

Henk Broer

Johann Bernoulli Instituut voor Wiskunde en Informatica
Rijksuniversiteit Groningen
h.w.broer@rug.nl

Afscheidsrede

Alles beweegt, maar

Op 20 november 2015 nam Henk Broer afscheid als *gewoon* hoogleraar aan de Rijksuniversiteit Groningen. Hij blijft echter nog enige tijd als *honorair* hoogleraar deelnemen aan onderwijs, onderzoek en congresbezoek. In zijn afscheidsrede blikt hij terug op zijn carrière.

bijzonder hoogleraar en in 2001 gewoon hoogleraar. Tijdens mijn aanstelling heb ik veel buitenlandse instellingen bezocht. Sedert 2008 ben ik tevens lid van de Ko-

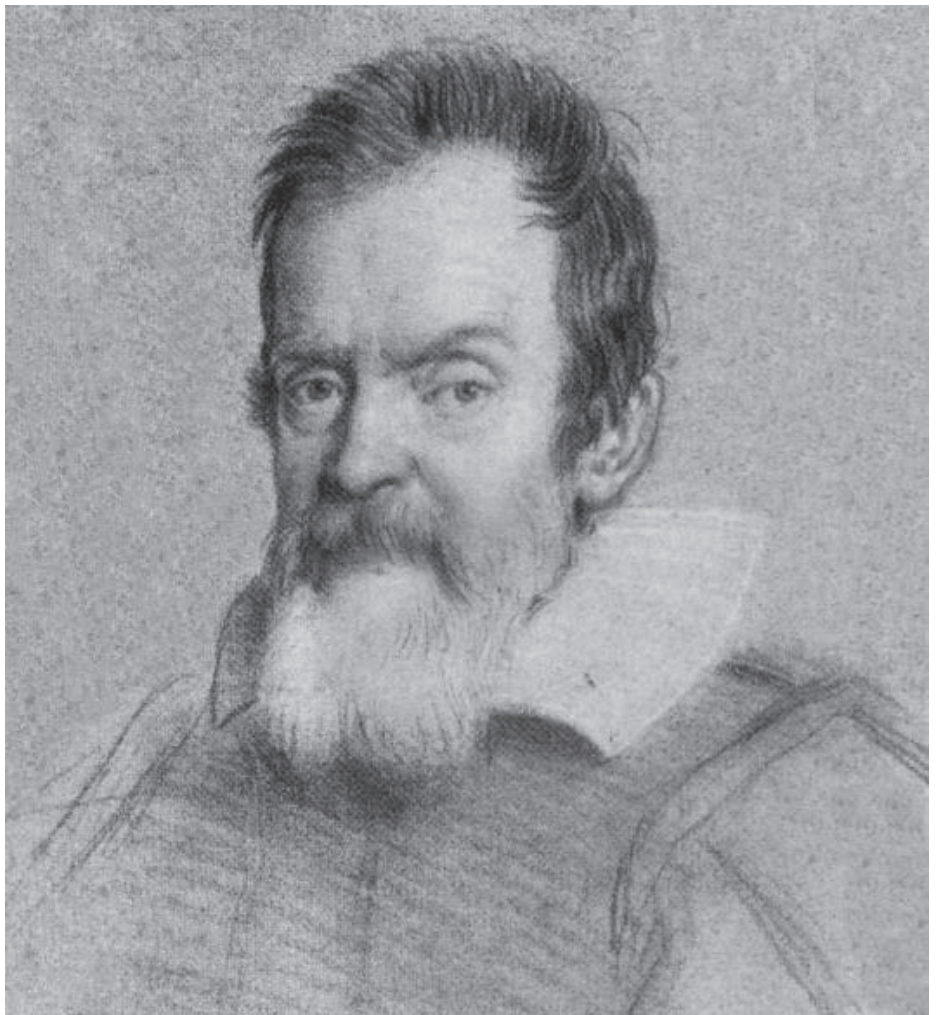
“Vermöge der Musik genießen sich die
Leidenschaften selbst”

Jenseits van Gut und Böse
Friedrich Nietzsche 1886

Tijdens mijn schoolopleiding kregen wij wis-, natuur- en scheikunde op een zeer geïnspireerde manier, van leraren met een brede belangstelling, en regelmatig ook met een academische graad of een MO-B-akte. Wis- en natuurkunde gingen bij bepaalde onderwerpen mooi gelijk op, zoals *snelheid*, *versnelling* en *arbeid*, in verband met *differentiaal- en integraalrekening*. Beide leraren waren dubbel bevoegd en wisselden elkaars vakken en lesprogramma's tweejaarlijks om.

Daarna, bij de Rijksuniversiteit Groningen, volgde ik de richting *Wiskunde en Natuurkunde*, *met Sterrenkunde*, en na mijn kandidaatsexamen kon ik nog alle kanten op. De wiskunde was de meeste van deze drie door haar *strengheid* van redeneren, maar vooral door het feit dat de wiskunde aan de basis ligt van vrijwel alles. In het algemeen ervaar ik de natuurwetenschappen als een eenheid die deel uitmaakt van onze cultuur.

Sinds 1971 werk ik bij deze universiteit, waarvan ik, over het algemeen, zeer veel voldoening heb gehad. In 1991 werd ik



Figuur 1 Galileo Galilei (1564–1642).



Henk Broer

waarheen?

ninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen.

In vogelvlucht neem ik u mee langs een aantal zaken uit de afgelopen 45 jaar. Mijn focus zal daarbij eerst inhoudelijk zijn, maar ik wil u ook enige opmerkingen van meer politieke aard niet onthouden. Deze laatste betreffen ontwikkelingen tussen het vwo en het wo: het *Voorbereidend Wetenschappelijk Onderwijs* en het *Wetenschappelijk Onderwijs*. En ook ontwikkelen van het onderzoeksklimaat aan de Nederlandse universiteiten.

Allereerst wil ik even stilstaan bij enige trends (of hypes) zoals men die in de wetenschappelijke wereld kent, mooie gelegenheden voor beleidsmakers om een sturende invloed op uit te oefenen. Binnen mijn eigen vakgebied ken ik er inmiddels een stuk of vier: *Catastrofetheorie*, *Chaos-theorie*, *Complexity* en *Big Data*, maar misschien tel ik niet goed. Ik moet zeggen dat mijn carrière in ruime mate heeft geprofiteerd van de eerste twee hiervan, en een klein beetje van de derde. Het vierde onderwerp laat ik graag aan mijn opvolgers over; Jos Roerdink, en velen met hem, wens ik in dezen succes.

Gedurende de jaren 1970–80 was daar de eerste trend, de *Catastrofetheorie*. Dat is een succesvolle theorie over niet-lineaire dynamica, waarbinnen plotselinge veranderingen (catastrofes) kwalitatief worden beschreven. In dit verband wil ik de namen René Thom en Christopher Zeeman noemen. De laatste hiervan gaf in de jaren negentig een *Johann Bernoulli-lezing* vanaf deze zelfde kathedraal.



Figuur 2 Botafumeiro (zie film op website auteur [37]).

Daarna, tussen 1980–90 bloeide de *Chaostheorie*, tweede van de genoemde trends, een naam die—zover ik weet—door journalisten bedacht is. Het gaat erom dat veel niet-lineaire systemen, ondanks hun deterministische karakter, toch lijden aan een zekere onvoorspelbaarheid. Denkt u maar aan het *weer*.

Opmerking: Interessant is dat chaostheorie sterk van buitenaf geïnitieerd/gestimuleerd is. Belangrijke spelers zijn: Edward Lorenz (wiskundige–meteoroloog) en Robert May (bioloog), jaren 1960; Michel Hénon (astrofysicus) en Mitchell Feigenbaum (natuurkundige), jaren 1970–80.

Ik wil met u stilstaan bij enige culturele en maatschappelijke aspecten van wiskunde. Zelf ben ik geïnteresseerd in popularisering van de wiskunde. Dit blijkt onder meer uit mijn publicaties [5, 6, 8, 11, 13, 14]. Dit sluit aan bij mijn al eerder genoemde interesse in wiskunde als deel van een bredere natuurwetenschappelijke cultuur. Verder wil ik enige opmerkingen maken over

onderwijs en onderzoek, deels met als houvast het *Δ-plan voor de Nederlandse Wiskunde* [17], dat in mei 2015 openbaar werd. Meestal duidt een deltaplan erop dat er iets goed mis is, dus dat belooft nog wat. In alle gevallen is er sprake van ontwikkelingen, dus bewegingen. Ik zal steeds proberen aan te geven waarheen.

Onderzoekslijnen

Veel van mijn onderzoek heeft te maken met het begrip *resonantie*. U kent dat wel: uw borstkas trilt mee als u voluit zingt, of bij luide tromgeroef. Soldaten moeten op een brug uit de pas lopen, omdat deze anders wel eens kan instorten. Vroeger stemde u uw radio af op de binnenkomende frequentie van Radio 4 (nu gebeurt dat meestal automatisch). De maan staat steeds met hetzelfde gezicht naar de aarde, haar omlooptijd om de aarde is gelijk aan die van de rotatie om haar as.

In mijn oratie van 1992 kwam resonantie ook al voor. Het begrip heeft als een soort rode draad door mijn werk gelopen.

Een aardig voorbeeld is de Botafumeiro in de kathedraal van Santiago de Compostela. Een groot wieroekvat slingert aan een kabel die over een katrol loopt. Verschillende geestelijken trekken het vat op zodra het de grond nadert. Het systeem bevindt zich daarom in een 1:2-resonantie: de priesters moeten twee keer zo vaak op en neer bewegen als de slinger heen en weer.

Galileïsche dans

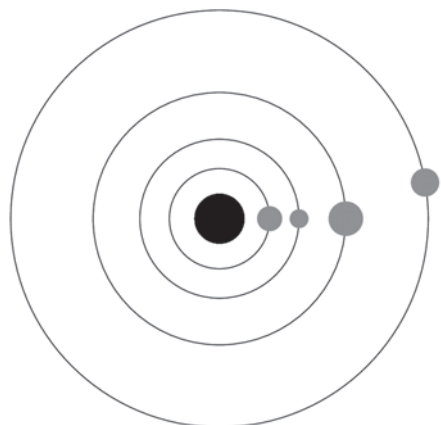
Recentelijk heb ik samen met een postdoc, Lei Zhao, gekeken naar de vier Galileïsche



Figuur 3 Zeus rooft Ganymedes volgens Rembrandt.

manen van Jupiter: *Io*, *Europa*, *Ganymedes* en *Callipso*. Dit onderzoek sluit aan bij zowel de eerste als de tweede hierboven genoemde trend. Bovendien vormt het een opstapje naar een centraal resultaat wat ik, in samenwerking met anderen, heb ontwikkeld. Het blijkt zometeen dat in deze Joviaanse dynamica een dubbele resonantie optreedt. Ik breng kort de geschiedenis in herinnering.

Allereerst: Waar komen die namen vandaan? Het zijn alle vier liefjes van Zeus = Jupiter. Op voorspraak van niemand minder dan Johannes Kepler geïntroduceerd door Simon Marius. Het is tekenend dat Galileo koppig I, II, III en IV bleef gebruiken. Rembrandt heeft de roof van het jongetje Ganymedes door Zeus (als adelaar), treffend verbeeld. Je kan je natuurlijk wel afvragen wat de commissie Deetman hierover te zeggen zou hebben.



Figuur 4 Simpele dans (zie film op website auteur [37]).

Galileo interpreteerde dit hele systeem als een miniatuur-zonnestelsel: het vormde een positieve aanwijzing voor het heliocentrische zonnestelsel. Zoals u waarschijnlijk weet, was dat toentertijd volop in discussie. Bekend hierover is zijn pamflet *Sidereus Nuncius* ('sterrenbode' of 'sterrenboodschapper') uit 1610. Het conflict dat hij hierover met de kerk heeft gekregen valt buiten ons huidige bestek.

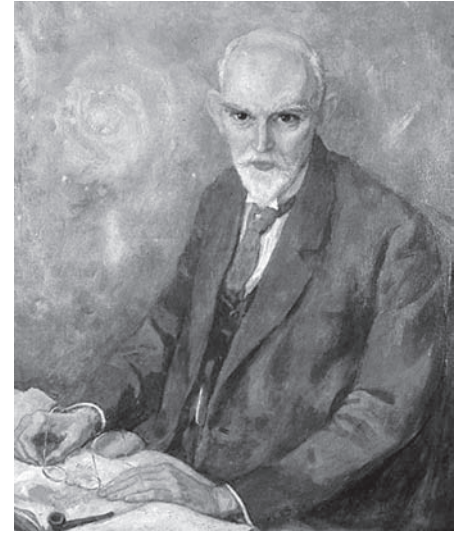
Rond 1900 ontdekte de Astronomer Royal sir David Gill vanuit de Kaapse sterrenwacht, een dubbele 1:2-resonantie in de bewegingen van de manen: Europa heeft (ongeveer) een tweemaal zo grote omloopstijd als Io en Ganymedes weer een tweemaal zo grote omloopstijd als Europa.

Willem de Sitter (*út Snits*) is op de wiskundige achtergrond hiervan in 1901 bij Jacobus Cornelius Kapteyn gepromoveerd (voor de bestuurders: dit was een Groningse promotie). Zie de zeer leesbare biografie van de hand van Jan Guichelaar [18]. De Sitter [34, 35, 36] gebruikte werk van Poincaré [31, 32], *aartsvader* van de chaostheorie, overigens net als Kolmogorov.

Terug naar de Sitter. Deze laat in een Newtoniaans model zien hoe het Joviaanse 5-lichamen systeem een stabiele periodieke beweging kan doormaken. De verwachting is natuurlijk dat dit een benadering geeft van de 'echte' beweging. Wij hebben zijn verhaal eerst herteld, gebruikmakend van latere meetkundige inzichten. Daarnaast hebben wij het al aangeduide Gronings onderzoek toegepast om *libraties* van De Sitters periodieke beweging te vinden. Dat zou een nog betere benadering moeten opleveren van de *echte* beweging. Een libratie is een beweging met twee onafhankelijke perioden. We spreken wel van *multi-periodiek* (hier: multi = 2). Omwille van de zichtbaarheid nogal *overdreven* weergegeven.

Geparametriseerde KAM-theorie

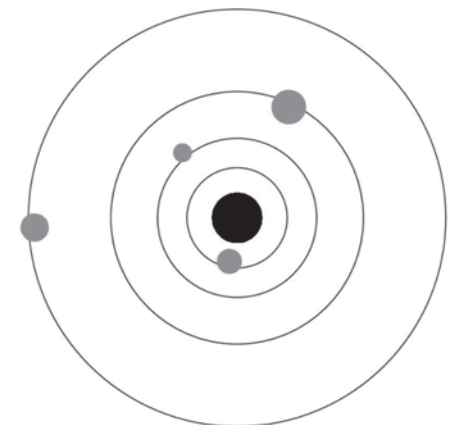
Laat mij deze gelegenheid aangrijpen om even stil te staan bij dat Gronings onderzoek. Dit betreft een *uitbreiding* van werk uit de jaren 1950–60 van Kolmogorov, Arnold en Moser (KAM) [2, 20, 21, 28] over multi- of quasi-periodiciteit. Onze uitbreiding is een theorie die rond 1990 begon met de promotie van George Huitema [4]. Naast KAM-theorie speelt hierin Catastrofetheorie (of iets algemener *Singulariteitentheorie*) een belangrijke rol. We spreken van *Geparametriseerde KAM-theorie*, pas-



Figuur 5 Willem de Sitter (1872–1934).

send in algemene theorieën over generieke families systemen. Later hebben ook de promovendi Heinz Hanßmann, Florian Wagener, Jun Hoo en Cristina Ciocci hieraan bijgedragen. Voor een overzicht zie [8].

Toepassing van deze theorie geeft een grote kans op libraties, die betere benadering vormen van het Joviaanse systeem. In al deze gevallen is het nog vrij duidelijk waarheen alles beweegt, zeg met de duidelijkheid van de paasdatum. Dit vereist mogelijk enige uitleg: zoals u vermoedelijk weet is Paaszondag de eerste zondag na de eerste volle maan na het begin van de lente. Merk op dat hier *drie draai-bewegingen* bij betrokken zijn: het begin van de lente is een punt in de revolutie van de aarde om de zon. De volle maan idem dito in de revolutie van de maan om de aarde. De eerste zondag na volle maan telt rotaties van de aarde om haar as. Een algemeen vertrouwen is dat de perioden van



Figuur 6 Zwierige dans (zie film op website auteur [37]).

deze drie draaibewegingen, althans hun verhoudingen, niet te veel veranderen. Op internet zag ik in dit verband al een *eeuwigdurende* kalender.

Er is echter ook een kleine kans dat er op de zeer lange termijn hele andere dingen kunnen gebeuren. Zo kan ons zonnestelsel [24] op termijn van, zeg, een paar honderdduizend jaar een mooi apocalyptisch einde beleven. Iets dergelijks kan ook best gebeuren met de Galileïsche manen. Een ongeluk zit in een klein hoekje en dat is een belangrijk kenmerk van *chaos*.

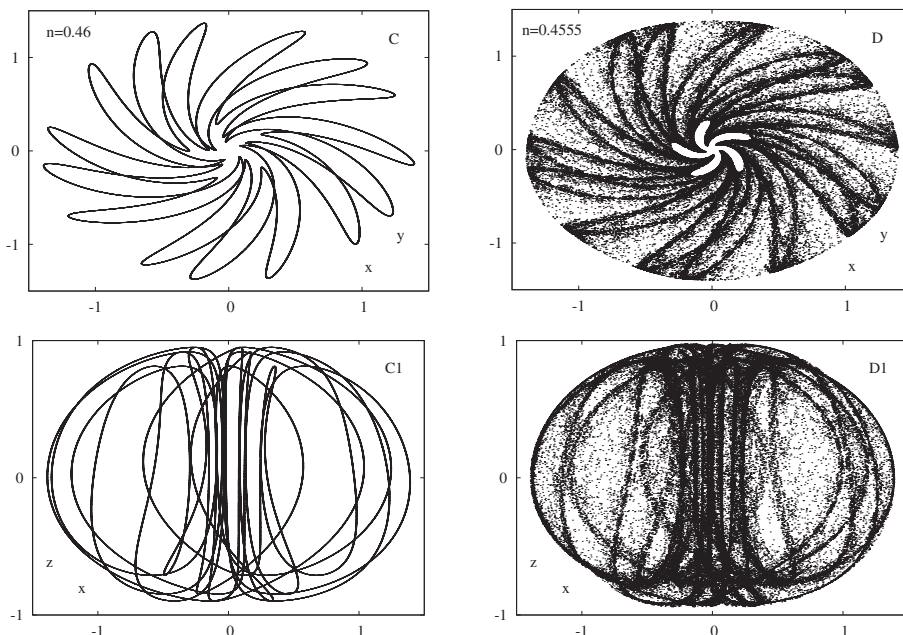
By the way, in 1995 schreef ik, samen met Ferdinand Verhulst en Jan van de Craats een populariserend werk over *chaos-theorie* [6].

Opmerkingen

- Tegenwoordig gaat de benadering van de Joviaanse beweging numeriek. In [22] wordt gewerkt met een relativistische correctie van De Sitter. De nauwkeurigheid is groots: 100 jaar heen en terug geeft een verschil van nog geen 8 m.
- De Sitter is beroemd geworden om zijn discussies met Einstein en om het heelalmodel dat naar hem genoemd is: het *De Sitter Heelal*. Naar verluidt was hijzelf echter trotser op zijn werk aan de Galileïsche dans.

Begin van/Onset of turbulence: Een heel andere toepassing van de Geparametriseerde KAM-theorie neemt ons mee naar de natuurfilosofie. Deze theorie verzoent daar twee gezichtspunten over het ontstaan van turbulentie in vloeistoffen en gassen. Vraag is naar één wiskundige beschrijving van zowel de rustige laminaire stroming als de woelige turbulentie. Een vloeistof wordt langzamerhand turbulent door verhoging van een of andere parameter. Hoe kan dat? Er waren in dit verband twee stromingen:

- Voorstel Hopf, Landau, Lifschitz (circa 1950): de stroming wordt steeds complexer doordat er extra perioden bijkomen. Denk aan de Galileïsche dans, maar met steeds meer perioden. *Multiperiodiciteit* dus.
- Ruelle en de Groninger Takens schreven (circa 1970): ‘On the nature of turbulence’ [33], een enigszins zeventiende-eeuws aandoende titel. Hun voorstel is om naast multiperiodiciteit ook *chaos* te beschouwen als mogelijke kandidaat



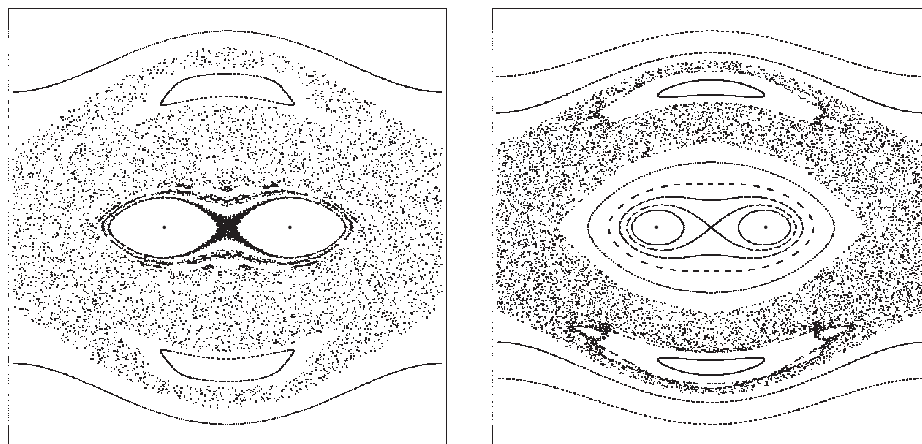
Figuur 7 Schematische weergave van co-existentie van multiperiodiciteit (boven) en chaos (beneden) gerelateerd aan een klimaatmodel. Het diagram zit in de gewone 3-dimensionale ruimte. Denk u aan een bol waar u in de linker plaatjes bovenop kijkt. In de rechter plaatjes kijkt u van opzij naar de bol. Renato Vitolo en Alef Sterk waren als promovendi en later als collega's betrokken bij dit onderzoek en ook de Catalaan Carles Simó, een decennia-lange collega. Er is enig verschil in het waarheen van beide soorten dynamica: de multiperiodieke (gestippelde kromme — boven) is in hoge mate voorspelbaar (vergelijk de paasdatum), maar de chaotische (beneden), op iets langere termijn, niet.

voor het complexer worden van de stroming. Zij spreken van *strange attractor*.

Enige tijd leken deze twee benaderingen ‘multiperiodiek’ en ‘chaotisch’ met elkaar in strijd. Voor de liefhebbers: de controverse was een kwestie van topologie versus maattheorie, vergelijk Oxtoby [29], een aanrader. Met de *Geparametriseerde KAM-theorie* blijken ze echter broederlijk naast elkaar voor te komen, zie Figuur 7. Karakteristiek voor wiskunde is haar geligheid in allerlei verschillende contexten.

De natuurkundige Werner Heisenberg zou op zijn sterfbed het volgende gezegd hebben: “Als ik God ontmoet, zal ik hem twee vragen stellen: *Waarom relativiteit? En waarom turbulentie? Ik geloof werkelijk dat Hij een antwoord zal hebben op de eerste vraag.*” [Ook toegeschreven aan Horace Lamb.]

We zijn ondertussen de *rode draad* van de resonantie een beetje kwijtgeraakt. Nog even dan.



Figuur 8 Schematisch diagram van model achter de 1:2-resonante Botafumeiro. De twee ‘pupillen’ staan voor de dubbele periode van het slingerend vat. Te zien is gezamenlijk voorkomen van periodieke (lossen punten), multiperiodieke (gestippelde cirkels) en chaotische dynamica (puntenwolken). De wiskundige achtergrond komt uit de singulariteitentheorie) en werd ontwikkeld samen met Gert Vegter, een zeer goede collega over de afgelopen decennia. Later heb ik hier ook samen met Mark Levi en Carles Simó aan gewerkt.

Rond 1900 en iets later, is een wijdverbreide theorie ontworpen door Cantor, L.E.J. Brouwer, Lebesgue, Hausdorff, Sierpinski en anderen rond begrippen als gebroken dimensies, fractale meetkunden, avant la lettre. Toentertijd waren het vooral zuiver wiskundige exercities om het begrip van wat zich zoal in en rondom oneindige verzamelingen, in het bijzonder het continuüm, kan afspeelen. Vanaf een jaar of zestig later wordt deze manier van denken gevaloriseerd in grote delen van het onderzoek in mijn vakgebied.

Opmerkingen

- De term ‘fractal’ is een trouvaille van B.B. Mandelbrot [26].
- Catchynamen zijn belangrijk: ‘catastrofe’, ‘strange attractor’, ‘chaos’,...

Voor de liefhebbers tot slot nog dit. Veel van het volledige Groninger onderzoeksprogramma, in relatie tot internationaal onderzoek, is terug te vinden in de overzichtspublicaties [7,9,10]. Hierin speelt mijn eerdere leermeester en latere collega Floris Takens ook een belangrijke rol. Verder kan de decennialange Russische collega Mikhail Sevryuk hier niet ongenoemd blijven.

Toekomst

Voorspellen is moeilijk, vooral als het de toekomst betreft. Veel resultaten in mijn vakgebied berusten, van oudsher, op het bestuderen van storingen van een bekend systeem, waarbij men eigenschappen van het bekende systeem poogt voort te zetten (of te continueren) naar de storing. Vergelijk de Galileïsche dans: de ‘echte’ beweging is gevonden als een kleine storing van de artificiële beweging in onze animatie. De systemen worden echter gaandeweg groter, complexer. Denk hierbij bijvoorbeeld aan: meteorologie (het klimaat) of biologie (onder meer hersenen). Hoe krijgen we hier met zijn allen vat op? Plaatjes als hiervoor zijn niet altijd een-twee-drie te maken. Computationale gereedschappen krijgen een wezenlijke rol, met computergegeneerde bewijzen, topologische methoden, inclusief geraffineerde visualisatie-technieken, et cetera.

Er zijn maar betrekkelijk weinig wiskundige methoden bekend die een globaler karakter hebben, zeg voor ‘in the middle of nowhere’. Soms helpen *coderingstheo-*



Figuur 9 Johann Bernoulli (1667–1748) en Christiaan Huygens (1629–1695).

rieën, die soms aansluiting vinden bij probabilistische methoden en, bijvoorbeeld, bij *statistische mechanica*.

Een anekdote. Een rollende dobbelsteen is een dermate gecompliceerd deterministisch systeem, dat men het meestal vervangt door het bekende toevalsmodel gebaseerd op de zijden waarop de steen kan landen. De nummers op de zijden geven hierbij de codering.

Dit alles vormt een interessant onderzoeksgebied, waarin op dit moment nog meer vragen zijn dan antwoorden. In de gedrukte versie vindt u meer... Het hele vakgebied is ondertussen allerwegen in beweging. Soms is het duidelijk waarheen, maar vaak ook niet.

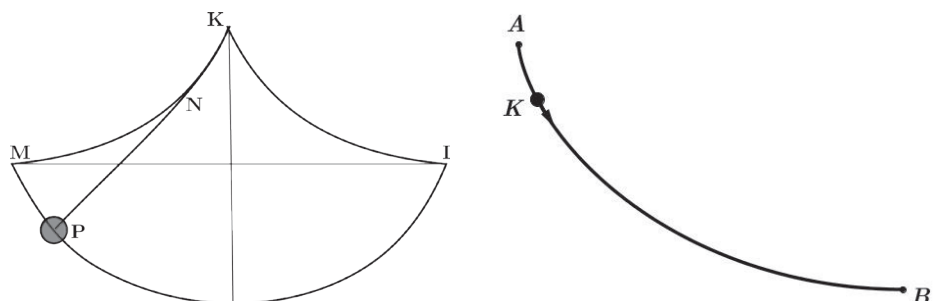
Culturele en maatschappelijke rol wiskunde

Zoals ik al aangaf ervaar ik de natuurwetenschappen als een eenheid die deel uitmaakt van onze cultuur. In mijn publicaties

geef ik uitdrukking aan deze verbondenheid met mechanica, optica, maar ook met biologie (populatie-dynamica, chronobiologie).

Inleiding

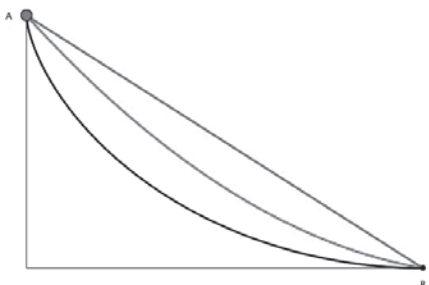
Deze verbondenheid breng ik ook tot uiting in populariseringsen. Verder zal ik aandacht besteden aan enige elementen uit het al genoemde Δ -plan voor de Nederlandse wiskunde [17]. De ondersteunende organisaties zijn de *Nederlandse Organisatie voor Wetenschappelijk Onderzoek* (NWO) en het *Platform Wiskunde Nederland* (PWN), waarvan ikzelf een der initiatoren ben. Zeer velen hebben bijdragen geleverd aan het plan. De aanbevelingen uit het Δ -plan ondersteun ik in het algemeen van harte, soms heb ik er nog het nodige aan toe te voegen. In het bijzonder zal ik het hebben over de aansluiting $v(w)o$ en wo over het onderzoeksklimaat aangaande het vrije en ongebonden, meestal fundamente-



Figuur 10 Links: Christiaan Huygens' isochrone (en tautochrone) kromme is de cycloïde. Met behulp van de twee cycloïden kan een isochroon slingeruurwerk geconstrueerd worden. De cycloïde is de baan van het ventiel wanneer het fietswiel langs een rechte lijn rolt. Een lijn in het plafond. De linker figuur komt uit het *Horologium Oscillatorium* [19], voor een zeer recente Nederlandse vertaling zie Jan Aarts [1]. Rechts: Johann Bernoulli's brachistochrone probleem, Groningen 1696–97 [3]. Gevraagd wordt naar een draadprofiel, waarlangs de kraal K van A naar B glijdt in de kortst mogelijke tijd. Voor de liefhebbers: De wrijvingsloze beweging speelt zich af in een constant verticaal zwaartekrachtsveld. Ook hier duikt de cycloïde op.



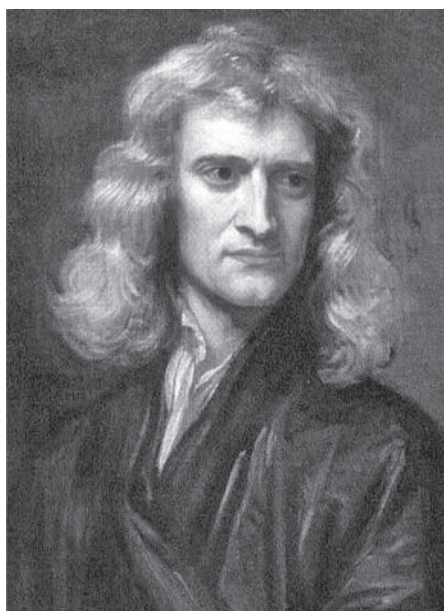
Figuur 11 De cycloïde als iso- en tautochrone kromme (zie film op website auteur [37]).



Figuur 12 De cycloïde als brachistochrone kromme (zie film op website auteur [37]).

le, onderzoek. De Shanghai-lijst komt bij dit laatste ook nog even ter sprake.

Algemene verzuchting: Geef ons minder management en laat de leraren, onderzoekers en artsen weer zelf dingen regelen. Dit geldt niet alleen voor scholen, universiteiten, ziekenhuizen maar bijvoorbeeld ook bij organisaties als het NWO, ministeries, et cetera. Veel van deze problematiek is ook regelmatig onderwerp in kranten als *NRC Handelsblad*, *Vrij Nederland* en *de Volkskrant* en in een televisieprogramma als *Buitenhof*. Ik wil hier kort over zijn, en mij beperken tot de volgende anekdote:



Figuur 13 Sir Isaac Newton (1642–1727), man of two millennia... Newton, Bernoulli en Huygens kenden elkaar alle drie, en waren lid van zo'n beetje alle Europese Academies. De Royal Society Londen, de Académie de Sciences Parijs, de academies van Bologna, Berlijn en Petersburg.

Ik citeer het NRC Handelsblad van 16 mei 2015, publicatie van Mathieu Wegeman: “In een of ander technisch project werd een hoofdingenieur vervangen door manager (bedrijfseconoom & regelneef). Gevolg: jaren later moet een commissie van experts uitzoeken wat er allemaal fout ging. In de tijd dat de Afsluitdijk werd aangelegd ging dat anders. Het brein hierachter was Ir. Cornelis Lely, die zelf ook enkele malen optrad als minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid. Ik ben blij dat de Zuiderzeewerken niet in deze tijd hoeven te worden gerealiseerd...”

Cultuur, popularisering

In 1952 kreeg de wiskundeleraar Eduard Jan Dijksterhuis, de PC Hooftprijs voor zijn boek *De Mechanisering van het Wereldbeeld* [16]. Hij was wiskundeleraar, later KNAW-lid (afdeling letterkunde) en buitengewoon hoogleraar geschiedenis van de natuurwetenschappen. Zijn boek behandelt de ontwikkeling van de natuurwetenschappen van de oude Grieken tot en met Newton. By the way, Dijksterhuis promoveerde op het proefschrift *Bijdragen tot de kennis der meetkunde van het platte schroevenvlak* (Groningen, 1918; promotor was de meetkundige Johan Antony Barrau).

Een anekdote als toelichting: Een tiental jaren geleden was er op een plaatselijk gymnasium een bijeenkomst van ouders met enkele leraren, het geheel onder leiding van een lerares in een moderne taal. Het onderwerp van de bijeenkomst was cultuur. In de heersende opvatting bestond cultuur slechts uit klassieke en moderne literatuur en geschiedenis. Dat Euclides' Elementen ook een classic is, met een grotere afname dan de Bijbel, was niet van belang. Dat was wiskunde en hoorde bij techniek en zo... Zoals u zult begrijpen vind ik deze benadering van cultuur nogal bekrompen.

Verder heb ik ook een beschrijving gegeven van de wiskundige nalatenschap [12] van Henri Poincaré in het vakgebied dynamische systemen. Zoals gezegd was Poincaré hiervan een der aartsvaderen. Naast al het gereken van de generaties voor hem, voegde hij belangrijke meetkundige elementen toe. In plaats van één particuliere beweging te berekenen (of benaderen),



Figuur 14 De aanleiding voor mijn boek *Hemelverschijnselen nabij de Horizon* [13] wordt gevormd door een sectie uit Minnaerts *De Natuurkunde van 't Vrije Veld* [27], namelijk over blinde (donkere) stroken in de ondergaande zon. Hierin passeert de cycloïde ook uitvoerig de revue en worden de iso-, tauto- en brachistochrone eigenschap met vwo-methoden bewezen. Binnenkort verschijnt ook de Amerikaanse versie *Near the Horizon – an invitation to geometric optics* [14].

beschouwde hij *alle mogelijke bewegingen* van een systeem en hun *meetkundige organisatie*. Dit geeft veel kwalitatieve informatie die onder meer ook de basis heeft gelegd voor het latere begrip chaos.

Tot het einde van de negentiende eeuw was er nog sprake van een grote eenheid tussen wis-, natuur- en sterrenkunde. In feite *ontplooid* de wiskunde zich, in de zestiende, zeventiende en achttiende eeuw, hand in hand met mechanica en optica. Hemelmechanica was een gerespecteerde tak van sport binnen *mathematische fysica*. Veel later zijn de disciplines verder uit elkaar gegroeid, met name in het *onderwijs*. Ik, en velen met mij, beschouw dit als een betreurenswaardige toestand. De moderne ontwikkelingen in mathematisch-fysisch *onderzoek* tonen echter aan dat de combinatie nog steeds erg vruchtbaar is, evenals in, bijvoorbeeld, de mathematische biologie.

Opmerkingen

– De namen van deze disciplines stammen van de Vlaming Stevin; *wiskunde* staat dan voor: wat wis en zeker is, begrijpelijk, transparant. By the way, Stevin, net als Minnaert 300 jaar later, was een asielzoeker – politieke vluchteling als je wilt –, en Minnaert had een

Belgisch vonnis van vijftien jaar gevangenschap, waaraan hij in Nederland wist te ontkomen. Het is de vraag wat de hedendaagse Nederlandse politici daarmee zouden aanvangen.

- De rol van wiskunde in het internationale data-verkeer (bijvoorbeeld de luchtvaart), in uw mobieltje en uw pace-maker, het Global Positioning System (GPS), in weersvoorspellingen, et cetera, is zeer groot, ook al is deze voor velen onzichtbaar. De wiskunde wordt ook vaak opzettelijk verborgen in presentaties, vooral wanneer men het over spannende dingen heeft als zwarte gaten, de oerknal, et cetera.

Onderwijs: link vwo–wo

Gedurende het eerste decennium van deze eeuw was ik lid van een tweetal ministeriele commissies (*commissie Toekomst Wiskunde Onderwijs* (cTWO) en *Natuur Leven & Technologie* (NLT)), voor een advies over het curriculum van het vo, in het bijzonder dus het vwo. Ook ben ik sinds het midden van de jaren negentig betrokken bij de drukbezochte *Nationale Wiskundedagen* (NWD). Dit is een door het Utrechtse *Freudenthal Instituut (for Science and Mathematics Education)* georganiseerde bijeenkomst van leraren (ruim 600) en waarin collega-leraren, kunstenaars of wetenschappers hun kennis en ervaringen delen middels voordrachten, workshops en dergelijke. Kortom, ik vind dat ik enig recht van spreken heb.

Een onmiskenbaar feit is dat veel ervaren vo-leraren en docenten aan de universiteit, zeg over de laatste vijftig jaar, een afkalm van het v(w)o ervaren. Vooral voor de ‘betere’ leerling. Er wordt voortdurend veel veranderd, en ook bezuinigd! Veel veranderingen liggen in de pedagogisch-didactische sfeer en minder in de vakinhoudelijkheid. Vaak zijn ze gericht op leerlingen die meer zorg nodig hebben. Een en ander ging ten koste van de ‘betere’ leerlingen: die redden zich immers wel. *U hoort het, ik spreek een groot woord gelaten uit.*

De adviezen van cTWO en NLT waren, althans voor een aantal leden van de commissie, onder meer bedoeld om hier het tij enigszins te keren. Maar een goede aansluiting v(w)o–wo is, ondanks alle hoopvolle adviezen, nog steeds geen groot succes. Goede leerlingen vormen weliswaar maar een kleine markt, maar hen koesteren is wel een noodzakelijke langetermij-

ninvestering in ‘Nederland Kennisland’. Het woord *markt* is gevallen: het is inmiddels gelukkig volop onderwerp van discussie hoe pervers het marktprincipe in zaken als het onderwijs werkt.

In onderwijsland zijn ondertussen diepe tegenstellingen ontstaan over de verhouding *vakinhoudelijkheid* versus *pedagogiek/didactiek*, bijvoorbeeld op de lerarenopleidingen. De discussies hierover zijn grotendeels verzand in raillerende stukjes over en weer, met vele verdachtmakingen. Ook is er hier en daar sprake van een enigszins vermoeiende twitter-terreur met lange lappen hypertext. Gelukkig is het *Δ-plan voor de Nederlandse Wiskunde*, op een meer vreedzame manier tot stand gekomen. Deze initiatieven vormen duidelijk een stap in de goede richting. De samenstellers van dit document verdienen hiervoor complimenten! Ik geef een indruk van de inhoud, door mijzelf nog flink bijgekleurd.

- Nauwere betrokkenheid van het wo bij het v(w)o. Een voorbeeld waar dit niet goed gegaan is, is de *Rekenoets* (met getallen, letters, formules). Tijdens vergaderingen van de stuurgroep NLT werd mij dat vrijwel alle wiskunde die wij hier met z’n allen bedrijven, eigenlijk *ouderwets* is.

- Ik wil graag hopen dat de nieuw in te stellen *Curriculumcommissie* (OCW-Platform Wiskunde Nederland) tegen dit alles een afdoende middel is. Dit geldt ook voor het initiatief *Mastermath voor Leraren*, voor de bij- en nascholing. Het bijbehorende curriculum zou op den duur vanuit alle universitaire vestigingen verspreid moeten worden. Graag merk ik op dat ik mede-oprichter ben van *Mastermath*.
- Honoreer leraren salarieel voor geaccrediteerde vakinhoudelijke bijscholing (tentamenbriefjes). De hele onderwijswetgeving moet alleen al om deze reden heel nodig op de schop.

- De eerstegraads lerarenopleiding moet terug naar de universiteit (nu bevindt deze zich grotendeels op het hbo).
- Vakdidactici zijn tegenwoordig vaak opgenomen in de sociale faculteit. Het zou goed zijn ze (grotendeels) terug te halen naar de ‘eigen’ faculteiten – en hen te betrekken bij het reguliere onderwijs. Dan zien ze het met eigen ogen hoe de aansluiting verloopt.

Pièce de resistance voor de niet-ingewijden: Midden negentiende eeuw kwam de Riemannse meetkunde van gekromde ruimten op. Belangrijkste motivatie destijds was het vinden van concrete modellen waarin Euclides’ Parallelen-Postulaat niet geldt – maar wel diens overige postulaten. Na nog een zekere voorbereiding door Lorentz, Poincaré en Minkowski, lag deze theorie rond 1920 klaar op de plank voor Albert Einstein om zijn algemene relativiteitstheorie in te formuleren. Hij had hierbij hulp van de Zwitserse meetkundige Marcel Grossmann [30].

- Een van mijn stokpaardjes: Er zou meer interdisciplinaire samenwerking moeten komen op het v(w)o: wiskunde + natuurkunde, natuur + scheikunde, et cetera, ook op lerarenopleidingen.
- Breed opgeleide leraren zijn nu eenmaal veel *inspirerender*. Stimuleer en honoreer daarom dubbel-bevoegdheden salarieel. Een van de belangrijke conclusies van het rapport Lenstra [25], wat betreft didactiek van het rekenonderwijs, was immers dat alles staat of valt met de *kwaliteit en geïnspireerdheid* van de leraar. *Een van de centrale problemen in dit geheel is hoe je het beroep van v(w)o-leraar weer aantrekkelijk maakt, in zijn oude glorie hersteld, in het bijzonder ook voor universitair geschoolden.*
- Er is behoefte aan een interdisciplinaire uitbreiding van het *Δ-plan* (KNAW, VSNU). Dit is alleen al nodig om de eerstegraads lerarenopleidingen terug te krijgen naar de universiteiten.
- De hele geschiedenis overziend, kan je jezelf de vraag stellen of deze ontwikkelingen aan de hoopvolle verwachtingen zullen voldoen. In ieder geval was vroeger alles beter...



Figuur 15 Statler en Waldorf, twee betrouwbare getuigen. Binnenkort (inmiddels alweer) op TV.

Positie van het vrije, ongebonden en fundamentele onderzoek

Het onderzoek aan universiteiten wordt in belangrijke mate uitgevoerd door tijdelijk personeel, promovendi en postdocs, waarbij de hoogleraren een begeleidende rol hebben. In Duitsland is het zo geregeld, dat een leerstoel een *Grundaustattung* meekrijgt, bestaande uit een zekere hoeveelheid tijdelijk personeel, die steeds automatisch wordt aangevuld. Deze ideale situatie bestaat helaas niet in Nederland.

Enkele decennia geleden is deze (zogenoemde eerste) geldstroom geheel in handen gegeven van NWO, de *Nederlandse Organisatie voor Wetenschappelijk Onderzoek*. Dit is een bestuursorgaan van het Ministerie van OCW, dat onderzoeksgelden distribueert volgens deze (zogenoemd tweede) geldstroom. Zo ontstond de *Vernieuwingsimpuls*, waar getalenteerde wetenschappers persoonlijke subsidies kunnen verwerven. De onderzoeksvoorstellen worden op internationale schaal beoordeeld: er is competitie. Kling nie sleg: So far so good.

Iets soortgelijks geldt voor de ERC, de *European Research Council*.

Verder is het goed te weten dat de ministeriële financiering van de universiteiten afhangt van de *output*: aantallen uitgereikte diploma's, vooral bij promoties. Dit alles indachtig het al genoemde marktprincipe.

Er is tegengeluid. Inmiddels wordt *bildung* genoemd versus al dat getel en de verderfelijke marktwerking. Subtieler gebruik van indicatoren als *h*-indices, impact factoren, et cetera. Gedenkt in dit verband ook het recente KNAW-rapport (2015) *Ruimte voor Ongebonden Onderzoek, signalen uit de Nederlandse Wetenschap*. Dit alles dringt te langzaam door tot de ministeriële en universitaire beleids- en bestuursorganen.

– Echter: De laatste jaren is er in toeneemende mate veel te weinig geld voor vrij, ongebonden en fundamenteel (tijdelijk) onderzoek. En zonder fundamenteel onderzoek sterft uiteindelijk alle onderzoek uit, dan dooft het licht.

- Bij NWO en ERC zijn de fondsen voor posities van promovendi en postdocs sterk afgenomen over laatste decennium.
- Proposals indienen is dan ook vaak deelnemen aan een loterij met zeer lage slaagkans.

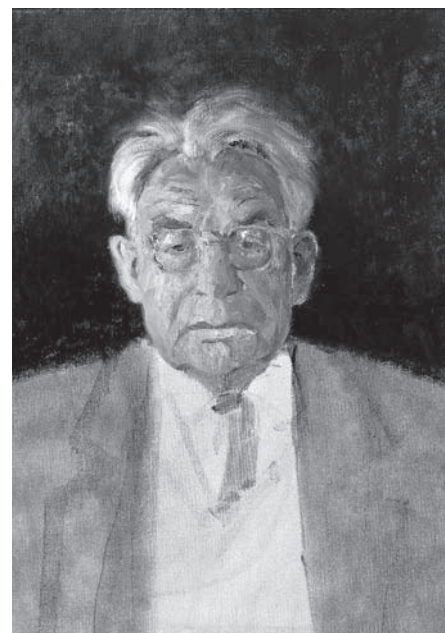
- Er gaat heel veel geld naar weinigen (indachtig Matheus 13:12), denk met name aan de NWO personal grant Vici en aan de ERC Advanced Grant.
- Wel is er veel buitenlands geld: promovendi komen met eigen fondsen naar Nederland om te promoveren. Helaas wordt dit niet als competitief verworven geld beschouwd en het telt niet mee voor de carrière!

Er is meer geld via allerlei thematisch onderzoek te verwerven: Ik noem de NWO Topsectoren of het ERC Horizon 2020, dit onderzoek moet een sterk maatschappelijk karakter dragen en het liefst medegefinancierd worden door het bedrijfsleven. Als u echter de lijst met geassocieerde thema's bekijkt, zult u dan ook maar weinig aanknopingspunten met fundamenteel onderzoek vinden. Ook hier wordt de slaagkans overigens steeds lager: vele varkens maken nu eenmaal de spoeleing dun.

Toen Maxime Verhagen enkele jaren geleden op televisie het Topsectoren-beleid aankondigde, keek hij trouwhartig in de camera, zeggende dat deze ontwikkeling ook heel goed zou zijn voor het fundamenteel onderzoek in Nederland. Dit bleek echter wel degelijk de gotspe die velen toen al meteen doorzagen.

Collega Klaas Landsman heeft deze onderzoeksfinancieringssituatie heel prachtig beschreven en goede aanbevelingen gedaan voor een betere verdeling van de onderzoeksgelden [23].

- Dat er carrière-programma's voor tenure-trackers zijn is op zich *een groot goed*: men kan doorstromen naar hogere posities als men kwaliteit heeft.
- Een belangrijk criterium voor bevordering van *tenure-trackers* is het in voldoende mate *'competitief'* geld binnen te halen voor promovendi; deze criteria zijn gedurende de laatste tien jaar echter niet bijgesteld. Dit botst met het eerste item, namelijk dat er nu te weinig geld is.
- Gevolg: belangrijke aanstellingen en bevorderingen gaan niet door, aantallen promoties nemen af en instituten met veel fundamenteel onderzoek lijden aan een leegloop van jong personeel. Ik bevind mij met deze klacht in het



Figuur 16 Hendrik Brugt Gerhard Casimir (1909–2000). Portret van Mathijs Röling, Trippenhuys Amsterdam (woonzate van de KNAW).

goede gezelschap van onder meer de moleculair oncoloog Piet Borst (zie *NRC Handelsblad*, 24 oktober 2015)). In Groningen betreft dit in het bijzonder het *Johann Bernoulli Instituut voor Wiskunde en Informatica*, het *Van Swinderen Instituut voor Deeltjes Natuurkunde en Zwaartekracht*, en het *Zernike Instituut voor Geavanceerde Materialen*. Laten de universiteiten hun personeelsbeleid dan bepalen door de geldschietters NWO en de ERC?

Ik citeer H.B.G. Casimir [15] (mathematisch fysicus, gepromoveerd bij Ehrenfest (1931), directeur Philips Natuurkundig Laboratorium, eerste president KNAW (1973–1978): “Hoedt u voor teveel sturing van wetenschap, er moet ook zekere anarchie zijn, deze scheidt voorwaarden voor serendipiteit. En ook moet er genoeg rechtszekerheid (= zienrust) zijn voor de wetenschapper.”

Mijne dames en heren beleidsmakers en bestuurders: Dit alles vindt toch niet echt plaats aan de Rijksuniversiteit Groningen, met zijn prestigieuze positie in de Shanghai ranking, en in het bijzonder niet bij instituten met toenemende studenten-aantallen? In Groningen verspilt men toch geen talent en verzet men op tijd de bakens als het getij verloopt; in Groningen keert men toch liever ten halve? Ik groet u allen zeer.

Referenties

- 1 J.M. Aarts, *Christiaan Huygens: Het Slingeruurwerk – Een studie*, Epsilon Uitgaven, deel 80, 2015.
- 2 V.I. Arnold, Proof of a theorem by A.N. Kolmogorov on the persistence of conditionally periodic motions under a small change of the Hamilton function, *Russian Math. Surveys* 18(5) (1963), 9–36.
- 3 J. Bernoulli, *Opera Johannis Bernoulli*, G. Cramer, ed. (4 delen), Genève, 1742.
- 4 H.W. Broer, G.B. Huitema en F. Takens, Unfoldings of quasi-periodic tori, *Mem. AMS* 83(421) (1990), 1–82.
- 5 H.W. Broer, Huygens' isochrone slinger, *Euclydes* 70(4) (1995), 110–117.
- 6 H.W. Broer, J. van de Craats en F. Verhulst, *Chaostheorie – het einde van de voorspelbaarheid?* Aramith Uitgevers–Epsilon Uitgaven, deel 35, 1995.
- 7 H.W. Broer, G.B. Huitema en M.B. Sevryuk, *Quasi-periodic Motions in Families of Dynamical Systems*, Lecture Notes in Mathematics 1645, Springer, 1996.
- 8 H.W. Broer, KAM theory: the legacy of Kolmogorov's 1954 paper, *Bull. Amer. Math. Soc. (New Series)* 41(4) (2004), 507–521.
- 9 H.W. Broer, B. Hasselblatt en F. Takens, eds., *Handbook of Dynamical Systems*, volume 3, North-Holland, 2010.
- 10 H.W. Broer en F. Takens, *Dynamical Systems and Chaos*, Applied Mathematical Sciences 172, Springer, 2011.
- 11 H.W. Broer, Resonance and Fractal Geometry, *Acta Applicandæ Mathematicæ* 120(1) (2012), 61–86.
- 12 H.W. Broer, Perspectives on the legacy of Poincaré in the field of dynamical systems, *Nieuw Archief voor Wiskunde* 5/13(3) (2012), 201–208.
- 13 H.W. Broer, *Hemelverschijnselen nabij de Horizon*, Epsilon Uitgaven, deel 77, 2013.
- 14 H.W. Broer, *Near the Horizon – an invitation to geometric optics*, MAA CARUS monograph, 2015.
- 15 H.B.G. Casimir, *Het Toeval van de Werkelijkheid. Een halve eeuw natuurkunde*, Meulenhoff Informatief, 1984.
- 16 E.J. Dijksterhuis, *De Mechanisering van het Wereldbeeld*, Meulenhof, 1ste druk 1950, 7de druk 1996.
- 17 J. Fokkema e.a., *Een Δ -plan voor de Nederlandse Wiskunde*, NWO en PWN, 2015.
- 18 J. Guichelaar, *De Sitter, een alternatief voor Einsteins heelalmodel*, Van Veen Magazines, 2009.
- 19 Chr. Huygens, *Horologium Oscillatorium*, in: *Œuvres Complètes de Christiaan Huygens publiées par la Société Hollandaise des Sciences* 16, Martinus Nijhoff, 1929, Vol. 5, pp. 241–262; Vol. 17, pp. 156–189.
- 20 A.N. Kolmogorov, On the persistence of conditionally periodic motions under a small change of the Hamilton function, *Dokl. Akad. Nauk SSSR* 98 (1954), 527–530 (in Russian); in: G. Casati en J. Ford, eds., *Stochastic Behavior in Classical and Quantum Hamiltonian Systems. Volta Memorial Conference, 1977*, Lecture Notes in Phys. 93, Springer, 1979, pp. 51–56; reprinted in: Bai Lin Hao, ed., *Chaos*, World Scientific, 1984, pp. 81–86.
- 21 A.N. Kolmogorov, The general theory of dynamical systems and classical mechanics, in: J.C.H. Gerretsen and J. de Groot, eds., *Proceedings of the International Congress of Mathematicians 1, Amsterdam, 1954*, North-Holland, 1957, pp. 315–333 (in Russian); reprinted in: *International Mathematical Congress in Amsterdam, 1954 (Plenary Lectures)*, Fizmatgiz, 1961, pp. 187–208; reprinted as Appendix in: R.H. Abraham en J.E. Marsden, *Foundations of Mechanics*, Second Edition, Benjamin/Cummings, 1978, 741–757.
- 22 V. Lainey, L. Duriez en A. Vienne, New accurate ephemerides for the Galilean satellites of Jupiter I. Numerical integration of elaborated equations of motion, *Astronomy & Astrophysics* 420 (2004) 1171–1183.
- 23 Klaas Landsman, Wetenschap en welvaart: een paradoxaal krachtenveld, *Nieuw Archief voor Wiskunde* 5/15(2) (2014) 89–95.
- 24 J. Laskar en M. Gastineau, Existence of collisional trajectories of Mercury, Mars and Venus with the Earth, *Nature Letters* 459(11), June 2009, doi:10.1038/nature08096.
- 25 J.K. Lenstra e.a., *Rekenonderwijs op de basisschool – Analyse en sleutels tot verbetering*, KNAW, 2009.
- 26 B.B. Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature*, Freeman, 1977.
- 27 M.G.J. Minnaert, *De Natuurkunde van 't Vrije Veld*, deel 1, ThiemeMeulenhoff, 5de editie, 1996; *The Nature of Light and Colour in the Open Air*, Dover, 1954 (1ste uitgave 1937–40).
- 28 J.K. Moser, Convergent series expansions for quasi-periodic motions, *Math. Ann.* 169 (1967), 136–176.
- 29 J.C. Oxtoby, *Measure and Category*, Springer, 1971.
- 30 A. Pais, *Subtle is the Lord*, Oxford University Press, 1982.
- 31 J.H. Poincaré, Thèse, 1879, in: *Œuvres I*, Gauthier-Villars, 1928, pp. LIX–CXXIX.
- 32 J.H. Poincaré, *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste I*, Gauthier-Villars, Paris, 1892.
- 33 D. Ruelle en F. Takens, On the nature of turbulence, *Comm. Math. Phys.* 20 (1971), 167–192; 23 (1971), 343–344.
- 34 W. de Sitter, On the periodic solutions of a particular case of the problem of four bodies, *KNAW Proceedings* 11 (1909), 682–698.
- 35 W. de Sitter, Outlines of a New Mathematical Theory of Jupiter's Satellites, *Ann. Sterrewacht Leiden* 12 (1925), 1–55.
- 36 W. de Sitter, Jupiter's Galilean satellites (George Darwin Lecture), *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 91 (1931), 706–738.
- 37 www.math.rug.nl/~broer.