

Dirk van Dalen

Departement Wijsbegeerte
Universiteit Utrecht
d.vandalen@uu.nl

Evenement Lezingenmiddag 'L. E. J. Brouwer – Haarlems wiskundig wonderkind'

Snapshots van Brouwers leven en werk

Dit jaar is het vijftig jaar geleden dat de bekende Nederlandse wiskundige L. E. J. Brouwer overleed. Ter gelegenheid van dit feit organiseerden het Koninklijk Wiskundig Genootschap samen met de Koninklijke Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen op 2 september een lezingenmiddag in het Hodshon Huis in Haarlem, de plaats waar Brouwer een belangrijk deel van zijn jeugd doorbracht. Dit artikel is een weergave van de lezing die Dirk van Dalen op deze middag hield.

In de hier volgende tekst zullen wij niet zozeer de diverse wiskundige ontwikkelingen volgen, als wel een keuze maken uit de rijke sortering aan incidenten, ideeën en anekdotes die een interessant licht kunnen werpen op de onorthodoxe student/geleerde Bertus Brouwer. Bijna alle gebeurtenissen en overwegingen zijn te vinden in de biografieën overige uitgaven van en over Brouwers werk.

Jeugd en studie

Brouwer kwam in 1881 ter wereld in Overschie, nu een deel van Rotterdam. Brouwers ouders waren beiden onderwijzer. De vader accepteerde een baan in Medemblik, waar hij bleef tot 1892. De jonge Brouwer werd in 1890 toegelaten tot de hbs in Hoorn. (Dit leverde hem een plaats als jongste hbs-leerling op in het *Guinness Book of Records*.) Niet lang daarna verhuisde de familie naar Haarlem, waar vader Brouwer hoofd werd van een mulo. Uit Brouwers jonge jaren is niet zoveel overgeleverd, het opvallendste was nog de episode waarin hij zijn vader listig opsloot in de kelder om een hele nacht een te zijn

met de natuur van de Haarlemse duinen. Dit 'buiten slapen' bleef een uitdaging tot op hoge leeftijd. In 1953 logeerde hij bij de filosoof Von Wright in Helsinki, hij kon de verleiding niet weerstaan, vroeg en kreeg toestemming om in de tuin te slapen — en zulks geschiedde.



Het gezin Brouwer met Bertus staand rechts

In Haarlem stapte Brouwer over naar het gymnasium (1894); zijn hbs-diploma behaalde hij alsnog in 1895. Het zij terzijde opgemerkt dat Brouwer een gymnasium-diploma nodig had om toegelaten te worden tot de universiteit. Zijn gymnasium-jaren waren overigens welbestede, de kennis van de klassieken die hij opdeed kwam hem in zijn verdere leven uitstekend van pas. Verder nam hij ook deel aan het culturele leven ter plaatse, hij kende velen van de literair-artistieke garde, zoals bijvoorbeeld Van Deyssel, Boutens, Thorn Prikker.

Met het gymnasium-diploma op zak kon hij een universiteit uitzoeken; voor een bèta-man leek Leiden de beste keus, maar Brouwer hield het op Amsterdam. Hij had inmiddels een sterke voorkeur voor wiskunde ontwikkeld, en dan was Amsterdam met de grote Korteweg het aantrekkelijkst. Eenmaal ingeschreven volgde hij de colleges van onder meer Van der Waals, Korteweg en Van Pesch. Over de studie zelf valt niet zoveel te zeggen, met zijn begaafdheid scoorde Brouwer hoog. Er is een verhaal in omloop over het college van Van Pesch. Deze hoogleraar scheen nu en dan in de collegestof te verdwalen. Toen hij weer eens in een bewijs bleef steken stapte Brouwer uiteindelijk op het bord af, nam het krijtje uit de hand van de verblufte hoogleraar, maakte het bewijs af en retourneerde het krijtje. Ondanks zijn grote begaafdheid kostte de studie hem meer tijd

dan men gedacht zou hebben — in 1900 deed hij kandidaatsexamen en in 1904 doctoraalexamen. Niets om bezorgd over te zijn, maar toch — waarom deed deze briljante student zo lang over zijn studie? Er is een verklaring: de militaire dienst. In het toenmalige systeem kon een student alvast een deel van zijn dienstplicht vervullen tijdens de vakanties. Brouwer greep deze mogelijkheid aan, een beslissing die hem nog jaren berouwde. De superieure student, voor wie geen college of practicum te moeilijk was, bleek niet bestand tegen het militaire bestaan. Zijn mededienstplichtigen konden hem niet vergeven dat hij op alle punten slimmer was dan zij, en zijn superieuren dachten er al net zo over. Resultaat: Brouwer werd het mikpunt van alle al of niet openlijke agressie. Het gevolg was dat hij na iedere vakantie volkomen overspannen was en een maand of wat rust moest nemen. Dat betekende overigens niet dat hij bij de pakken neerzat. In 1901 maakte hij een voetreis naar Rome waar hij zijn studiegenoot en vriend Ruud Mauve opzocht. Die reis was niet zonder problemen, hij ontsnapte op het nippertje aan een roversbende, en eenmaal in Italië werd hij voor landloperij gearresteerd, voornamelijk omdat hij een rood boekje met het woord ‘socialisme’ in de titel op zak had. Gelukkig vond de politie in een andere jaszak een brief van de vermaarde wiskundeprofessor Bianchi en kon hij zijn reis weer voortzetten.

Terug in Nederland deed hij examen, huwde Lize de Holl, en liet een houten huisje — de hut — bouwen door zijn vriend



Het echtpaar Bertus en Lize Brouwer in de tuin

Ruud Mauve. Lize was een tien jaar oudere gescheiden vrouw, dochter van een huisarts op de Overtoom. Zij was getrouwd met een voormalige militaire arts, Peijpers, die een volle neef van haar was. Peijpers wenste geen kinderen, en greep desnoods zelf in om zwangerschappen te beëindigen. Uiteindelijk raakte Lize in verwachting en ontvluchtte het huis. Brouwer ontmoette haar en werd ongeneeslijk verliefd. Het paar trouwde op 2 augustus 1904, Konininnedag. Lize studeerde farmacie en werd later apotheker in de apotheek die verbonden was geweest aan de praktijk van haar vader. De apotheek was gevestigd in een fraai gebouw, de voormalige dokterspraktijk, op de Overtoom. Met al deze beslom-

meringen op zijn pad besloot Brouwer nu ernst te maken met een promotie. Korteweg accepteerde hem als kandidaat — en Brouwer ging vervolgens zijn eigen weg. Brouwer was sterk filosofisch georiënteerd, sterker nog: mystiek. In 1905 interesseerde hij zich sterk voor de Leidse wijsgeer Bolland, en zijn onderzoek in die richtingen mondde uit in zijn Delftse lezing en het bijbehorende boek *Leven, Kunst en Mystiek*. Dit boek bleef wat marginaal totdat Frederik van Eeden het ontdekte en recenseerde onder de titel ‘Een machtig Brouwsel’.

De dissertatie

Ondanks al deze uitstapjes werkte Brouwer aan de opbouw van zijn dissertatie. Toch kon hij geen weerstand bieden aan zijdelingse boeiende en veelbelovende onderzoeken die uitmondten in fraaie artikelen (en een venijnig prioriteitsconflict). De promotie vond plaats in 1907. Er waren twee hoofdthema's: topologie en grondslagen van de wiskunde. De topologie was een voortzetting van de eerste aanzetten tot generalisaties van de meetkunde in de negentiende eeuw. Er waren prominente namen aan verbonden — Euler, Listing, Riemann, Betti, Poincaré,... In de jaren na de promotie wierp Brouwer zich volledig op deze nieuwe meetkunde — het huwelijk van meetkunde en algebra, met de analyse als bruidsmisje.

Het grondslagenonderzoek opende geheel nieuwe wegen. De eerdere pogingen tot fundering van de wiskunde gingen uit van bepaalde ideeën, zoals de logica (Pe-



De hut



Het studentendispuut Clio met Brouwer tussen het schilderij en de spiegel en Adama van Scheltema rechts van de kandelaar

ano, Russell, Frege) en de verzamelingen (Cantor, Zermelo). Brouwer wenste de wortels van de wiskunde dieper te leggen, volgens hem waren zijn voorgangers er niet in geslaagd de harde kern van de wiskunde, namelijk de existentie van wiskundige objecten (in het bijzonder de natuurlijke getallen) aan te tonen. Brouwer vond die objecten in de menselijke geest; hier is een formulering van de basis van de wiskunde:

“...de oerintuïtie van de wiskunde (en van alle andere werkingen van het intellect) als het van kwaliteit ontdane substraat van alle waarneming van verandering, een eenheid van continu en discreet, een mogelijkheid van samendenken van meerdere eenheden, verbonden door een ‘tussen’, dat door inschakeling van nieuwe eenheden, zich nooit uitput.”

Brouwer is op tal van plaatsen teruggekomen op deze oerintuïtie. De oerintuïtie geeft, om zo te zeggen, het individu de getallen 1, 2, 3,..., en bij nadere introspectie zelfs het principe van volledige inductie cadeau.

Voor Brouwer zijn de wiskundige objecten dus construeren in de menselijke geest. Op dit punt verschilde hij wezenlijk van de bestaande filosofieën van de wiskunde. De consequenties zijn aanzienlijk: een object is een geconstrueerde (of construeerbare) structuur, en een bewijs is een constructie

van het gebouw dat door de taal omschreven wordt. De existentie van een object wordt aldus door een constructie gegarandeerd. Onder deze opvatting wordt het *Tertium non Datur* (Principe van de Uitgesloten Derde) — *A of niet-A* een constructieopgave en in het algemeen is er over de oplosbaarheid van zo’n opgave weinig te zeggen. Ergo het *Tertium non Datur* is geen geldig wiskundig principe. Nauwkeurige lezers zullen getroffen worden door Brouwers uiteenzetting op pagina 111 van de dissertatie, daar wordt het *tertium non datur* geaccepteerd. Maar helaas, Brouwer had de betreffende formulering ontleend aan het college van zijn filosofie professor, Bellaar Spruyt. En diens formulering deugde niet. In het proefschrift wordt verder



Korteweg, de promotor van Brouwer

niet zoveel gezegd over TND, maar een wat omslachtige formulering van Hilbert — *Hilberts Dogma* (elk wiskundig probleem kan bewezen of weerlegd worden) — wordt kordaat afgewezen. Het proefschrift bevat tal van vooruitziende opmerkingen over de wiskunde en haar taal, de metamathematica, et cetera.

Eerste topologische periode 1909–1914

Na zijn promotie stortte Brouwer zich geheel op de topologie. Zijn onderzoek had hem de overtuiging gegeven dat in dit vakgebied nog tal van schatten begraven lagen. En inderdaad, Brouwer slaagde er in om in korte tijd een indrukwekkende hoeveelheid publicaties over dit onderwerp te publiceren. Een ruwe telling komt op veertig artikelen, met een aantal baanbrekende, schokkende resultaten. Vanaf de jaren twintig begon de wiskundige gemeenschap de Brouwerse resultaten en methoden op te nemen. We noemen een aantal van de belangrijkste innovaties: *invariantie van dimensie* (gevolgd door een prioriteitsconflict met Lebesgue), *dekpuntstelling*, *uniformisering van automorfe functies* (het laatste resulteerde in een conflict met Koebe, de koning van de functietheorie), *invariantie van gesloten krommen*, *de stelling van Jordan in hogere dimensies*, *de structuur van perfecte verzamelingen*, *de definitie van dimensie* (in de jaren twintig gevolgd door een prioriteitsconflict met Karl Menger). Het zij hierbij opgemerkt dat Brouwer in alle prioriteitsconflicten volkomen in het gelijk stond, maar dat zijn tegenstanders, in plaats van hun ongelijk te erkennen, er op den duur het zwijgen toe deden.

In die periode werd Brouwer gezien als de wiskundige tovenaars. Hij schreef daarover aan zijn vriend Carel Adama van Scheltema:

“Ofschoon ik tegenwoordig tamelijk vruchtbaar ben, en mij langzamerhand enige internationale faam en nijd heb verworven, moet je van mijn werk geen al te serieuze indruk krijgen, want ik heb nog altijd de intieme zekerheid, dat wiskundig talent gelijkwaardig is met abnormale ontwikkeling van de grote-teenagel.

Wel speel ik op congressen voor de pausen der wetenschap de rol van enthousiaste vaandrager, maar als ik in gedachtenrijke gesprekken ‘mit flam-

mender 'Begeistering' de verschietsen schilder, die mijn werk bezielen, laaft ondertussen mijn schijnbaar zo geabsorbeerde blik zich aan de monomanie hunner gelaatsuitdrukkingen, en ziet in sommigen troosteloos gevangen helden, in anderen giftmengende kobolden. ... Mijn productiviteit zal dan ook nooit een grootse schepping brengen, want ze wordt uitsluitend bevrucht door spotzieke ontleding van het bestaande.

Geen der vakgenoten zal dit echter ooit doorgronden, hoewel het enkelen op den duur bij mij onaangenaam te moede wordt, die gaan dan rond, en spreken kwaad."

De topologische activiteiten eindigen vlak voor de Eerste Wereldoorlog met een majestueus slotakkoord: *de exacte dimensiedefinitie*. Brouwers contacten met Duitsland, in het bijzonder Göttingen, werden verbroken. Hij keerde in de daarop volgende jaren dan ook terug tot de grondslagen. Hij had al incidentele artikelen over dit onderwerp gepubliceerd. Een daarvan heeft een wat curieuze rol gespeeld in de naamgeving binnen de grondslagen. Brouwer had zijn eigen school de naam *Intuitionisme* gegeven, gebaseerd op de oerintuïtie van het proefschrift. Aanvankelijk had hij zijn school de naam neo-intuitionisme gegeven, maar het 'neo' liet hij al snel vallen. De uiteindelijke naamgeving is te herleiden tot de titel van Brouwers inaugurele rede, 'Intuitionisme en Formalisme', afgedrukt in het *Wiskundig Tijdschrift* (1912), en bijna gelijktijdig in vertaling in het *Bulletin of the American Mathematical Society*. Hilbert nam de naamgeving direct over.

Brouwers eerste zuiver wiskundige ontwikkelingen van het intuitionisme zijn voornamelijk te vinden in zijn collegeaantekeningen. In het college verzamelingsleer van 1912–13 verschijnen aarzelend de zogenaamde keuzerijen. Dat wil zeggen rijen natuurlijke getallen die niet door een wet gegeven worden en die de mogelijkheid van vrije keuze toelaten. Hij had in zijn proefschrift al opgemerkt dat niet alle reële getallen door wetten gegeven konden worden, en hij noemde de overblijvende getallen *onbekende getallen*. Deze voorlopers van keuzerijen stonden, om zo te zeggen, voorlopig in de coulissen te wachten.

Het collegedictaat van 1915–16 gaat verder in op deze keuzerijen. Wat duidelijk wordt is dat Brouwer een coherente

visie had op, wat ik voor het gemak noem, het *intuitionistische universum*. Dat intuitionistische universum werd in feite de jaren twintig door Brouwer in zijn eentje opgebouwd en bestudeerd. Het was geen deel-universum van het klassieke wiskundige universum (zeg van Aristoteles, Cantor of Frege). Het verband tussen de beide universa is een traditioneel onderwerp van het metamathematisch onderzoek.

Na het einde van de Eerste Wereldoorlog wijdde Brouwer zich opnieuw aan de opbouw en verspreiding van de intuitionistische wiskunde.

Politiek, het Conseil en de boycot

Vanaf 1918 gaan politieke en wetenschappelijke meningsverschillen een rol spelen in Brouwers leven, en ook in de Europese wiskundewereld. Zoals alle oorlogvoerende partijen opgelucht waren dat in 1918 de gruwelen van de oorlog voorbij waren, zo hoopten de wiskundigen dat de terugkeer naar een normale verhouding snel zou plaatsvinden. Hier traden nu, niet geheel onverwacht, botsingen op tussen de wetenschappers van de Entente en van de Centrale mogendheden. De geallieerde wetenschap stichtte een internationale organisatie, het *Conseil International de Recherches*, waarvan de organisaties en geleerden van de Entente lid van mochten worden, maar Duitsers en Oostenrijkers uitgesloten waren. Brouwer verzette zich tegen die boycot, de wetenschap en de wetenschappers behoorde niet uit po-

litieke motieven verdeeld te worden. Hij deed dat in publicaties, vergaderingen, en ook door niet naar het internationale congres van het *Conseil* in Straatsburg te gaan, maar naar het congres van de *Naturforscherverein* in Bad Nauheim (1920). Een daad van protest die niet onopgemerkt bleef. Zijn bijdrage aan het congres baarde opzien, al was het alleen maar door de titel, 'Heeft ieder reëel getal een decimale ontwikkeling?'. Het artikel was een wonder van helderheid, niettemin vonden vele van de toehoorders het vreemd en onbegrijpelijk. Fricke schreef aan zijn oom, Felix Klein: "Brouwer moet natuurlijk heel serieus genomen worden, maar is in wezen onbegrijpelijk. Landau stelde voor, gezien Brouwers bijdrage, een sectie voor pathologische wiskunde te introduceren en die bij de medische sectie onder te brengen."

Maar de bom was gelegd, iedereen kon kennis nemen van de ideeën van deze eccentric geleerde die zelfs het beginsel van de uitgesloten derde ontkende. Een zo flagrante inbreuk op het gezonde verstand kon Hilbert niet laten passeren. Zijn gezag in Duitsland (en in de wiskunde) was zo groot, dat hij zich geen ernstige zorgen behoefde te maken. De situatie veranderde toen zijn reeds wereldvermaarde leerling, Hermann Weyl, zich bij Brouwer aansloot. In zijn opzienbarende artikel 'Über die neue Grundlagenkrise der Mathematik' (1921) sloot Weyl zich bij Brouwer aan met zijn uitroep "Und Brouwer, das ist die Revolution." Vanaf die tijd trok Hilbert door



Op het congres van de Naturforscherverein in Bad Nauheim in 1920. Op de voorgrond Hamburger. Middelste rij: Kerékjártó, Brouwer, Szasz en Landau. Achterste rij: Schur, Pólya en Bessel-Hagen.



Lize en Bertus Brouwer klaar voor de reis naar Bad Nauheim

Foto: Brouwer-archief

Europa met de boodschap “Brouwer vergist zich en die aangekondigde revolutie is slechts een Putsch.” Men moet bedenken dat Brouwer en Weyls revolutie niets minder was dan een ultieme belediging. Het gezag van Hilbert in Duitsland en zeker in Göttingen was legendarisch. Hij was niet alleen de koning van de Duitse wiskunde, maar ook de traditionele autoritaire geleerde wiens gezag zonder meer erkend werd. Over deze antieke hoogleraren zijn tal van anekdotes in omloop; over Hilbert vertelde Dirk Jan Struik dat hij tijdens zijn verblijf in Göttingen een afspraak wilde maken met Bernays — Hilberts beste leerling waar het ging om grondslagen-problemen — om de komende zondag een wandeling in de om-

geving te maken. Bernays dacht even na en sprak vervolgens: “Aber dann muss ich zuerst Herrn Geheimrat Zustimmung fragen.” Het hoeft dus geen verwondering te wekken dat Hilbert op tal van plaatsen zijn gehoor meedeelde dat Brouwer er volkomen naast zat. Volgens hem was Brouwer een verlate volgeling van Kronecker, en wilde hij eveneens de irrationale getallen uit de wiskunde bannen. Het zij hier opgemerkt, dat het hoogst onwaarschijnlijk is dat Kronecker zoiets serieus gezegd kan hebben, maar voor Brouwer gold dit zeker niet.

Hilberts publicaties (laat staan zijn toespraken) bevatten allerlei curieuze passages. Om een paar te citeren:

“Aus diesem Paradies dass Cantor uns geschaffen, soll uns niemand vertreiben können” (1926)

“Dieses Tertium non Datur dem Mathematiker zu nehmen wäre etwa, wie wenn man dem Astronomen das Fernrohr oder dem Boxer das Gebrauch de Fäuste untersagen wollte.”

“...die Mathematik ist eine voraussetzungslose Wissenschaft. Zu ihrer Begründung brauch ich weder den lieben Gott, wie Kronecker, noch die Annahme einer besonderen auf das Prinzip der vollständigen Induktion abgestimmte Fähigkeit unseres Verstandes, wie Poincaré, noch die Brouwersche Urintuition...”

Wat een wetenschappelijk-filosofische discussie had moeten zijn ontaarde in ongefundeerde beschuldigingen. In ieder geval vond Hilbert het gehoor aan zijn zijde. Courant schreef hem enthousiast

“Es wird Sie vielleicht freuen zu hören, dass Ihr Münster Vortrag in Kopenhagen geradezu wie eine Bombe eingeschlagen hat und von allen Seiten mit der grössten Begeisterung aufgenommen worden ist. Es freute mich auch ganz ausserordentlich zu sehen, dass endlich auch die Aussenstehenden anfangen zu verstehen, dass mit Ihrer Theorie das erlösende Wort gesprochen ist. Ich glaube, das von Ihrem Vortrag wirklich eine riesige Wirkung nach den verschiedensten Richtungen ausgehen wird. Auch von Hecke, dem es wieder gut geht, hatte ich einen begeisterten Brief darüber.” (Courant aan Hilbert, 10-09-1925)

In wezen kwam Hilberts verdediging/aanval niet uit boven het niveau van sappige uitvallen. De lezer zal zich afvragen hoe een onmiskenbaar geniaal en intelligent man zo laag kon vallen. Geplaagd door dezelfde vraag heb ik Bernays in een interview gevraagd hoe Hilbert zulke curieuze uitspraken kon doen. Zijn antwoord loste dat probleem op: “Ach, Hilbert hat sich die Sachen von Brouwer niemals angesehen.” Hoe teleurstellend ook, hier lag de oplossing. Hilbert bestreed een zelfbedachte misvatting. Hilberts publicaties en voordrachten waren overigens niet louter negatief. Hij begon in de jaren twintig serieus zijn formalisatieprogramma uit te werken.

En Brouwer, wat deed hij? In feite was hij volledig bezet met zijn opbouw van de

intuitionistische wiskunde, maar hij vond toch ook wel tijd om hier en daar voordrachten te houden. In een voordracht gehouden in 1923 geeft Brouwer zijn mening over Hilberts formalistische programma dat een opbouw van de wiskunde op grond van axioma's bepleit, waar de betrouwbaarheid van het systeem gegarandeerd wordt door een consistentie bewijs: "Aan het bereiken van dit doel behoeft geenszins getwijfeld te worden, maar daarmee is nog geen wiskundige waarde verkregen; een niet door een tegenspraak weerlegde onjuiste theorie die niet door enige contradictie gestopt wordt is daarom niet minder onjuist, zoals een door geen reprimerend gerecht verworpen misdadige politiek daarom niet minder misdadig is."

Na Hilberts uitvoerige en herhaalde kritiek op Brouwers programma besloot Brouwer voor eens en altijd een afdoende expositie van de diverse standpunten in schrift neer te leggen. Hij deed dat in het artikel 'Intuitionistische Betrachtungen über den Formalismus' (1928). Na een uitvoerige bespreking van zijn vier *Einsichten* formuleerde Brouwer zijn visie op de ontwikkeling van het intuitionisme en de zwakheden van het formalisme als volgt:

"Volgens het voorafgaande heeft het formalisme van het intuitionisme slechts weldaden ontvangen en kan zij in de toekomst nog verdere weldaden verwachten. Dientengevolge zou de formalistische school het intuitionisme enige erkenning kunnen betuigen, in plaats van op honende wijze er tegen te polemiseren, en daarbij niet eens de juiste auteurschap in acht te nemen... Bovendien zou de formalistische school moeten bedenken dat in het kader van het formalisme van de eigenlijke wiskunde tot dusver nog *niets* in veiligheid gesteld is (omdat de consistentie van het axiomastelsel nog steeds uitblijft). Daarentegen heeft het intuitionisme op grond van zijn constructieve verzamelingsdefinitie en de hoofdeigenschap der finiete spreidingen reeds enige theorieën van de wiskunde zelf met onwankelbare zekerheid opnieuw opgericht. Als dus de formalistische school, afgaande op haar in druk verschenen beweringen, bij het intuitionisme bescheidenheid opgemerkt heeft, dan zou dat voor haar een aanleiding zijn om, wat deze deugd aangaat, niet bij het intuitionisme achter te blijven."

De Brouwer-Hilbert-discussie eindigde in zoverre onbeslist, dat het formalisme nog steeds een consistent systeem in het vooruitzicht stelt. Voor Brouwer belangrijke gebeurtenissen waren de voordracht over intuitionisme in Berlijn (1927) en de Weense voordracht 'Mathematik, Wissenschaft und Sprache'. Deze laatste voordracht waar in detail de intuitionistische positie behandeld werd, was mede belangrijk omdat Wittgenstein onder zijn gehoor was (en misschien Gödel). Er is een onmiskenbare invloed van Brouwers lezing op Wittgensteins inzichten.

De invloed van de Berlijnse cursus moet niet onderschat worden, mede omdat hij de eerste complete expositie van het intuitionisme was [Brouwer, 1992], en omdat het intuitionisme hierdoor in Duitsland een onverwachte zichtbaarheid kreeg. Brouwers optreden maakte furore bij de studenten, die zich naar aanleiding van Hilberts denigrerende opmerking over Brouwers ideeën trots *Putschisten* noemden. De Berlijnse student Freudenthal volgde Brouwers colleges; omdat hij vooraf het intuitionisme grondig bestudeerd had, was hij als enige in staat een zakelijke discussie met Brouwer te voeren (persoonlijk mededeling).

De jaren twintig eindigden wat de Grundlagenstreit betreft in een schaakmat en de discussie verflauwde. Het Bologna-

congres plaatste Brouwer en Hilbert wel in de schijnwerpers, maar voornamelijk wat betreft politieke en organisatorische details (de *Mathematische Annalen*-affaire). Plotseling in 1931 veranderde het grondslagenlandschap. Op het congres 'Tagung für Erkenntnislehre der exakten Wissenschaften' dat in 1931 in Königsberg gehouden werd maakte een jonge logicus, Kurt Gödel, bekend dat de geformaliseerde rekenkunde incompleet was. Dit was de verrassing van de eeuw: Hilberts programma moest falen. Men kan zich de opwindning voorstellen — een ramp voor de simpele vorm van het formalisme. Van de groten der grondslagen was alleen Hilbert op het congres, hij miste helaas Gödels voordracht omdat hij op dat tijdstip zelf moest optreden. Von Neumann, de snelste denker van zijn generatie, had direct gezien dat Gödels resultaat nog verder strekte: formele systemen zoals die voor de rekenkunde kunnen hun eigen consistentie niet bewijzen: exit Hilberts programma. Hilbert was door zijn aanhangers niet op de hoogte gebracht van de verstreckende resultaten van Gödel, men achtte deze te pijnlijk en volgens de folklore werd hij pas in het begin van 1932 op de hoogte gesteld. Hij was niet alleen teleurgesteld, maar werkelijk boos.

En hiermee kwam een einde aan de Grundlagenstreit, de underdog Brouwer had gelijk gekregen.

Het Bologna-congres en de politiek

Terwijl de wiskundige discussie gaande was werd de laatste fase van het boycotconflict uitgevochten. Er was een internationaal wiskunde congres aangekondigd in 1928 in Bologna. Het hete hangijzer was: worden Duitsland en Oostenrijk uitgenodigd? De sfeer was allang niet zo gespannen meer als in 1920, maar de meningen liepen hier en daar uiteen. Brouwer kon het niet laten zijn mening te ventileren, volgens hem (en sommige Duitsers) waren de wiskundigen uit de centrale landen ten onrechte langdurig van internationale samenwerking geweerd, met ondeugdelijke argumenten en vaak met grove beledigingen. De geallieerde partijen hadden het meest geleden onder de oorlogshandelingen en men kan zich voorstellen dat in het bijzonder de Franse en Belgische wiskundigen gedurende de oorlog en in de jaren direct volgend op de vrede van Versailles weinig vleierende opmerkingen ventileerden over hun Duitse collega's. De



Hilbert en Weyl

Foto: Brouwer-archief

Duitse geleerden hadden tijdens de oorlog eveneens tamelijk tactloos gehandeld toen Duitsland allerlei, meest terechte, verwijten gedaan waren. Het Duitse document is bekend geworden als ‘Verklaring der 93’; het ontkende de verwijten met een heftig “Es ist nicht wahr.”

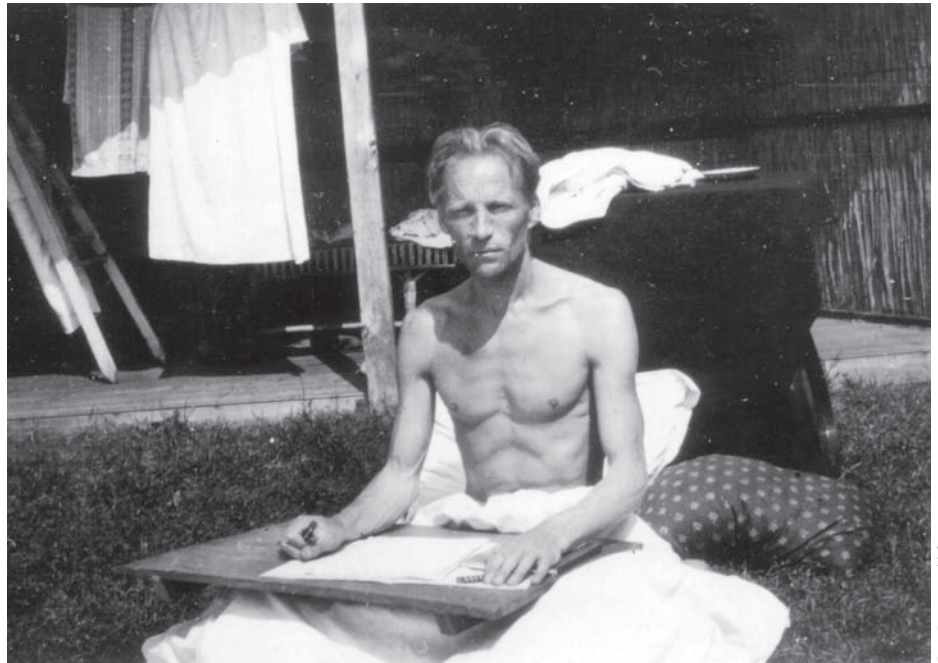
Er was nog een steen des aanstoots: de publicatie van het Riemann-deel van de *Mathematische Annalen*. Sommige redacteuren, waaronder Hilbert, wilden in een aanzet naar verzoening Franse auteurs opnemen; Brouwer en enkele anderen verzetten zich daartegen. De tegenstemmers wonnen, een uitslag die Hilbert in het bijzonder Brouwer nooit vergeven heeft. De Bologna-conferentie was weer zo’n twistpunt. Hilbert was voor deelname van Duitsland, en Brouwer was tegen. Uiteindelijk werd de keuze vrij gelaten, en een aanzienlijke delegatie vertrok naar Bologna. Hoewel de Centralen slechts als ‘waarnemers’ werden toegelaten, was dit het einde van de splitsing. In het vervolg was de inschrijving vrij voor iedereen.

Hilbert was in die periode al ernstig ziek en in zijn bezorgdheid over het verdere verloop van internationale wiskundige samenwerking achtte hij Brouwer niet langer geschikt als lid van de redactie van de *Mathematische Annalen*. En na enig overleg met de overige redactieleden werd Brouwer de wacht aangezegd. Dit ontkende een gigantische ruzie. Einstein, die eveneens in de redactie zat, vond Hilberts beslissing te ver gaan, hij sprak van een ‘oorlog tussen de kikkers en de muizen’. Hij weigerde het document te ondertekenen. Uiteindelijk werd besloten de redactie te reorganiseren en over te gaan op een kleinere redactie, waar Brouwer niet in voorkwam, maar waarbij men hoopte dat dit de pil enigszins zou vergulden voor Brouwer. Zoals te verwachten was, voelde Brouwer zich toch dodelijk beledigd. Hij trok zich vanaf die tijd terug uit de Duitse wiskundegemeenschap.

Dit was, gekoppeld aan het genoemde resultaat van Gödel, het definitieve eind van de langdurige wrijving. Brouwer vermeed verdere internationale activiteiten en was in de jaren dertig nauwelijks wiskundig actief.

Een Blaricumse burger

Sinds zijn vestiging in Blaricum onderhield Brouwer bepaalde banden met de lokale gemeenschap. Hoewel hij gezien werd als



Brouwer aan het werk in zijn tuin in Blaricum

‘die grote geleerde’, trok hij normaal op met zijn burens en dorpsgenoten. Zo ging hij, toen een moeder van een kleine jongen hem vertelde dat haar zoontje ziek was, met een boek onder zijn arm naar haar huis en las de jongen langdurig en herhaald voor. Hij kon ook uitstekend omgaan met adolescenten en hun problemen. Een geval dat aan de vergetelheid onttrokken is, betrof de jonge man Steinmetz. Deze Blaricumse jongen zat in een periode van onzekerheid en besluiteloosheid over zijn toekomst. Op de een of andere manier kwam hij in contact met Brouwer, die zich zijn lot aantrok. In indringende en persoonlijke gesprekken zag hij kans om hem een nieuwe kijk op de toekomst te geven. Steinmetz meldde zich uiteindelijk bij de marine. Daar had hij het tot luitenant gebracht toen de oorlog uitbrak. Na de capitulatie weigerde hij zijn erewoord aan de bezetter te geven, dat hij zich niet tegen het nieuwe gezag zou verzetten; hij had immers al de eed op hare Majesteit afgelegd. Het gevolg was dat hij zich moest melden voor krijgsgevangenschap. Hierop volgde een tocht langs diverse kampen, waar hij herhaaldelijk ontsnapte. Ten slotte kwam hij in het vermaarde kasteel Colditz terecht, dat de reputatie had van een hermetische bewaking. Niettemin zag hij, als eerste of een van de eersten, kans met een medegevangene te ontsnappen en naar Zwitserland te vluchten. Vandaar trok hij verder naar Engeland. Ongeveer een jaar

voor zijn dood heb ik hem nog geïnterviewd. De Brouwer-episode stond hem nog helder voor de geest, en hij was Brouwer blijvend dankbaar voor de toenmalige morele steun.

Brouwer maakte ook deel uit van de Gooische Significa-groep, met Van Eeden, Henri Borel, van Ginneken en anderen. Bijeenkomsten vonden vaak plaats op het gazon voor Brouwers huis. Verder nam hij deel aan de lokale politiek. Hij was lid van de Neutrale Partij en nam met succes deel aan de gemeenteraadsverkiezingen. In 1935 kwam hij aan de top van de lijst, en in 1939 scoorde Brouwer het hoogste van alle lokale kandidaten.

Verder organiseerde hij in de jaren twintig de Amsterdamse topologische school in Blaricum. Beroemdheden als Alexandrov, Vietoris, Menger en Wilson maakten deel uit van die school.

Onderwijs

De meest uiteenlopende onderwerpen werden op Brouwers colleges behandeld, algebra, analyse, topologie, verzamelingsleer, intuïtionistische wiskunde, mechanica,... De studenten waren in het algemeen gefascineerd, hier was een man die ter plaatse nieuwe dingen, of oude dingen op een nieuwe manier, aansneed. Hij nam het niet zo nauw met de regels van het onderwijs. Zo vertelde Bob van Rootselaar dat hij bij Brouwer thuis tentamen deed over een of ander onderwerp. Toen alles naar bevredig-

ging verlopen was, vroeg Van Rootselaar: “Krijg ik nog een tentamenbriefje?” Waarop Brouwer antwoordde: “Het is hier geen kakschooltje, ik kom wel op je examen.”

Oud-studenten bleven hem vaak jarenlang trouw. Mijn wiskundeleraar kon met grote bevrediging melden dat hij met Brouwer in de trein had gezeten.

Onroerend goed

Huizen en grond fascineerden Brouwer. Hij had zijn grond in Blaricum gekocht van professor Van Rees; een progressief man die vroeger leiding gegeven had aan een commune, met de naam ‘Christen Anarchisten’. In 1927 kocht Brouwer de aangrenzende villa De Pimpernel. In de jaren twintig kocht hij een huis in Bad Harzburg (voor rekening van Cor Jongejan, zijn secretaresse en vertrouweling). Even later kocht hij nog een huis in Berlijn, en er zijn geruchten dat hij ook een buitenhuis in Fischerkaten (tegenwoordig in Polen) bezat.

Omdat wij niet wisten welk huis Brouwer in Harzburg bezat, hebben mijn vrouw en ik Harzburg bezocht. Het adres was vage-lijk bekend, en eenmaal ter plaatse vonden wij een oude man die al vanaf de jaren twintig in de straat woonde. Hij kon bevestigen dat de professor daar gewoond had. Hij vertelde dat Brouwer zijn vader aangeboden had wat marken van hem te

kopen voor guldens. Die zouden dan waardevaster zijn. De vader had het aanbod afgeslagen.

Bij de aankoop van een aangrenzend stuk grond had hij in Blaricum het recht op overpad bedongen. Om dat recht zeker te stellen moest hij eenmaal per jaar het grondstuk oversteken. Van deze plicht maakte hij een kijkspel. Als er een party was in de tuin van de betrokken buurman verzamelde Brouwer wat getrouwen, klom over het hek en marcheerde over het landgoed, om even later met dezelfde optocht terug te keren.

In 1927 had Brouwer zich op financieel terrein gewaagd, en wel om een dubieuze beleggingspraktijk aan de kaak te stellen. Er was een investeringsmaatschappij, Sodalitas-Medicorum Oblatorum Ordinis Sancti Benedicti, die een spa in Boedapest exploiteerde. Omdat het toezicht in handen was van een katholieke organisatie werd de belegging als zeer betrouwbaar gezien in Nederland. Brouwer vond al snel dat het niet pluis was met deze organisatie. Toen hij vervolgens actie ging voeren ten bate van zijn medebeleggers kwam hij in aanraking met de louches aspecten van de kerk en het bankwezen. Het kostte hem vele bezoeken aan Boedapest en juridische consulten. Zijn wiskundestudenten merkten dat hun hoogleraar vaak niet kwam opdagen omdat hij naar Boedapest was. Het scheelde niet veel of hij was zelf bankroet gegaan. Freudenthal merkte in een brief aan Hopf schertsend op dat “Brouwer er al in geslaagd was om sommige bisschoppen in het gevang te krijgen, om zo te zeggen met de straf die hij voor Koebe, Hilbert en Menger in gedachten had.” In 1944 had Brouwer 67 kilo documenten verzameld over de Sodalitas-affaire. Uiteindelijk werd de zaak opgelost met onder andere een gevangenisstraf voor de Nederlandse bankier die verantwoordelijk was voor de Nederlandse zijde van de affaire. Deze affaire was zeker medeverantwoordelijk voor Brouwers ontbrekend wiskundig onderzoek in de jaren dertig.

De bezetting

In de jaren '40-'45 werden de universiteiten met enig wantrouwen gezien door de nieuwe machthebbers. Zoveel studenten, dat moest wel uitlopen op verzet. Daarom werd in 1943 de studenten een verklaring ter ondertekening voorgelegd die hoor-

zaamheid aan het toen heersende beleid beloofde. De verklaring is onder de naam ‘loyaliteitsverklaring’ de geschiedenis ingegaan. Ondertekening was niet verplicht, maar wie weigerde kon opgeroepen worden om in Duitsland te gaan werken. De introductie van de verklaring riep vrijwel direct onenigheid op in de studenten-gemeenschap. Enerzijds betekende de ondertekening een zekere mate van loyaliteit ten opzichte van de bezetter, anderzijds hield een weigering met grote zekerheid de beëindiging van de studie en (onvrijwillige) steun aan de Duitse industrie in. Tegelijkertijd was er een zeker gevoel dat ‘tekenen’ de mogelijkheid bood om in het verzet te gaan. Binnen de Academische Senaat van Amsterdam waren de meningen verdeeld, de rechtmatigheid van het loyaliteitsbesluit werd betwist, en volgens een deel van de senaatsleden kon de ondertekening op ieder moment door de student teruggetrokken worden.

Op het Mathematisch Instituut werd een mededeling ophangen (8 april 1943) dat de verklaring redelijkerwijs zonder bezwaar getekend kon worden, maar dat studenten, wanneer zij zich niet langer met de inhoud konden verenigen altijd nog hun verklaring konden intrekken en hun studie staken. De mededeling was ondertekend door Brouwer en de lectoren Bruins en Heyting. De loyaliteitsverklaring was de bron van lange en heftige discussies in universitaire kring. De naoorlogse hoogleraar N.G. de Bruijn was later van mening dat het introduceren van die verklaring door de overheid en de bezetter, al of niet bedoeld, voornamelijk de studenten uiteen gedreven had. De principiële onder de studenten verwierpen het tekenen zonder meer; de meer pragmatische studenten, waaronder onderduikers en verzetsstrijders zagen in dat een enkele handtekening onder een verwerpelijk document hen vrijstelde van tewerkstelling in Duitsland, en meer gelegenheid gaf voor verzetswerk. Tijdens de oorlog en na de bevrijding was de loyaliteitsverklaring een bron van felle discussies. Het moet hierbij opgemerkt worden dat communistische stafleden ondertekening vaak heel begrijpelijk vonden. Een prominent lid van de Gerrit van der Veen groep, de latere hoogleraar Van der Tweel, gaf in een interview te kennen dat hij in 1943, en nog steeds, de ondertekening een respectabele actie vond. Was Brouwer dan toch wellicht een meeloper? Daar kan



Foto: Brouwer-archief

Brouwer met zijn secretaresse Cor Jongejan en zijn vrouw Lize op de Brocken, de hoogste berg in de Harz.

nauwelijks sprake van zijn. Tijdens zijn directeurschap van de wiskundefaculteit was het Mathematisch Instituut een belangrijk centrum van illegaal werk. Hoewel hij zelf niet deelnam, zou hij bij een Duitse inval zeker als medeschuldige beschouwd zijn, met alle gevolgen van dien. In het instituut werden documenten van allerlei soort vervalst, de activiteiten gingen lange tijd ongestoord door, maar op een moment was er een inval waarbij onder andere de conciërge Koppers werd gearresteerd. Hij werd op transport gesteld en overleed uiteindelijk in een concentratiekamp.

In Blaricum speelde Brouwer zijn bescheiden rol door op zijn terrein in en onder de huisjes en hutten onderduikers te herbergen. Lang na de oorlog hadden wij het geluk de dame te treffen en te interviewen die tijdens de bezetting als onschuldig meisje de onderduikers van voedsel voorzag en de huisjes schoon hield.

Na de bevrijding werd Brouwer door de zuiveringscommissie opgeroepen. In feite viel hem niet veel te verwijten, maar in de sfeer van afrekening werd hij toch voor enige tijd geschorst. De lezer die hem nu zo langzamerhand kent, kan zich voorstellen dat hij zich uitermate beledigd voelde.

Naoorlogse jaren – de reiziger

Brouwer hervatte zijn werk aan het instituut, waar inmiddels een omvangrijke personeelwisseling plaats had gevonden. Freudenthal had, hoewel niet op eigen wens, Amsterdam verlaten voor Utrecht. Nieuwe benoemingen waren die van onder anderen Van der Corput, Van der Waerden (maar met enige bittere gevoelens gezien zijn verblijf in oorlogstijd in Leipzig), Popken, van Dantzig, Heyting, Beth; Bruins werd lector. Na een paar jaar hervatte Brouwer zijn voordrachten in het buitenland, de eerste was in 1947 in Leuven. In 1948 werd Brouwer benoemd tot *Foreign member* of the Royal Society en in 1955 volgde een benoeming tot Honorary Fellow of the Royal Society in Edinburgh. In de jaren volgend op 1947 was hij gasthoogleraar in Cambridge. In 1949 en 1950 nam hij deel aan congressen in Parijs, en in 1951 en 1952 (Shearman lectures) droeg hij weer voor in London. Zuid-Afrika ontving hem in 1952 (Barend de Loor, Pretoria, promoveerde in 1925 bij Brouwer).

Ten slotte kreeg hij een uitnodiging voor een voordracht op het Canadian Congres in Toronto in 1953. Na afloop bezocht hij tal

van universiteiten in de Verenigde Staten. Bij het Toronto-congres demonstreerde hij zijn nog steeds aanwezige fitheid bij de congrespicnic; op een gegeven moment was de leiding Brouwer kwijt — heeft iemand de grote man gezien? En toen bleek hij in een boom te zitten.

Na Toronto bezocht hij onder andere Urbana, Lafayette, Ithaca, Berkeley, Cambridge, Boulder, Cambridge (Mass), en New York. Deze reis was een uitgelezen gelegenheid om collega's en vrienden uit het verleden te ontmoeten. In Berkeley ontving Tarski hem, na Brouwers voordracht sprak hij de gedenkwaardige woorden "Het is heel goed dat Brouwer hier gesproken heeft, dan kunnen de wiskundigen zien dat er in en om de logica genoeg moeilijke en diepe dingen gebeuren." In New York werd Brouwer opgevangen door de mysticus-filosoof Gutkind (evenals Brouwer, Landauer en Van Eeden lid van *De koninklijke van geest*, een groep filosofen uit de jaren voorafgaand aan de eerste wereldoorlog). Tijdens dit bezoek deed zich een curieus voorval voor: de Gutkinds woonden in het Master Institute en Hotel. Toen ze met Brouwer het gebouw binnengingen troffen ze Paul Wittgenstein, de broer van de grote wijsgeer. Paul was de beroemde eenhandige pianist voor wie onder anderen Ravel een prachtig pianoconcert had geschreven; hij had een studio in het zelfde instituut. Eenmaal in de lift stelde Gutkind Brouwer voor als een vriend van Ludwig. Toen sprak

Paul de woorden "Ik wens niets van doen te hebben met een vriend van mijn broer." Hij drukte op het knopje en verliet de lift op de eerste stop. Verder bezocht Brouwer nog Einstein en Gödel in Princeton. Gödel schreef na afloop aan zijn moeder dat een Hollandse professor een bezoek van veertien dagen gebracht had, een beroemde man die sterk betrokken was in zijn gebied. Het ligt voor de hand dat Brouwer niet met het latere onderzoek op de hoogte was — Gödel schreef: "Hij is al 72 en niet meer up to date."

Brouwer genoot van zijn reis. Bij een van de instituten die hij bezocht voor een voordracht werd hij enigszins bedremmeld ontvangen door de directeur, die hem meedeelde dat tot zijn spijt het instituut niet in staat was om het beloofde honorarium uit te keren. Brouwer vertelde later "Ik zei niets maar gaf hem de twee uur voordracht in plaats van de één uur voordracht."

Op MIT droeg Brouwer ook voor, zijn lokale gastheer was Dirk Jan Struik. De twee kenden elkaar nog uit de goede oude tijd, de jaren tien en twintig. Eenmaal in Cambridge aangekomen, bezocht Brouwer met Struik de resten van Thoreaus cottage at Walden (Concord). De naam Walden was Brouwer niet onbekend, Van Eedens kolonie in Bussum was naar Thoreaus kolonie genoemd. Toen Struik in 1962 gasthoogleraar in Utrecht was vond Brouwer een charmant huisje voor hem op loopafstand van zijn eigen huis.



Brouwer kijkt met beeldhouwer Wertheim het beeld van zijn hoofd



Een groet aan Brouwer uit Warschau van de top van het grondslagenonderzoek.

De late jaren

In 1959 verloor Brouwer zijn vrouw Lize, hij leefde daarna in De Pimpernel. Cor Jongejan had de functies van de huisvrouw overgenomen. Al vanaf de jaren tien was zij een huisvriendin van de Brouwers. Ze was als vriendin van Louise opgenomen, en uiteindelijk is ze nooit meer weggegaan. In feite was ze Brouwers secretaresse, maar later kreeg ze een echte aanstelling bij het Mathematisch Instituut. Nog later zette ze zich in voor de apotheek.

In zijn laatste jaren trok Brouwer zich meer terug, de ongemakken van een hoge leeftijd bleven hem niet bespaard. Daarenboven had hij zijn financiële problemen; Brouwer had nooit een warme verhouding met de belastingdienst gehad; zijn bezittingen (grond, de apotheek,...) hadden niet geresulteerd in een harmonieuze verhouding met de inspecteur van belastingen, zijn achterstallige belastingbetalingen waren een vast thema van de correspondentie. Hij had tegenover vrienden zich uitgelaten in termen als "Ik maak er zo'n rotzooi van dat niemand er meer uit kan komen." Nog in oktober 1966 stuurde de inspecteur hem een dwangbevel!

Brouwer bleef tot op hoge leeftijd een actief correspondent. Hij hield contacten met zijn oude collega's en vrienden. Er was

ook een nieuwe vriendin in zijn leven gekomen: Emilie Haspels. Emilie had een avontuurlijk leven gehad, toen de Tweede Wereldoorlog uitbrak deed zij in haar functie van archeologe onderzoek in Turkije. Daar werd ze gearresteerd en tewerkgesteld als schoonmaakster van schoolgebouwen. Toen het tot de gezaghebbers doordrong dat ze wel meer kon kreeg ze een baan in het onderwijs. Na de oorlog terug in Amsterdam kreeg ze een aanstelling als hoogleraar archeologie. Er ontstond een hechte vriendschap tussen hen. Zij reisde voortdurend de hele wereld over, en er zijn tal van brieven bewaard gebleven die van die kalme liefde getuigen.

Op 6 december 1966 maakte een aanrijding op de Torenlaan een eind aan zijn leven; het was al donker toen hij de straat overstak om een cadeautje weg te brengen en hij had zich gehuld in een grauwe paardendecken. Bij zijn begrafenis waren, op zijn verzoek, alleen enkele naaste vrienden en familieleden aanwezig, van de wiskundige gemeenschap alleen Euwe.

In 2003 werd bij zijn graf een gedenkplaat aangebracht. En zo werd Nederlands grootste wiskundige dan toch nog met een monument geëerd.

En het Intuitionisme?

Brouwers topologie werd al spoedig erkend. Iedere serieuze topoloog waren in zijn opleiding de noviteiten van Brouwer onder ogen gekomen. Met het intuitionisme was dat wat problematischer. De doorsnee wiskundige zou waarschijnlijk zeggen, dat is heel mooi en belooft veel, maar ik volg mijn klassieke voorvaderen. Het hielp natuurlijk ook niet dat Hilbert en zijn volgelingen zich uiterst kritisch uitlieten over Brouwers nieuwe wiskunde. We kunnen nu toch zeggen dat het intuitionisme als grondslagenfilosofie en constructieve praktijk algemeen erkenning gevonden

heeft. Daarnaast bracht het intuitionisme een interessante systematisering van de constructieve methoden; vooral de informatica heeft ingezien dat de intuitionistische visie op de wiskunde en haar algoritmische perspectieven ver uitgingen boven een sektarische wiskundebeoefening, maar een uiterst nuttig en krachtig apparaat verschaft voor een systematisch begrip van 'effectief' en 'algoritme'. Op deze wijze kan men de intuitionistische wiskunde ook beschouwen als een deel van de bestaand klassieke wiskunde dat de constructiviteit behandelt. Met enige gepaste ironie zou men kunnen spreken van 'intuitionisme light'. Wat hier telt is niet de ultieme fundering van de wiskunde, maar een nuttige systematisering van het begrip 'constructief'.

Alle foto's in dit artikel komen uit Brouwers collectie, met uitzondering van de foto's van de hut (Dokie van Dalen) en het graf (Gerard de Vries).



Het monument bij het graf van Brouwer in Blaricum

Referenties

- 1 M. van Atten, *On Brouwer*, Wadsworth, London, 2003.
- 2 L.E.J. Brouwer, *Collected Works*. Vol. 1, *Philosophy and Foundations of Mathematics*, A. Heyting, ed., North-Holland, 1975; Vol. 2, *Geometry, Analysis Topology and Mechanics*, H. Freudenthal, ed., North-Holland, 1976.
- 3 L.E.J. Brouwer, *Brouwer's Cambridge Lectures on Intuitionism*, D. van Dalen, ed., Cambridge University Press, 1981.
- 4 D. van Dalen, ed., *L.E.J. Brouwer en C.S. Adama van Scheltema. Droeve snaar, vriend van mij*, Privé domein. Arbeiders Pers, 1984.
- 5 D. van Dalen, *L.E.J. Brouwer 1881–1966. Een Biografie. Het heldere licht der wiskunde*, Bert Bakker, 2001.
- 6 D. van Dalen, ed., *L.E.J. Brouwer en de grondslagen van de wiskunde*, Epsilon Uitgaven, deel 51, 2001.
- 7 D. van Dalen, *L.E.J. Brouwer. Topologist, Intuitionist. Philosopher. How Mathematics is rooted in Life*, Springer, London, 2010.
- 8 D. van Dalen, ed., *The Selected Correspondence of L.E.J. Brouwer*, Springer, 2012.
- 9 D. van Dalen, ed., *L.E.J. Brouwer — van Mystiek tot Wiskunde*, Epsilon Uitgaven, deel 74, 2013.
- 10 A.S. Troelstra en D. van Dalen, *Constructivism in Mathematics*, I, II, North-Holland, 1988.