

Martinus van Hoorn

Appingedam

mc.vanhoorn@wxs.nl

Onderwijs

"Hoed u in het onderwijs voor extreme oplossingen"

Beschouwing naar aanleiding van een bijeenkomst over de toetsing van het rekenniveau in het voortgezet onderwijs. Martinus van Hoorn is voormalig hoofdredacteur van *Euclides*.

Op 30 juni 2014 vond in het Trippenhuys te Amsterdam een KNAW-bijeenkomst plaats die gewijd was aan het rekenen van leerlingen in het voortgezet onderwijs. Het thema van de bijeenkomst was 'Rekenen: het onderwijs, het vak en de toets'. De bijeenkomst was met name georganiseerd vanwege de verschijning van het advies van de commissie-Bosker over de voorgenomen rekentoetsen in het voortgezet onderwijs. Bijkomend was dat vijf jaar geleden een KNAW-commissie het rapport 'Rekenonderwijs op de basisschool' het licht had doen zien.

Hier worden al meteen twee commissies opgevoerd. Om het zicht op alle commissies te behouden is aan het eind van dit beschouwende artikel een addendum opgenomen, waarin ook deze twee commissies de revue passeren.

De bijeenkomst op 30 juni was een bijzondere en misschien zelfs unieke bijeenkomst, omdat vrijwel het gehele veld aanwezig was: universitaire wiskundigen, pabodocenten, docenten uit het voortgezet onderwijs, diverse onderwijsbegeleiders, onderwijskundigen, andere betrokkenen en geïnteresseerden. Wie was er niet, kun je je afvragen. Voor zover mij bekend was het voor het eerst dat al deze mensen bij elkaar waren.

In deze bijdrage concentreer ik mij niet speciaal op de KNAW-bijeenkomst — weliswaar de aanleiding tot dit artikel — maar richt ik de focus op het rekenen in het voortgezet onderwijs. Hiertoe geef ik eerst enige achtergronden van de discussies over het rekenen, waarna ik de rekentoetsen die men wil afnemen naast de eindexamens in het voortgezet onderwijs beschouw. Daarbij neem ik ook voorbeeldopgaven onder de loep. Vervolgens schrijf ik iets over de rekenbijeenkomst op 30 juni, en ten slotte komt de vraag aan de orde of het reken- en wiskundeniveau in het voortgezet onderwijs erop vooruit zal gaan — dit laatste blijft immers de hoofdzaak.

Achtergronden

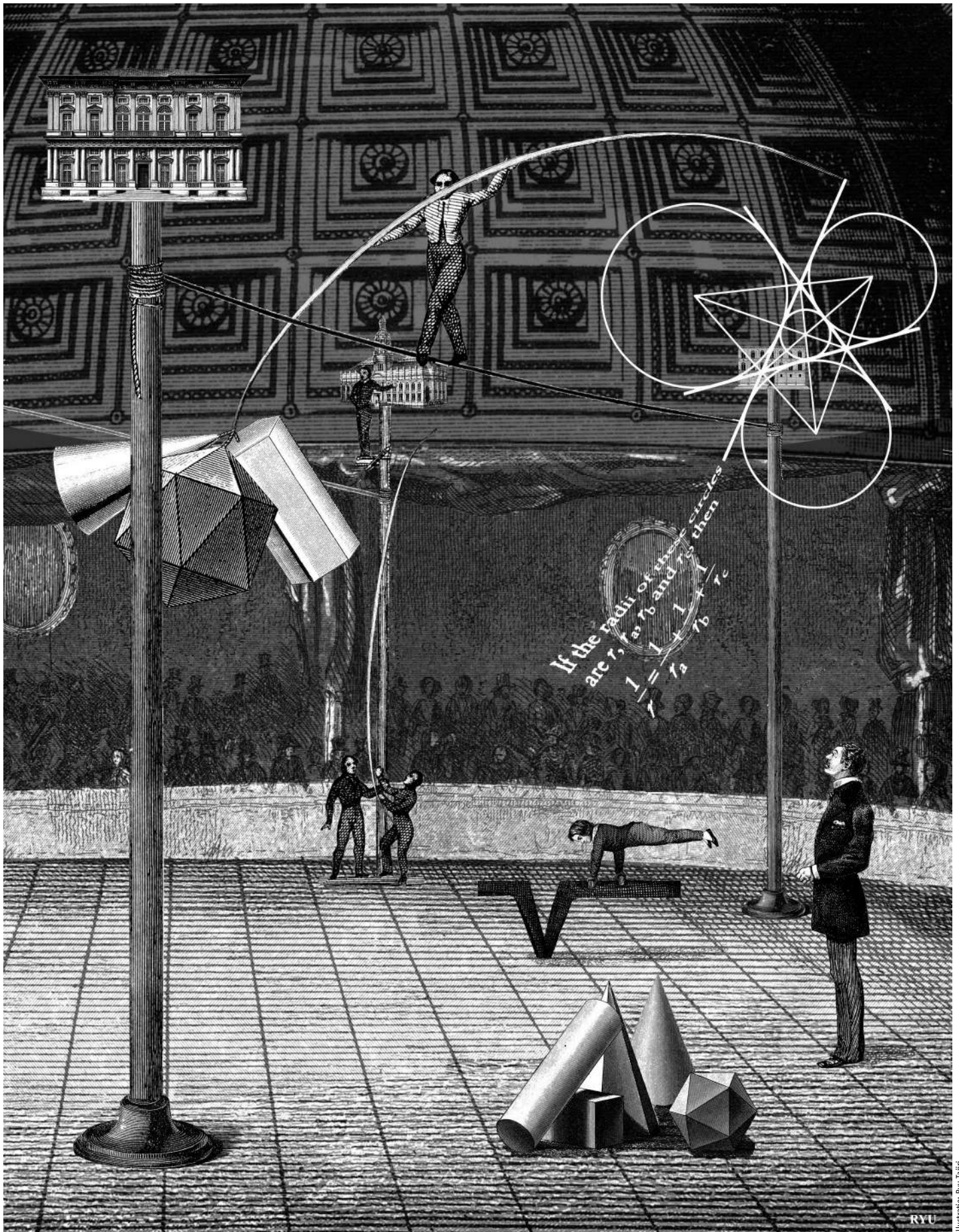
De aanloop

De discussie is begonnen vanwege een aansluitingsprobleem tussen het voortgezet onderwijs en het hoger onderwijs. Leerlingen die hun examen vwo of havo hebben behaald worden geacht voldoende vaardigheden — waaronder vaardigheid in het rekenen — te hebben om zich in het hoger onderwijs staande te houden. Dat lukt natuurlijk niet altijd: er zijn altijd mensen die het niet redden. Oorzaken daarvan kunnen verschillen. Eén van de mogelijke oorzaken is uiteraard dat de voor-

opleiding niet deugde. Niet zelden worden dan vakken als Nederlands of rekenen & wiskunde genoemd, waarbij onder meer gewezen wordt op taal- en rekenfouten van studenten. Ik schrijf hier rekenen & wiskunde, omdat men dit immers gerust als één vak kan opvatten. Tijdens de bijeenkomst op 30 juni bekleemtoonde Jan Karel Lenstra, de eerste spreker, ook meteen de eenheid tussen rekenen en wiskunde. Hij wees erop dat er in de Verenigde Staten één naam voor is: math.

Geconstateerde lacunes in kennis en vaardigheid leiden er allicht toe het niveau van de leerlingen die het voortgezet onderwijs verlaten tegen het licht te houden. Eigenlijk moet dat natuurlijk geregeld gebeuren. Tijden veranderen immers, op de scholen komen andere programma's, en in het hoger onderwijs gaan de veranderingen zelfs nog sneller. Het ligt eigenlijk voor de hand dat het eindniveau vwo/havo en het (gewenste) beginniveau in het hoger onderwijs altijd de neiging zullen hebben te gaan uiteenlopen.

De onderlinge afstemming vereist dus voortdurend aandacht. Ongeveer tien jaar geleden werd door studenten de actie 'Lieve Maria' gevoerd (genoemd naar de toenmalige minister van onderwijs). Zie [1, 9]. Zij voelden zich tekortgedaan door een haperende vooropleiding. Toen werd ook al een mogelijk tekortschietende rekenvaardigheid van examenkandidaten vwo/havo in verband gebracht met veranderingen in het rekenonder-



Illustratie: Ryo Ishiji

RYU

wijs op de basisschool. Zodoende is te begrijpen dat een discussie ontstond over het vernieuwde rekenonderwijs op de basisschool. Dit zogeheten realistisch rekenonderwijs zou volgens sommigen (of velen) zelfs de hoofdoorzaak zijn van tekorten die bij leerlingen aan het eind van het vwo en havo werden gesignaleerd. Onder meer in het *Nieuw Archief voor Wiskunde* werd gediscussieerd over de merites van de nieuwe didactische werkwijzen op de basisschool, zie [2, 8, 17, 19].

Feit blijft, bij dit alles, dat er klachten over een tekortschietende rekenvaardigheid werden geuit. Er is mij geen onderzoek bekend waaruit zou kunnen blijken dat de rekenvaardigheid toen duidelijk was gedaald ten opzichte van eerdere periodes. Maar klachten over een geringe rekenvaardigheid moeten natuurlijk wel serieus genomen worden.

Commissie-Lenstra

Voor een korte omschrijving van deze commissie zie het addendum bij dit artikel. Het is bijzonder loffelijk dat de KNAW in de winter van 2008–2009 het initiatief nam een commissie in te stellen om de waarde van verschillende didactische werkwijzen in het basisonderwijs te onderzoeken. Dit initiatief werd direct gecombineerd met een voornemen van de toenmalige staatssecretaris, die hetzelfde beoogde. Deze commissie, vaak commissie-Lenstra genoemd naar haar voorzitter Jan Karel Lenstra, kwam tot de volgende bevindingen:

- Ten eerste is er geen significant verschil aanwijsbaar tussen de resultaten van traditionele (veelal mechanistische, oftewel sterk algoritmische) werkwijzen enerzijds en realistische werkwijzen anderzijds.
- Ten tweede blijkt de kwaliteit van de leraar van veel grotere, en waarschijnlijk van de grootste betekenis.
- Daarbij is de interactie tussen leerlingen en leraar cruciaal voor goed onderwijs.
- Maar over de opleiding en de nascholing van de leraren basisonderwijs bestaan toenemende zorgen. Daarom verdienen deze opleiding en nascholing hoge prioriteit.

Het rapport van de commissie-Lenstra werd alom geprezen [10]. Inderdaad werden, of waren reeds, door de staatssecretaris maatregelen genomen ten aanzien van de pabo's (de opleidingen voor leraren basisonderwijs). Met name werd een instroomtoets rekenen ingesteld. Maar het aantal uren voor rekenen & wiskunde op de pabo's en de nascholing werden nog niet of nauwelijks aangepakt.

De KNAW vatte de conclusies uit het rapport van de commissie-Lenstra kernachtig samen: "Rekenvete zinloos." De discussies over de voor- en nadelen van traditioneel c.q. realistisch rekenonderwijs konden worden beëindigd. Zoals vaker in dat soort gevallen gebeurde dat echter niet.

Verplichte rekentoets naast het eindexamen

Een opvallende politieke keuze had een veel grotere uitwerking: in 2010 besloot de Tweede Kamer voor alle eindexamenkandidaten een verplichte rekentoets in te stellen, in het hele voortgezet onderwijs. De rekentoets kreeg hetzelfde gewicht als de examens in de drie zogenoemde kernvakken Nederlands, Engels en wiskunde. Een onvoldoende op de rekentoets zou tot gevolg kunnen hebben dat de kandidaat zonder diploma blijft.

De politieke keuze voor verplichte eindtoetsen rekenen kwam voor velen onverwacht. Maar er was wel een voorgeschiedenis waardoor deze keuze misschien kan worden begrepen. Er waren, op voorstel van een andere commissie (de commissie-Meijerink, zie het addendum), voor het voortgezet onderwijs gewenste eindniveaus voor de rekenvaardigheid afgesproken. Op deze eindniveaus zouden — in principe — rekentoetsen kunnen worden gebaseerd.

De publiciteit over de tekortschietende rekenvaardigheid deed de rest. Verplichte rekentoetsen moesten dit probleem definitief oplossen. Een krachtadig besluit, kan men zeggen. Maar het invoeren van een verplichte rekentoets heeft consequenties, die uiteraard onder ogen moeten worden gezien.

Commissie-Meijerink en cTWO

Zoals gezegd was er al een commissie-Meijerink werkzaam. Deze club ging aan de slag om doorlopende leerlijnen voor taal en rekenen te ontwerpen. Daarbij moest op vaste momenten (bijvoorbeeld aan het eind van de basisschool, of aan het eind van de derde klas vwo/havo) worden gekeken of bepaalde niveaus voor rekenen en taal waren gehaald. Het idee van de doorlopende leerlijnen spreekt onmiddellijk aan. Het onderwijsproces stopt immers niet aan het eind van de basisschool, het gaat gewoon door, en het stopt al evenmin aan het eind van het vwo of havo. Doorlopende leerlijnen zouden hopelijk aansluitingsproblemen kunnen voorkomen.

Het idee van doorlopende leerlijnen is overigens niet nieuw. Maar helaas hebben doorlopende leerlijnen jarenlang weinig nadruk gekregen. Bij deze gelegenheid attendeer ik nog graag op een fraaie brochure uit 1985 over

longitudinale planning van het reken- en wiskundeonderwijs, destijds een visionair stuk — dat echter onder het stof beland is [14]. In dit stuk wordt ook weer duidelijk rekenen & wiskunde als één vak opgevat.

De commissie-Meijerink had uitgebreid contact met de cTWO (zie addendum). Daardoor is in de diverse leerplanvoorstellen die de cTWO moest opstellen ernstig rekening gehouden met doorlopende leerlijnen. Voor het vervolg van dit artikel is alleen het zogenoemde fundamentele niveau 3F van belang, dat door de commissie-Meijerink gewenst werd geacht voor vwo én havo. Ik weet niet waarom men voor vwo en havo hetzelfde rekenniveau meent te moeten aanhouden, maar het zij zo. Voor andere schoolsoorten, vmbo met name, geldt fundamenteel niveau 2F. (Er zijn fundamentele niveaus 1F tot en met 4F beschreven. Op de merites ervan wordt hier niet verder ingegaan.)

Op een nader te bepalen wijze zou moeten worden gekeken of leerlingen hun fundamentele niveau behalen. Dat zou op verschillende manieren kunnen, wellicht aan de hand van een verstandige steekproef.

De verplichte rekentoetsen

In 2010 besliste de Tweede Kamer dus dat elke eindexamenkandidaat een verplichte rekentoets moet gaan afleggen. Met deze toets moet voor de kandidaat worden vastgesteld of hij/zij het gewenste fundamentele niveau heeft bereikt. Bij een onvoldoende resultaat op de rekentoets zou een leerling in principe geen diploma mogen krijgen. Basta!

Het besluit omtrent de verplichte rekentoetsen viel al in 2010, maar deze rekentoetsen zijn nog steeds niet ingevoerd. Voor menigeen kan dit vreemd lijken. Waarom moet dit zo lang duren? Er zijn inmiddels wel proeftoetsen afgenomen, die echter bijzonder slecht werden gemaakt. Dit leidde tot nadere bezinning op de inhoud van de toetsen, en daartoe werd dan weer een nieuwe commissie in het leven geroepen, de commissie-Bosker (zie addendum). De commissie-Bosker beperkte zich niet tot haar opdracht, maar bekeek ook alle bijkomende aspecten van de rekentoetsen. Het recentelijk uitgekomen advies van de commissie-Bosker stond centraal tijdens de bijeenkomst over het rekenen van de KNAW op 30 juni [16]. Voor ik iets over deze rekenmiddag schrijf, beschouw ik eerst zelf de toetsen.

Principiële aspecten

Het politieke besluit om een verplichte rekentoets in te voeren is lang niet door iedereen

in de samenleving geaccepteerd. Het wringt behoorlijk. Wat zal er gebeuren als straks een examenkandidaat zou zijn geslaagd op basis van de cijfers op de examenvakken, maar geen diploma mag ontvangen vanwege een onvoldoende op de rekentoets? Gaan de ouders van die leerling dan hulp zoeken bij een advocaat? (Merk nog op dat er geen aandacht wordt besteed aan het feit dat een leerling een voldoende op het vak wiskunde kan hebben en tegelijk een onvoldoende op de rekentoets. Wiskunde kan onder meer zijn wiskunde C, een vak dat niet bedoeld is voor de bètarichtingen.)

Nu kun je zeggen dat elke examenkandidaat moet kunnen rekenen. Dat zegt de commissie-Meijerink ook. Maar bij verscheidene studierichtingen is de rekenvaardigheid toch niet zo'n zwaarwegend punt. Vanuit zulke studierichtingen is niet geklaagd over de rekenvaardigheid. (Omgekeerd kun je constateren dat sommige wiskundigen ook niet zo zwaar tillen aan taalfouten — als de wiskunde maar deugt.)

Een verplichte rekentoets naast het eindexamen is op voorhand een vreemd element aan het eind van de schoolloopbaan. Zoiets is nooit eerder vertoond. In geen enkel ander land komt het voor. En dit zou dan speciaal in Nederland de rekenvaardigheid van haar ondergang moeten redden?

Er is bovendien kennelijk op het ministerie niet aan gedacht dat scholen leerlingen op de rekentoets zullen willen en moeten kunnen voorbereiden. Het kan zijn dat het ministerie dit niet nodig vindt, of van mening is dat de scholen dit maar in de bestaande lessen moeten doen. Zo zal dan mogelijk de voorbereiding op de rekentoets op het bordje van de wiskundeleraren komen. Die zitten daar natuurlijk niet om te springen; zij hebben hun lessen nodig voor het reguliere examenprogramma. Maar het lijkt er, hoe dan ook, toch op dat het zo zal gaan. Het ministerie zal niet financieel bijspringen, omdat zo'n cursus rekenen niet door haar verplicht is — alleen de toets is verplicht.

Wat hier sterk speelt is het wezensvreemde element dat door de verplichte rekentoetsen wordt gevormd, en de aversie die zich er tegen manifesteert. Een verplichte toets naast het examen is al moeilijk te plaatsen. Daarbij tersluiks een groep leraren opzadelen met extra werk dat ze er maar even bij moeten doen, dat heeft iets onbetamelijks. Veel leraren in het voortgezet onderwijs houden zich nu maar eerst afzijdig. Dit is, niet toevallig, ook de opstelling van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren (NVvW) [13]. Overi-

gens, het mag begrijpelijk zijn dat de NVvW zich afzijdig houdt, een andere vraag is of dit verstandig is. Dit lijkt mij zoiets als de vraag of het verstandig is jezelf buitenspel te zetten.

Er zit nog een heel vreemd aspect aan de rekentoetsen. Dat is dat de opgaven geheim blijven, ten einde deze opgaven te kunnen hergebruiken. Er zijn alleen voorbeeldtoetsen, waaruit aard en opzet van de rekentoetsen moeten blijken. Maar de opgaven van de officiële rekentoetsen zullen geheim blijven. Deze geheimhouding stuit vrijwel iedereen tegen de borst. Het lijkt alsof we in de middeleeuwen zitten! Met andere woorden, elke examenkandidaat gaat een rekentoets doen, een aantal van de kandidaten haalt daar een onvoldoende op, en vervolgens kunnen zij geen volledig inzicht krijgen in de oorzaak van hun falen. Tegelijk heeft de samenleving geen zicht op de manier waarop leerlingen hun diploma hebben behaald.

Ikzelf meen dat het geheim houden van de opgaven in strijd is met de Wet Openbaarheid van Bestuur. Immers, de overheid stelt een regeling vast, een leerling wordt door deze regeling gedupeerd — zó zal dat worden gevoeld — maar deze leerling krijgt geen inzage in de opgaven die hem/haar tot slachtoffer maakten. Vanuit de redactie van het *Nieuw Archief voor Wiskunde* werd al navraag gedaan bij de officiële exameninstantie, het College voor Examen (tegenwoordig het College voor Toetsen en Examen), maar daar schijnt men zich van geen kwaad bewust. (Met dank aan Mark Timmer voor de inzage in zijn correspondentie.) Dat er werkgelegenheid voor advocaten ontstaat lijkt wel zeker.

Op deze manier belandt de discussie over de rekentoetsen in de rechtszaal. Het gaat dan dus helemaal niet meer over verbetering van de rekenvaardigheid. Alleen al hierom zou je dit toetscircuit niet moeten willen.

Enkele voorbeeldopgaven

Hierbij zijn vier opgaven afgedrukt uit de voorbeeldtoets rekenen op niveau 3F, zoals in 2013 door het Cito opgesteld. Ik heb deze opgaven willekeurig gekozen. (Ik nam de opgaven met de nummers 3, 7, 11 en 19, omdat deze nummers, opgevat als getallen, de eerste vier priemgetallen zijn van de vorm $4k+3$. Mijns inziens zijn de opgaven dan willekeurig gekozen.)

De voorbeeldtoets bestaat uit 60 opgaven, waarvoor de kandidaten 120 minuten krijgen. Veruit de meeste opgaven zijn contextopgaven. Een kandidaat die bij elke vraag even rustig de context wil doorgronden komt bedro-

gen uit, want voor de opgaven zijn gemiddeld maar twee minuten beschikbaar. De eindtoets rekenen is zodoende mede een concentratietoets, of zo men wil een stresstest. Bij een gewoon wiskunde-examen krijgt de kandidaat vier, vijf of zes verschillende situaties voorgelegd, maar geen veertig, vijftig of zestig, zoals bij de rekentoets. Het grote aantal opgaven is volgens het Cito nodig omdat je nu eenmaal veel vragen moet stellen om een betrouwbare meting te krijgen. Dat kandidaten fouten gaan maken door het stresskarakter van de toets wil er bij het Cito blijkbaar niet in.

Voeg hierbij dat de toets digitaal wordt afgenomen, waardoor terugbladeren onmogelijk is en een kandidaat ook niet een vervelende opgave eerst even kan overslaan. Bovendien telt alleen het eindantwoord, zodat voor de manier van oplossen helaas geen punten beschikbaar zijn.

Ik merk hierbij op dat men momenteel bezig is met een verbeteractie van de toetsen. Het aantal opgaven wordt verkleind (tot 45 in 2015), het percentage opgaven met contexten wordt eveneens verkleind, en terugbladeren zal ook mogelijk worden. Daarbij is de zogeheten rekentoetswijzer voor niveau 3F enigszins gewijzigd. Alle hoofdzaken blijven mijns inziens echter gelijk. [Noot van de redactie: De meest actuele stand van zaken wordt weergegeven op <http://www.examenblad.nl/onderwerp/rekentoets-vo/2015>.]

Bij de beide zuivere rekenopgaven, 3 en 19, is de rekenmachine verboden; het icoontje van een rekenmachine staat er namelijk niet bij (zie Figuur 1 en 4). Waarschijnlijk is het de bedoeling dat kandidaten bij de opgaven 3 en 19 gaan werken met nabijgelegen ronde getallen. Geroutineerde rekenaars zullen dit onmiddellijk zo doen, en daarin zit een reden de leerlingen op de toetsen voor te bereiden. Maar het rekenen met nabijgelegen ronde getallen, hoe nuttig ook, wordt dan al gauw een trucje. Een belangrijk algoritme zou ik het nog niet willen noemen.

Opgave 7 (zie Figuur 2) lijkt er mee door te kunnen, al is de planning van een busrit over zo'n afstand op 15 minuten nauwkeurig wel erg precies. Daarom zal men er het woord 'ongeveer' bij hebben gezet.

Opgave 11 (zie Figuur 3) is irreëel. Niemand (helemaal niemand) die zes of zeven kuub grond moet verplaatsen zal zo'n merk-

$$686 : 7 = \boxed{}$$

Figuur 1 Opgave 3

Planning busreis Utrecht → Parijs (475 km)	
geplande aankomsttijd	13.30 uur
tussenstop 1	15 minuten
tussenstop 2	60 minuten
gemiddelde snelheid	80 km per uur

Hoe laat zal de bus uit Utrecht moeten vertrekken om ongeveer op de geplande aankomsttijd aan te komen?

- kwart over vijf
- kwart over zes
- kwart over zeven
- kwart over acht



Figuur 2 Opgave 7



Fabrice gaat de trampoline ingraven. Hij maakt een gat van 90 cm diep waar de trampoline precies in past. De bovenkant van de trampoline heeft een oppervlakte van 7 m².

Hoeveel volle kruiwagens met grond worden er ongeveer uitgegraven?

- 7
- 10
- 65
- 100



Vabor Kruiwagen 100 ltr



Figuur 3 Opgave 11

waardige berekening opzetten. En weliswaar ken ik niet een soortelijk gewicht van zand of klei, maar 65 maal 100 liter daarvan vervoeren in een kruiwagen lijkt mij niet gezond. En ook bij deze opgave is weer sprake van schijnexactheid, al heeft men wederom het woordje ‘ongeveer’ ingevoegd. Deze context is, om het zo maar eens te zeggen, geheel onrealistisch.

Daarbovenuit steekt nog een ander argument. Deze opgaven zouden, los van de erbij gekomen stress, mogelijk door de mees-te leerlingen tot een bevredigend einde kunnen worden gebracht. Maar vooral de beide contextopgaven passen niet bij het onderwijs eind vwo/havo. Ik denk dat degenen die hun beklag deden over de rekenvaardigheid van leerlingen in het vwo en havo niet op deze opgaven zaten te wachten. Meerdere mensen hebben hun opvatting over de voorbeeldtoetsen al geformuleerd. Zie onder meer [5]. Een

zeer lezenswaardig verhaal erover is van de hand van Jan van de Craats [3].

De rekenbijeenkomst op 30 juni 2014

Er was op 30 juni een strak schema met een hele rij sprekers. De voorzitter hield de tijd goed in de gaten en zo konden alle sprekers hun bijdrage leveren. De hele middag verliep in een geanimeerde sfeer, wat in de eerste plaats op het conto van de organisatoren mag worden geschreven.

De eerste spreker was Jan Karel Lenstra, die vijf jaar geleden de KNAW-commissie had geleid die het rekenonderwijs onderzocht. Lenstra is nadien de ontwikkelingen blijven volgen. Eerder gaf hij op een hoorzitting over de verplichte rekentoetsen al een scherpe analyse [20]. Nu zei hij daarover: “Hoed u in het onderwijs voor extreme oplossingen”, waarbij hij uiteraard op de verplichte rekentoetsen doelde. Lenstra zei ook: “Nederland is wereldkampioen niet nascholen.” In het rapport van de commissie-Lenstra over het rekenonderwijs op de basisscholen werd terecht veel nadruk gelegd op de noodzaak tot geregelde vakinhoudelijke nascholing. Maar het komt er niet van. En het lijkt alsof geen enkele instantie daarvoor verantwoordelijk is. In het voortgezet onderwijs ligt het mijns inziens iets anders. Jaarlijks bezoeken

telkens honderden leraren uit het voortgezet onderwijs bijeenkomsten die men gevoeglijk als nascholing kan beschouwen, zoals de studiedag van de NVvW, de Nationale Wiskunde Dagen van het Freudenthal Instituut, en meerdere bijeenkomsten van uitgever voor de gebruikers van hun lesmateriaal. Tijdens veel van deze bijeenkomsten heerst bovendien een sfeer van enthousiasme.

Het voornoemde is allemaal gewoon nascholing, waaraan jaarlijks toch een substantieel deel van de wiskundeleraren deelneemt. (In het voortgezet onderwijs zijn naar schatting 5000 wiskundeleraren werkzaam, dat wil zeggen leraren die vaak of meestal wiskunde geven. In het basisonderwijs zijn ruim 80.000 leraren werkzaam (bron: CBS), die vrijwel allemaal ook rekenen mogen geven. Dit maakt een nascholingsoperatie daar op voorhand tot een megaklus. Wel wordt inmiddels gepleit voor de aanwijzing van meer gespecialiseerde docenten, rekencoördinator geheten, op elke basisschool.) In het voortgezet onderwijs is door de omvang van de doelgroep nascholing heel wat gemakkelijker te organiseren dan in het basisonderwijs. Maar ook in het voortgezet onderwijs zal de nascholing zeker beter kunnen, en vooral: meer gestructureerd. Ik ga geen schuldbijeenkomsten aanwijzen van tekorten op het gebied van de nascholing. De kwestie lijkt me ingewikkelder dan soms wordt verkondigd, en er zit ook weer een politieke kant aan.

Een andere spreker op 30 juni was Roel Bosker, de voorzitter van de commissie die de rekentoetsen had bekeken. Hij kwam met een eigen insteek. Zijns inziens worden door de verplichte rekentoetsen vooral achterstandsleerlingen gedupeerd. Lang niet alle aanwezigen op 30 juni hadden deze categorie (15 procent van elke leeftijdsgroep) scherp op het netvlies. Voor Bosker vormde de zorg voor deze groep reden om de rekentoetsen uiterst kritisch te bezien. Hij zei, zoals ook in het rapport van de commissie-Bosker staat, dat de huidige toetsen lang niet voldoen.

De uitspraken van Bosker geven te denken. In zijn visie moet er nog veel aan de toetsen worden gesleuteld. Het zou volgens hem zelfs tien jaar, dus tot 2024, kunnen duren voordat er goede rekentoetsen zijn. Maar 2024 ligt veertien jaar na het besluit van de Tweede Kamer om de rekentoetsen in te stellen. Als simpel toehoorder denk je dan: zijn er in Nederland niet wat veel mensen die zich bezighouden met het beschrijven van niveaus, met het opstellen van toetsopgaven,

81 × 49 + 19 × 61 =

Welk getal ligt het dichtst bij de uitkomst?

- 4400
- 4800
- 5200
- 5600

Figuur 4 Opgave 19

en met het schrijven van evaluatierapporten? Het ware toch te wensen dat de wiskundigen zich weten te ontworstelen aan de houdgreep van al dit gedoe?

Overhaaste beslissingen zijn niet goed, dat wordt terecht opgemerkt, maar wat heb je aan zulke eindeloze heen-en-weerrapportages?

Doorlopende leerlijnen

Jarenlang ontbrak het aan een doordachte longitudinale leerstofplanning. Bovendien is in de jaren negentig, bij het opstellen van nieuwe leerplannen voor onder- en bovenbouw, heel wat algebra overboord gegaan. De cTWO spreekt zich in algemene termen uit over de leerplannen uit de jaren negentig en spreekt in dat verband van erosie; de cTWO vindt het daardoor geen wonder dat de intellectuele uitdaging voor (de meeste) leerlingen op het vwo en havo te gering geworden was. In het lerarentijdschrift *Euclides*, het orgaan van de NVvW, waren begin jaren negentig al bijdragen verschenen waarin zorgen werden geuit over — vooral — het nieuwe algebraprogramma. Een citaat: "Het gemak waarmee letterrekenen, ontbinden in factoren en merkwaardige producten worden weggepoetst." Zie [4, p. 13, Conclusie 9] en [18]. Ook in een overzichtsartikel over het nieuwe onderbouwprogramma wordt ernstige twijfel geuit bij het onderdeel algebra [7].

Algebra is de natuurlijke voortzetting van het rekenen. Aan het eind van de basisschool kan men rekenen met breuken en procenten (althans een deel van de leerlingen kan dat dan). Het getallenrijk wordt in het voortgezet onderwijs al gauw uitgebreid met negatieve getallen, en later komen ook wortels ten tonele. Dit gaat hand in hand met de introductie van variabelen ('letters'), het oplossen van diverse vergelijkingen, het ontbinden van veeltermen in factoren, en zo verder. Door hieraan gedurig en (uiteraard) didactisch doordacht te werken worden hopelijk de gewenste vaardigheden ingeslepen.

Dit alles ging ook vroeger zeker niet van een leien dakje. Het zou kunnen dat degenen die nadien succesvol een bètastudie afronden het met de schoolalgebra niet moeilijk hadden. Maar voor veel leerlingen was het reken- en algebrapad een hindernisbaan. De NVvW zorgde in 1975 al eens voor een mooi boekje over de moeilijkheden bij de algebra — een boekje dat eeuwigheidswaarde bezit [6].

Kort na 2000 werd door meerdere mensen een tekortschietende algebraïsche vaardigheid, waaronder dus rekenvaardigheid,

gesignaleerd, ook in het vwo/havo. Men kan er gerust van uitgaan dat dit juist gezien was. Het kan zijn dat veranderingen in het basisonderwijs hieraan mede debet waren. Maar, zoals uit het voorgaande moge blijken, de leerplannen uit de jaren negentig kunnen daarbij niet over het hoofd worden gezien.

Veel docenten in het voortgezet onderwijs ondervonden zelf wat een gebrekkige algebraïsche vaardigheid betekende. Geen wonder dat de leerboekauteurs — vrijwel allen docenten immers — in nieuwe versies van de leerboeken na de jaren negentig weer steeds meer algebra opnamen. In de leerboeken heeft de algebra momenteel al weer een stevige positie gekregen [11]. De cTWO signaleerde inmiddels een verbetering van de algebraïsche vaardigheid in de bovenbouw [4, p. 13]. Dit zal ook ongetwijfeld gaan gelden voor de rekenvaardigheid van eindexamenleerlingen. Waarmee niet gezegd is dat iedereen er tevreden over zal zijn.

De cTWO houdt nadrukkelijk rekening met de gewenste doorlopende leerlijnen, al is op dat gebied nog heel wat werk te doen — met name de vervlechting van ICT in de leerlijnen vergt voortdurende aanpassing. Op deze manier moet toch het hoofd geboden worden aan een dreigende achteruitgang van de algebraïsche vaardigheid, waaronder begrepen de rekenvaardigheid.

De cTWO heeft in haar eindrapport bovendien nadrukkelijk aandacht gevraagd voor de onderwijsbaarheid van de wiskundeprogramma's die in het havo en vwo wenselijk zijn. Met andere woorden, voor alle mooie leerplannen moet ook lestijd beschikbaar zijn. Het zogeheten kernvak wiskunde heeft de afgelopen decennia al lestijd ingeleverd. (In elk geval komt wiskundetijd vrij als men zou overgaan tot, slechts, twee soorten wiskunde op het eindexamen, te weten wiskunde A en wiskunde B. Dit is wat de cTWO voorstelt [4, p. 25, Aanbeveling 10].) Vergroting van de tijd die aan algebraïsche vaardigheid en rekenvaardigheid wordt besteed kan ten koste gaan van de tijd voor andere, essentieel te achten lesstof.

Sowieso mag een algoritmisch geaard wiskundeonderwijs niet de boventoon gaan voeren [11]. Ik voorzie dat om te beginnen de docenten zo iets niet zullen willen. De docenten willen altijd de essentiële begrippen netjes uitleggen. Een te sterke nadruk op algoritmiek zou een extreme oplossing zijn van een probleem, dat zich ook in de toekomst nog wel in enige vorm zal kunnen manifesteren.

Addendum

In het voorgaande werden de volgende commissies ten tonele gevoerd.

- cTWO, commissie Toekomst WiskundeOnderwijs, 2004–2012. Vaak aangehaald als c-two, op z'n Engels (en in dat geval zonder lidwoord). Voorzitter: Dirk Siersma, hoogleraar wiskunde Utrecht. Ingesteld door het ministerie van onderwijs. Deze commissie leverde uiterst gedegen leerplanvoorstellen voor onder- en bovenbouw. Voor het eind van het derde leerjaar vwo/havo werden tussendoelen geformuleerd. De cTWO maakte veel werk van een longitudinale planning van de leerstof. De cTWO maakt zich zorgen over het geringe aantal lessen dat beschikbaar is voor het kernvak wiskunde, en ook over de deelname aan de vakken wiskunde C en wiskunde D op het vwo. Mede daarom pleit de cTWO in de toekomst voor (slechts) twee robuuste wiskundevakken, namelijk wiskunde A en wiskunde B. Voor het eerste rapport tussendoelen zie: [15]. Voor het eindrapport zie: [4].
- Commissie-Meijerink, 2007–heden. Voorzitter: Heim Meijerink, voormalig onderwijsinspecteur. Ingesteld door het ministerie van onderwijs. De opdracht aan deze commissie is het ontwerpen van doorlopende leerlijnen voor taal en rekenen. Daartoe werd onder meer een Expertgroep rekenen ingesteld. Met de cTWO werd uitgebreid contact onderhouden. Met name de rekenniveaus eind vwo/havo spelen voor ons een rol.
- Commissie-Lenstra (KNAW-commissie), 2009. Voorzitter: Jan Karel Lenstra, destijds directeur van het CWI. Ingesteld door de Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen, gesteund door het ministerie van onderwijs. De opdracht aan deze commissie was te onderzoeken in hoeverre de didactische werkwijzen het leerresultaat bij het vak rekenen op de basisschool zouden beïnvloeden. De bevindingen van de commissie worden eerder in dit artikel uitvoerig aangehaald [12].
- Commissie-Bosker, 2014. Voorzitter: Roel Bosker, hoogleraar onderwijskunde Groningen. Ingesteld door het ministerie van onderwijs. De opdracht aan deze commissie was te onderzoeken hoe de slechte resultaten, zoals door leerlingen behaald op de eerste proefversies van de komende eindtoetsen rekenen, zouden kunnen worden verbeterd. De commissie verbreedde haar doel en bekeek in feite alle aspecten van deze toetsen. ←

De praktijk

Scholen worden niet gefaciliteerd om extra tijd en aandacht aan het rekenen te geven, zodat de problemen met rekenvaardigheid nauwelijks opgelost worden. Op onze havo/vwo-school is toch een bijlesuur ingesteld voor de klassen 1, 2 en 3 (elk leerjaar één les in de week) en een steun-uur in havo 4 (één uur in de week voor een halfjaar). We zijn hiermee nog in de ontwikkelingsfase en maken gebruik van boeken en digitale programma's. Deze programma's zijn zelf ook nog in ontwikkeling; er zitten dus nog veel haken en ogen aan. In de bovenbouw hebben leerlingen de mogelijkheid om een halve toets te maken en hun resultaten in te zien. Deze ondersteuning neemt de druk voor leerlingen bij de toets niet weg. De leerlingen zijn tijdens de toets twee uur lang intensief aan het werk met een groot aantal rekenopgaven. Als alle

plannen doorgaan weten de leerlingen dat ze slechts één herkansing hebben en dat een onvoldoende grote gevolgen kan hebben voor hun eindexamen.

Door de invoering van de rekentoets worden scholen geconfronteerd met een enorme organisatie: ouders en leerlingen moeten allemaal een brief krijgen, roosters moeten worden aangepast om de toetsafname in te passen en (zwakkere) leerlingen moeten worden voorzien van hulp. Daarnaast moet een grote hoeveelheid computers beschikbaar worden gesteld en dient er gezorgd te worden voor surveillanten. Leerlingen zijn niet verplicht om de toets al te maken in de voorexamenklas, maar hebben wel deze mogelijkheid; ook dit moet worden geïnventariseerd en geadministreerd.

De toets zelf is ook nog steeds niet in orde: er staan fouten of onduidelijkheden in de

opgaven en significantie geeft soms problemen. Het vreemde is bovendien dat de docenten geen inzage hebben in de opgaven, tenzij ze zelf meedoen met een toets tijdens de afname. Spannend zijn de vragen allerminst. Ik heb één keer een hele toets gemaakt en was het na drie kwartier al aardig beu. Na een gesprek met CITO bleek dat de rekentoets zo lang was omdat de opgaven nog niet valide genoeg waren. Sommige vragen worden bij de bepaling van het cijfer uitgesloten, maar als docent kun je niet zien welke vragen dat waren en waarom die uitsluiting plaats heeft gevonden. De toets in 2014 was in elk geval iets korter; het waren 'slechts' 51 opgaven.

Maureen Velzeboer

Rekencoördinator Carmel College Salland

Referenties

- Jan van de Craats, Column Lieve Maria: Doorbraak en nieuwe kansen, *Nieuw Archief voor Wiskunde* 5/7 nr. 1 (2006), 17.
- Jan van de Craats, Waarom Daan en Sanne niet kunnen rekenen, *Nieuw Archief voor Wiskunde* 5/8 nr. 2 (2007), 132–136.
- Jan van de Craats, Notitie rekentoetsen 3F voor havo en vwo, 28 mei 2014, www.science.uva.nl/~craats.
- cTWO, *Denken en doen. Wiskunde op havo en vwo per 2015, 2012*, www.fi.uu.nl/ctwo/publicaties/docs/CTWO-Eindrapport.pdf.
- Birgit van Dalen, Hoorzitting over de rekentoets, *Euclides* 89 nr. 4 (2014), 10–11.
- J. van Dormolen, *Vaardigheden; 1001 redenen waarom leerlingen geen goede routine hebben*, 1975.
- Wim Groen, Het voorgestelde programma in grote lijnen, *Euclides* 67 nr. 9 (1992), 266–271, aldaar 270–271.
- Kees Hoogland, Nostalgische terugblik op de staartdeling, *Nieuw Archief voor Wiskunde* 5/9 nr. 4 (2008), 279–281.
- Martinus van Hoorn, Column Lieve Maria: Realistische wiskunde versus abstract denken, *Nieuw Archief voor Wiskunde* 5/7 nr. 2 (2006), 96–97.
- Martinus van Hoorn, "Elke positieve actie begint met critiek", *Nieuw Archief voor Wiskunde* 5/11 nr. 1 (2010), 28–29.
- Sieb Kemme, Waarom het ministerie van OCW ongelijk heeft, *Euclides* 84 nr. 1 (2008), 26–29.
- KNAW, *Rekenonderwijs op de basisschool. Analyse en sleutels tot verbetering*, 2009.
- Marian Kollenveld, Jaarrede voorzitter 2013, *Euclides* 89 nr. 3 (2013), 34–37, aldaar 35–36.
- NVORWO en NVvW, *Longitudinale planning van het reken- en wiskunde onderwijs in Nederland, 1985*. [NVORWO = Nederlandse Vereniging tot Ontwikkeling van het Reken/Wiskunde Onderwijs. NVvW = Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren.
- SLO, *Overzicht tussendoelen wiskunde havo en vwo*, 2010, www.fi.uu.nl/ctwo/publicaties/docs/onderbouw/overzicht-tussendoelen-wiskunde-havo-en-vwo.pdf.
- SLO, *Advies over de uitwerking van de referentieniveaus 2F en 3F voor rekenen in toetsen en examens*, 2014.
- Willem Uittenbogaard, Geen catechismus leren, maar nadenken, *Nieuw Archief voor Wiskunde* 5/9 nr. 1 (2008), 60–64.
- Bram van der Wal, Wiskunde A voor mavo en lbo? *Euclides* 66 nr. 5 (1990), 130–131.
- Erich Ch. Wittman, Realistic Mathematics Education, past and present, *Nieuw Archief voor Wiskunde* 5/6 nr. 4 (2005), 294–296; met name de paragraaf 'The loss of mathematical substance in mathematics teaching'.
- www.wisforum.nl/hoorzitting/lenstra.pdf.