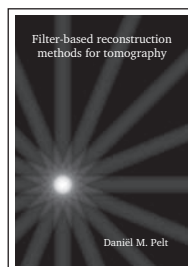


In de verdediging

| In defence

Pas gepromoveerden brengen hun werk onder de aandacht. Heeft u tips voor deze rubriek of bent u zelf pas gepromoveerd? Laat het weten aan onze redacteur.

Redacteur: Geertje Hek
la Voie-du-Coin 7
1218 Grand-Saconnex
Zwitserland
verdediging@nieuwarchief.nl



Filter-based reconstruction methods for tomography

Daniël Pelt

Na een bachelor natuur- en sterrenkunde en een master wiskunde ging Daniël Pelt aan het werk als wetenschappelijk programmeur bij de afdeling Biologische Psychologie van de Vrije Universiteit Amsterdam. Maar de toegepaste wiskunde bleef trekken: “Je kunt heel divers werk doen in dit vakgebied, van het wiskundig analyseren van een probleem tot het efficiënt implementeren van een algoritme door programmeren.” Toen hij hoorde dat er een vacature was bij prof.dr. Joost Batenburg aan het Centrum Wiskunde & Informatica, solliciteerde Pelt en ging hij werken aan beeldreconstructiemethodes voor tomografie. Zijn werk resulteerde in het proefschrift *Filter-based reconstruction methods for tomography* dat hij op 3 mei 2016 verdedigde aan de Universiteit Leiden. Sinds juli werkt hij als post-doc bij het Lawrence Berkeley National Laboratory in Berkeley, CA, in de VS en hij hoopt in de toekomst nog veel interessant (toegepast) wiskundig onderzoek te doen.

Tomografie

Iedereen kent de röntgenfoto in de medische wereld: om een diagnose te kunnen stellen zonder te snijden wordt een patiënt belicht met een röntgenbron en de straling wordt achter de patiënt opgevangen door een detector. In een röntgenfoto is het vaak lastig om te zien of iets zich voorin of achterin het lichaam bevindt. Meestal kan een specialist toch een diagnose maken op basis van zo'n foto en zijn kennis over de structuur van het menselijk lichaam. Maar bij het behandelen van een tumor, bijvoorbeeld, is het belangrijk om de precieze positie van de tumor in het lichaam te weten. Hiervoor wordt vaak een zogeheten CT-scan gebruikt. De röntgenbron en de detector worden hierbij om de patiënt heen gedraaid, wat resulteert in meerdere foto's, elk gemaakt onder een andere hoek. Op basis van de opgenomen twee-dimensionale röntgenfoto's, ook wel projecties genoemd, reconstrueert de computer een driedimensionaal beeld van de interne structuur. De C van CT-scan staat daarom voor *Computerised*, de T voor *Tomografie*: “schrijven met dunne plakjes”.

Tomografie wordt in veel meer toepassingen gebruikt dan alleen in de medische wereld. In materiaalwetenschappen is het bijvoorbeeld nuttig om binnenin verschillende materialen te kunnen kijken terwijl ze onder druk staan of verhit worden. Vaak worden hiervoor ook andere stralingsbronnen gebruikt; in Pelts proefschrift gaat het bijvoorbeeld ook om elektronen.

Het tomografische reconstructieprobleem

Het berekenen van de onderliggende 3D-structuur op basis van een reeks 2D-projecties is makkelijker gezegd dan gedaan. Dit is het *tomografische reconstructieprobleem*, een klassiek inversepro-

bleem: gegeven de opgenomen data (de 2D-beelden, beschreven als een vector $\mathbf{p}$) en het voorwaartse model (het maken van de foto's, beschreven als een matrix $\mathbf{W}$), reken het 3D-origineel (beschreven als een vector van grijswaarden $\mathbf{x}$) uit dat het best bij het model en de opgenomen data past.

Pelt legt het uit op basis van projectie van een 2D-object en 1D-projecties. Het gescande object wordt als een eindige integreerbare functie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ met begrensde drager gemodelleerd. Een (röntgen)straal door het object is een lijn $l_{\theta,t}$ met vergelijking $t = x \cos \theta + y \sin \theta$. De lijnintegraal van f over zo'n lijn $l_{\theta,t}$ levert een projectie

$$P_{\theta}(t) = \int_{l_{\theta,t}} f(x,y) ds = \iint_{\mathbb{R}^2} f(x,y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - t) dx dy$$

waarin δ de Dirac-deltafunctie is. Het tomografische reconstructieprobleem is nu het vinden van de onbekende functie f gegeven de lijnintegralen $P_{\theta}(t)$ voor verschillende combinaties van θ en t . Zie Figuur 1. Standaard worden hiervoor twee soorten algoritmes gebruikt in de praktijk: analytische algoritmes en algebraïsche algoritmes. Analytische algoritmes bevatten meestal een filterstap waarin de opgenomen data geconvolveerd worden met een bepaald filter. Ze hebben over het algemeen erg weinig rekentijd nodig.

Een populair analytisch algoritme is het *filtered backprojection* (FBP) algoritme. Eerst wordt de convolutie van de projectiedata met een filter $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ toegepast:

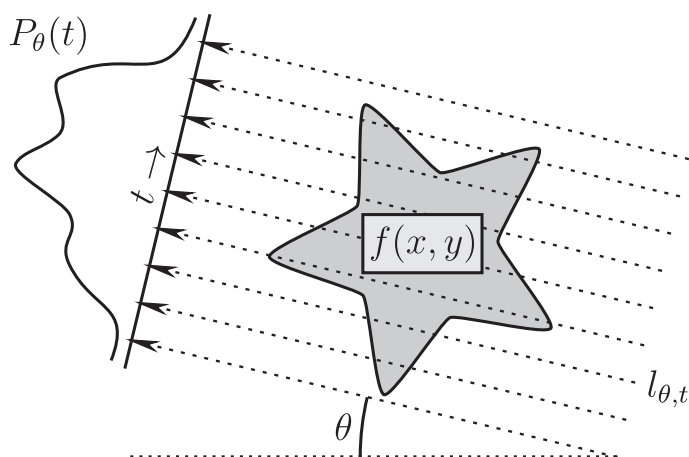
$$q_{\theta} = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) P_{\theta}(t - \tau) d\tau$$

In het Fourier-domein wordt dit berekend als

$$q_{\theta} = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{h}(u) \hat{P}_{\theta}(u) e^{2\pi i u t} du$$

met $\hat{h}$ en $\hat{P}_{\theta}$ de Fourier-getransformeerden van h en P_{θ} .

In de praktijk wordt meestal een standaard filter h gebruikt, zoals het theoretisch optimale Ram-Lak-filter, gedefinieerd door $\hat{h}(u) = |u|$. Hiermee kan $f(x,y)$ exact gereconstrueerd worden op



Figuur 1

basis van een continuüm van hoeken θ :

$$f(x,y) = \int_0^{\pi} q_{\theta}(x \cos \theta + y \sin \theta) d\theta. \quad (1)$$

Echter, in werkelijkheid is het aantal projecties natuurlijk maar eindig, zodat een discrete benadering van (1) moet worden gebruikt. Dit is precies wat het FBP algoritme doet.

Een beperkt aantal foto's

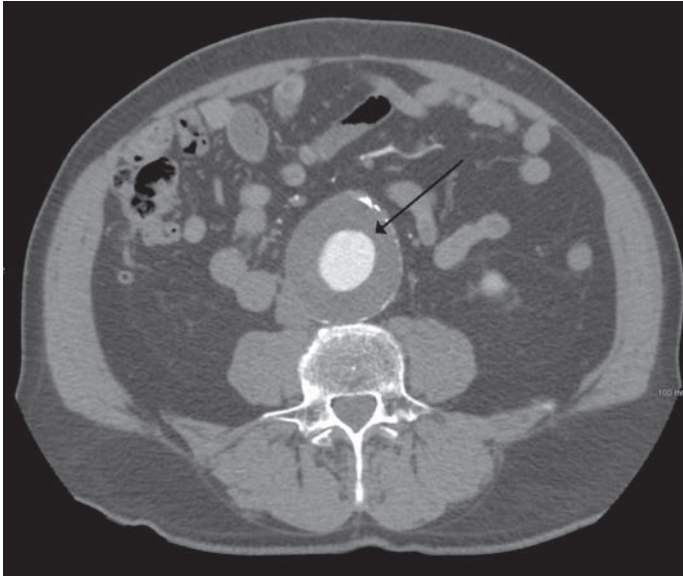
In de praktijk wil je goede resultaten bereiken op basis van zo weinig mogelijk projecties. Röntgenstraling is immers schadelijk voor de cellen. En als je een materiaal tijdens een proces met snelle veranderingen wilt bestuderen, is er niet voldoende tijd om veel projecties op te nemen. In dat geval, en ook in het geval van veel ruis in de foto's, is de kwaliteit van reconstructies berekend met analytische algoritmes vaak niet voldoende. De truc is dus om met weinig of slechte data toch mooie reconstructies te krijgen.

Algebraïsche algoritmes kunnen in deze gevallen reconstructies van hogere kwaliteit berekenen door het reconstructieprobleem te schrijven als een lineair systeem van vergelijkingen $\mathbf{W}\mathbf{x} = \mathbf{p}$. Dit lineaire systeem kan worden opgelost met verschillende iteratieve optimalisatiealgoritmes, die leiden tot verschillende algebraïsche algoritmes. Echter, in de meeste gevallen is het resulterende lineaire systeem onderbepaald en slecht geconditioneerd, wat het moeilijk kan maken om goede oplossingen te vinden als er ruis aanwezig is. Bovendien is een groot nadeel van algebraïsche algoritmes dat ze een enorm lange rekentijd vergen; het lineaire systeem dat opgelost moet worden heeft vaak miljoenen vergelijkingen voor miljoenen onbekenden. Vaak is de benodigde rekentijd van algebraïsche algoritmes zo groot, dat ze in de praktijk onbruikbaar zijn.

Nieuwe reconstructiealgoritmes

Pelt heeft in zijn proefschrift een aantal nieuwe reconstructiealgoritmes geïntroduceerd, die als doel hebben om de resultaten van filter-gebaseerde analytische algoritmes te verbeteren zonder de rekentijd significant te verhogen. De nieuwe algoritmes gebruiken een combinatie van de analytische en de algebraïsche aanpak. De snelheid van de nieuwe algoritmes is vergelijkbaar met die van analytische algoritmes, maar de beeldkwaliteit is vergelijkbaar met die van algebraïsche algoritmes. Bij de nieuwe algoritmes wordt gebruik gemaakt van het feit dat er in de filterstap van analytische algoritmes de vrijheid is om andere filters te gebruiken dan de standaard filters. Deze filters worden op verschillende manieren gedefinieerd en berekend, en kunnen afhangen van, bijvoorbeeld, de manier waarop gescand is of de eigenschappen van de objecten die gescand zijn. Op deze manier heeft Pelt verschillende algoritmes met verschillende eigenschappen ontwikkeld.

Het eerste algoritme gebruikt een filter dat geoptimaliseerd is voor de specifieke opgenomen data door een lineair systeem op te lossen dat lijkt op het systeem van algebraïsche algoritmes. De methode is gebaseerd op een algebraïsch model van het tomografieprobleem en levert veel betere reconstructies voor problemen met een beperkt aantal projecties dan analytische methodes. Het lineaire systeem dat hierbij wordt gebruikt is echter gebaseerd op het FBP-algoritme, waardoor het systeem veel kleiner is dan systemen die normaal bij algebraïsche methodes moeten worden opgelost. Bovendien is de implementatie eenvoudig en efficiënt



Afbeelding: James Heilman, MD.

Figuur 2 Een enkel 'plakje' van een CT-scan.

doordat het lineaire systeem gevormd wordt met behulp van het FBP-algoritme.

Het tweede algoritme gebruikt een filter dat geoptimaliseerd is voor de specifieke *scanner* die gebruikt is (i.e. het aantal foto's dat die maakt, de resolutie van de detector, et cetera) door een populair algebraïsch algoritme expliciet te benaderen met een analytisch algoritme. In beide gevallen zijn de driedimensionale beelden berekend met de nieuwe algoritmes vrijwel identiek aan de beelden die berekend zijn met algebraïsche algoritmes, maar is de rekentijd van dezelfde orde van grootte als die voor analytische algoritmes.

Pelts derde algoritme gebruikt filters die getraind zijn met behulp van neurale netwerken. In dit geval worden filters berekend die zeer specifiek zijn voor het type object dat gescand wordt, door gebruik te maken van eerder opgenomen data van hoge kwaliteit van soortgelijke objecten. Het blijkt dat deze aanpak het mogelijk maakt om het aantal benodigde foto's sterk te verminderen zonder dat de uiteindelijke kwaliteit van de berekende beelden sterk afneemt.

Tot slot laat zijn proefschrift zien dat het mogelijk is om bepaalde vormen van voorkennis over het gescande object (bijvoorbeeld welke grijswaardes het beeld kan hebben) efficiënt te gebruiken om de kwaliteit van het berekende beeld te verhogen, door een filter-gebaseerd algoritme alleen toe te passen in een klein gebied.

Toepassen op echte data

Pelt heeft stellingen bij zijn proefschrift geschreven. Een belangrijke stelling vindt hij zelf: "Practical problems usually occur when applying new algorithms on real-world data. Algorithm developers should perform additional research and work to solve these problems, rather than relying on others to solve the problems for them."

Pelt heeft het gevoel dat de stap tussen het publiceren van een nieuw algoritme en het toepassen van het algoritme op 'echte' data vaak vergeten wordt, terwijl er veel problemen kunnen optreden in deze stap. Zelf heeft hij in zijn proefschrift de meeste algoritmes ook op 'echte' data toegepast. Een goed voorbeeld daarvan is het zesde hoofdstuk, dat volledig gaat over het toepassen van het neurale-netwerk-algoritme op elektron-tomografie-data. Daarbij kwamen inderdaad vaak wat problemen kijken, bijvoorbeeld met bepaalde types ruis of artefacten in de data waarmee nog geen rekening was gehouden.

Qua rekentijd viel het werk vaak mee, aangezien het doel van de algoritmes uit Pelts proefschrift juist is om weinig rekentijd nodig te hebben. Om de rekentijd nog verder te verminderen maakt de groep van Batenburg op een slimme manier gebruik van grafische kaarten. Meestal worden krachtige *graphics processing units* of GPUs gebruikt om computerspellen er zo goed mogelijk uit te laten zien, maar wetenschappers gebruiken ze ook steeds vaker voor hun berekeningen. In het geval van de tomografie lukt dit door de fysica van het scannen bij het tomografieproces zodanig te simuleren dat het computerprogramma past bij de manier waarop een grafische kaart werkt.

In het laatste hoofdstuk van zijn proefschrift behandelt Pelt nog een praktisch probleem. Hij beschrijft hoe twee populaire software pakketten voor tomografie (TomoPy en de ASTRA toolbox) eenvoudig samen gebruikt kunnen worden, en dat het combineren van de sterke kanten van beide pakketten tot betere resultaten kan leiden dan het gebruik van elk pakket apart.

✎