval

Dat UU-student Floris van Doorn in 2012 een indrukwekkende tiende plaats bij de *International Mathematics Competition* behaalde, was geen toeval. Vier jaar daarvoor had Floris als middelbare scholier deelgenomen aan de *International Mathematics Olympiad*, waar hij een al even knappe zilveren medaille won. Ook zijn teamgenoot Julian Lyczak, de beste Nederlander bij de IMC's van 2010 en 2011, was oud-deelnemer van de IMO, net als overigens de eerder genoemde Iris Smit.

Bij deze *Internationale Wiskunde Olympiade voor middelbare scholieren* is de opgaande lijn van Nederland al wat langer zichtbaar. In 2008 (met Floris van Doorn) haalde Nederland het beste resultaat in meer dan twintig jaar. In 2009 ging het even wat minder, maar daarna was Nederland niet meer te stuiten: in 2010 werd het team

38ste van 95 landen, en in de jaren die volgden waren die cijfers 28/101, 22/100, 25/97 en in 2014 zelfs 13/101. Nederland hield dat laatste jaar landen als Hongarije, Duitsland, het Verenigd Koninkrijk en Frankrijk achter zich. Doordat er daarna een vrijwel geheel nieuw team moest worden gebouwd, waren de resultaten in 2015 en 2016 even wat minder sterk, maar de vorige zomer werd de prestatie van 2014 bijna geëvenaard, met de cijfers 18/111.

Aan dat alles ligt in de eerste plaats de sterk verbeterde organisatie van de Nederlandse Wiskunde Olympiade ten grondslag. Sinds ruim tien jaar wordt er



Pim Spelier (links) en Jeroen Winkel (rechts), goudenmedaillewinnaars IMC 2017

met grote inzet gewerkt aan het verbeteren van die wedstrijd ter popularisering van de wiskunde. Zo is er een wedstrijdronde bijgekomen, is de jaarlijkse Benelux Wiskunde Olympiade (BxMO) opgericht, is er een schat aan trainingsmateriaal ontwikkeld en is er een systeem waarin de deelnemers steeds beter getraind worden door steeds beter getrainde oud-deelnemers. De spil van alle veranderingen is het duo Quintijn Puite en Birgit van Dalen, beiden oud-IMO-deelnemers, die begrijpen dat er naast een goede organisatie en een beleid van voortdurende verbetering een onmisbare factor is voor alle succes: een groot enthousiasme bij zichzelf en de vele vrijwilligers, onder wie in de eerste plaats de trainers. Ook de organisatie van IMO 2011 in Nederland, waarbij het Nederlandse team al een mooie 28ste plaats veroverde, kwam voort uit dat enthousiasme. De voorbereidingen voor een andere, jongere, maar snel groeiende wiskundeolympiade zijn al een half jaar in gang: in 2020 wordt de European Girls' Mathematical Olympiad (EGMO; www.egmo2020.nl) in Nederland georganiseerd, opnieuw met de inzet van veel vrijwilligers die wiskunde een warm hart toedragen.

Inspiratie uit Kraków

Voor Jan Wiegerinck, toenmalig directeur van het Korteweg-de Vries Instituut van de UvA, was training voor deelname aan de IMC in 2005 een manier om de studie wiskunde aantrekkelijker te maken. Hij was geïnspireerd door zijn Poolse collega Armen Edigarian van de Jagellonian University in Krakow, van wie de studenten regelmatig en met grote inzet meededen aan wiskundewedstrijden. Omdat hij wist dat promovendus Fokko van de Bult succesvol IMO-deelnemer en olympiadetrainer was geweest, vroeg hij die om trainingen te geven. Opleidingsdirecteur Chris Zaal maakte er een honoursvak van: *Training IMC* (3 ECTS), waaraan bachelorstudenten uit de drie opeenvolgende studiejaar kunnen deelnemen. In 2005 vond ook de eerste *Landelijke Interuniversitaire Mathematische Olympiade* (LIMO) plaats, voor studenten uit Nederland en Vlaanderen en ook door studenten georganiseerd. Kenmerkend was de tijd in Nederland rijp voor universitaire wiskundecompetities. Toch duurde het nog tien jaar voor meerdere Nederlandse teams succesvol werden.

Het succes van de Nederlandse teams komt voor een groot deel voort uit de initiatieven van individuele studenten. Zo deed het team van de TU Delft de afgelopen zomer mee omdat de twee leden enthousiast waren geraakt door deelname aan de LIMO en op zoek waren gegaan naar méér. Beide studenten, Arjan Cornelissen en Stan Tendijck, allebei zonder IMO-achtergrond, hebben veel zelf geregeld. Gelukkig is er op internet een schat aan trainingsmateriaal te vinden, waarvan veel is ontwikkeld door oud-IMO-deelnemers als Julian Lyczak, Iris Smit en Raymond van Bommel.

Alleen aan de UvA is voorbereiding op de IMC in het curriculum opgenomen. Het vak *Training IMC* is erg populair en een selectie is nodig om uit de deelnemers een team te kunnen formeren. Bastiaan Cnossen, goudenmedaillewinnaar bij de IMC van 2016, zegt daarover: "De training bevordert het vermogen om snel zelf de oplossingen van een probleem te vinden. Je leert om echt zelf na te denken, omdat de problemen bijna nooit met standaard methoden op te lossen zijn. Deze vaardigheid is natuurlijk wel nuttig voor de rest van je studie." UvA-student Wouter Rienks, vorig jaar goudenmedaillewinnaar bij de IMC, is erg enthousiast en roemt de mogelijkheid om door de IMC met veel ver-

Twee voorbeeldopgaven van het IMC

IMC 2017-2. Zij $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty)$ een differentieerbare functie en neem aan dat er een constante $L > 0$ bestaat zodanig dat

$$|f'(x) - f'(y)| \leq L |x - y|$$

voor alle $x, y \in \mathbb{R}$. Bewijs dat

$$(f'(x))^2 < 2Lf(x)$$

voor alle $x \in \mathbb{R}$.

Oplossing. Stel dat $x \in \mathbb{R}$ en $a := f'(x) \geq 0$ (het andere geval gaat analoog). Er geldt voor alle $\Delta \in [0, \frac{a}{L}]$ dat

$$f(x - \Delta) \geq a - L \cdot \Delta.$$

In het bijzonder zien we, door te integreren over Δ dat

$$\begin{aligned} f(x) &> f(x) - f\left(x - \frac{a}{L}\right) = \int_0^{\frac{a}{L}} f'(x - \Delta) d\Delta \\ &\geq \int_0^{\frac{a}{L}} (a - L\Delta) d\Delta = \frac{a^2}{2L}. \end{aligned}$$

IMC 2015-8. Bekijk alle 26^{26} woorden met 26 letters uit het Latijnse alfabet. Definieer het *gewicht* van een woord als $\frac{1}{k+1}$, waarbij k het aantal letters is dat niet voorkomt in het woord. Bewijs dat de som van de gewichten van alle woorden gelijk is aan 3^{75} .

Oplossing. Zij X_{26} de verzameling van 26-letterige woorden met letters uit het Latijnse alfabet en X_{25} de verzameling van 25-letterige woorden met letters uit het Latijnse alfabet plus de letter $*$.

We construeren een afbeelding $\varphi: X_{26} \rightarrow X_{25}$ door aan elk 26-letterig woord het 25-letterige woord toe te kennen dat je krijgt door de laatste letter weg te halen en alle instanties van die letter te vervangen door $*$. Zo wordt aan *levensverzekeringswiskunde* in X_{26} bijvoorbeeld *l*v*nsv*rz*k*ringswiskund* in X_{25} toegekend.

Voor elke $W \in X_{26}$ zijn er precies k andere elementen van X_{26} die naar hetzelfde woord gestuurd worden, waarbij k het aantal letters is dat niet voorkomt in W . Bovendien is φ surjectief. Er volgt nu dat de gevraagde som gelijk is aan

$$\sum_{W \in X_{26}} \frac{1}{|\varphi^{-1}(\varphi(W))|} = |\varphi(X_{26})| = |X_{25}| = 27^{25} = 3^{75}.$$

schillende wiskundestudenten in contact te komen, al merkt hij op dat de opgaven inhoudelijk vrij ver buiten de studie staan. Mike Daas, oud-IMO-deelnemer, meent: “Ik denk dat het leukste aan IMC is dat het een deel van de creativiteit die wiskunde inherent in zich draagt, accentueert en op de voorgrond plaatst. De meeste vakken komt men door met het leren van slechts een klein aantal verschillende nieuwe bewijsideeën, welke men op de tentamens slechts dient te kunnen reproduceren voor een goed cijfer. Voor IMC-opgaven is creativiteit en inzicht nodig, iets waarvan ik niet heel zeker ben of het wel voldoende wordt gestimuleerd gedurende de reguliere bachelorvakken, waarschijnlijk om de studie niet te moeilijk te maken. Natuurlijk kun je ook voor IMC-opgaven trainen, maar creativiteit blijft een belangrijk deel van de oplossing. Dus in die zin verrijkt het de opleiding, denk ik.”

In het hele land, aan alle universiteiten met wiskundeopleiding, lopen getalenteerde studenten rond die graag een keer meedoen aan iets als de IMC, al vraagt bijvoorbeeld Wouter Rienks zich af “of de (enorm) competitieve sfeer wel iets voor mij is”. Maar wie wars is van competitie kan toch veel plezier hebben van IMC-training: “Het is gericht op het probleemoplossend denken en leert de studenten verschillende handige vaardigheden. Hierdoor wordt het

vak ook nuttig voor studenten die niet aan de IMC mee kunnen/willen doen”, aldus Bastiaan Cnossen.

Het aardige aan een goede IMC-training is dat het ook studenten zonder IMO-achtergrond tot grote prestaties kan brengen: Wouter Rienks noch Bastiaan Cnossen zat op een school die de Nederlandse Wiskunde Olympiade organiseerde. Oud-IMO-deelnemers blijken echter een grote voorgrond te hebben opgebouwd door de trainingen die ze als middelbare scholier deden ter voorbereiding op de IMO. Mike Daas, vorig jaar met een gouden medaille ook de best presterende van het UvA-team, zegt daarover: “Het viel mij reeds vele jaren geleden op hoeveel makkelijker de nationale rondes van de wiskundeolympiade me afgingen al na slechts een jaar in de trainingsgroep gezeten te hebben.



Eva van Ammers, bronzenmedaillewinnaar IMC 2017

Blijkbaar werkt het echt; men sterkt simpelweg het probleemoplossend denken en in het bijzonder word je erg goed in het analyseren en herkennen van dat soort olympiadeopgaven. [...] Ik vermoed dat het er ook voor zorgt dat mijn reguliere studie me makkelijker afgaat; alles dankzij de training.”

Blijdschap

Het nut van een goede voorbereiding is maar één ding. Eva van Ammers, wiskundestudent aan de UU, bronzenmedaillewinnaar bij IMO 2015 én IMC 2016 en IMC 2017, en ook nog eens IMO-trainer, benadrukt een ander, minstens zo belangrijk aspect: de blijdschap die ze voelde toen ze door de IMO-trainingen in contact kwam met anderen die ook dol zijn op wiskunde en er met plezier heel hard aan willen werken. Het zijn studenten als Eva die het nieuwe elan van de Nederlandse (studenten)wiskunde belichamen. Het zou mooi zijn als andere wiskundeopleidingen zich laten inspireren door het initiatief van het Amsterdamse KdV Instituut — en alle scholen in Nederland hun wiskundetalenten bieden wat ze toekomt. ☼

Referenties

- 1 www.imc-math.org.uk
- 2 www.imo-official.org
- 3 www.wiskundeolympiade.nl