

Boekbesprekingen

| Book Reviews

Redactie: Hans Cuypers en Hans Sterk

Review Editors NAW - MF 5.101
Faculteit Wiskunde & Informatica
Technische Universiteit Eindhoven
Postbus 513
5600 MB Eindhoven
reviews@nieuwarchief.nl
www.win.tue.nl/wgreview



Enrico Arbarello, Maurizio Cornalba,
Phillip A. Griffiths

Geometry of Algebraic Curves

Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Volumen 268

Springer, Heidelberg, 2011

xxx + 963 p., prijs €95,35

ISBN 9783540426882

Dit boek met de enorme omvang van bijna duizend pagina's is het langverwachte vervolg op het eerste deel, dat in 1985 werd gepubliceerd als nummer 267 in de reeks 'Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften' van Springer. Volume II is pas recent gepubliceerd, en wel als nummer 268, een plek in de reeks die kennelijk al die tijd door de uitgever is vrijgehouden.

Volume I sprong destijds in op belangrijke ontwikkelingen die er toen waren in de studie van complexe algebraïsche krommen, met name op het gebied van de (Brill–Noether-) theorie van (speciale) lineaire systemen. Het boek uit 1985 geeft van deze theorie een fraai overzicht, voorafgegaan door een uitgebreide inleiding op de theorie van complexe algebraïsche krommen en hun jacobianen.

Zoals aangekondigd in het voorwoord van Volume I, zou in Volume II het perspectief worden verlegd van de theorie van lineaire systemen voor een vaste onderliggende kromme naar de theorie voor krommen die veranderen in moduli. Zoals wellicht bekend kan een (gladde, projectieve, complexe) kromme beschouwd worden als een compact oriënteerbaar oppervlak, voorzien van een complexe differentieerbare structuur van dimensie één, dat wil zeggen, als een compact Riemannoppervlak. Door het onderliggende oppervlak (dat wordt gekarakteriseerd door zijn geslacht — het aantal 'hendels') vast te houden, maar de complexe structuur te variëren, verkrijgen we continue families van krommen, waarbinnen de structuur van de bijbehorende speciale lineaire systemen kan veranderen.

Wat de auteurs kennelijk niet hadden verwacht is dat de theorie van moduli van krommen vanaf halverwege jaren tachtig een enorme vlucht zou nemen. De theorie dijde uit in veel en vaak onverwachte richtingen. Zo is het onderwerp bijvoorbeeld de theoretische natuurkunde binnengedrongen, wat leidde tot spectaculaire nieuwe inzichten; een van de voorlopige hoogtepunten is zonder twijfel Kontsevich' bewijs (verkregen in zijn proefschrift uit 1992, waarmee hij de basis legde voor de latere toekenning van de Fields-medaille in 1998) van het Witten-vermoeden, waarmee opmerkelijke verbanden worden gelegd tussen snijtheorie op de moduli-ruimte van (stabiele) krommen aan de ene kant, en de KdV-hiërarchie aan de andere kant, gebruikmakend van methoden die toebehoren aan de topologie en de combinatoriek.

Doordat de ontwikkelingen zich in een zo snel tempo opstapelden, en zich veel verder uitstrekten dan alleen over Brill–Noether-theorie, werd het samenstellen van Volume II door de auteurs jarenlang naar voren geschoven. Uiteindelijk hebben de auteurs toch de tijd rijp geacht voor het schrijven van het vervolg, met als resultaat een kloek boek dat in zeer brede zin de theorie van de moduli-ruimte van (stabiele) krommen opzet, en in latere hoofdstukken een aantal specifieke moderne aspecten van deze theorie nader belicht.

Natuurlijk moesten er keuzes worden gemaakt, maar de presentatie zoals die er nu staat is bijna perfect uitgebalanceerd: deze gaat van fundamentele naar recente onderzoeksresultaten, en varieert wat betreft aanpak behendig tussen algebraïsch-meetkundige technieken (Hilbert-schema's, deformatietheorie, algebraïsche ruim-

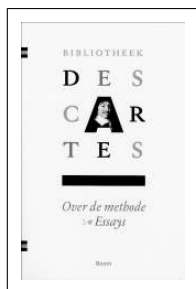
tes en stacks), topologische en combinatorische technieken (celdecomposities, bandgrafen) en reëel- en complex-analytische technieken (Teichmüller-theorie).

Een greep uit de onderwerpen: stabiele reductiestelling, lijnbundels op de moduli-ruimte, bewijs dat de moduli-ruimte van stabiele krommen projectief is, Galois-overdekkingen van de moduli-ruimte, structuur van de tautologische ring, verdwijnstellingen voor de cohomologie (een discussie gebaseerd op de dan al eerder ingevoerde celdecompositie), en uiteindelijk Kontsevich' bewijs van het Witten-vermoeden.

Het allerlaatste hoofdstuk XXI is ten slotte nog gewijd aan de 25 jaar eerder aangekondigde Brill–Noether-theorie in veranderende moduli, maar dit hoofdstuk ademt zeker niet de diepte en moderne insteek van alle overige hoofdstukken. Wat overigens door de auteurs wordt onderkend, met hun typering van de sfeer van dit hoofdstuk als 'archeologisch'.

Dit boek is onmisbaar voor iedereen die zich op de hoogte wil stellen van de huidige stand van zaken in de theorie van moduli van krommen. Stijl en notatie zijn bijzonder prettig, en de auteurs nemen de tijd, ook bij de meer technische gedeeltes, om de ideeën helder en rustig uit te leggen. De tekst wordt aangevuld met een enorme collectie aan opgaven, voor het overgrote deel van de hand van Joe Harris, aanwijzingen voor verdere kennismakingen met de literatuur, en een uitgebreide literatuurlijst die maar liefst 695 items omvat.

Robin de Jong



René Descartes
Over de methode – Essays

vertaling Jeanne Holierhoek
Bibliothèque Descartes, Band 3
Uitgeverij Boom, 2011
570 p., prijs €39,90
ISBN 9789085066590

De publicatie van het werk *Geometrie* (oorspronkelijke titel: *La Géométrie*) door René Descartes in 1637 is een mijlpaal in de geschiedenis van de wiskunde omdat dit het begin van de analytische meetkunde markeert. In het werk legt Descartes een verband tussen meetkundige figuren en algebraïsche vergelijkingen en dat betekent dat meetkundige problemen kunnen worden opgelost door gebruik te maken van algebraïsche technieken, en omgekeerd. Bovendien is *Geometrie* een belangrijk werk vanuit het oogpunt van wiskundige notatie: hier worden voor het eerst de letters x en y gebruikt voor onbekenden in een algebraïsche vergelijking. Er wordt wel bewezen dat *Geometrie* het eerste voor moderne wiskundigen leesbare wiskundeboek uit de geschiedenis is.

Oorspronkelijk was *Geometrie* een van de drie essays behorende bij Descartes' verhandeling *Over de methode* (oorspronkelijke titel: *Discours de la méthode*). Hiervan is nu de eerste moderne uitgave in het Nederlands verschenen waarbij de tekst wordt gepresenteerd in zijn oorspronkelijke vorm. Deze publicatie is het derde deel uit de Bibliotheek Descartes, het ambitieuze project om een moderne Nederlandse vertaling te bezorgen van de werken en correspondentie van Descartes. Het boek bevat eerst een inleiding op *Over de methode* geschreven door Han van Ruler. Dan volgt de daadwerkelijke vertaling van *Over de methode* met de drie essays, van de hand van Jeanne Holierhoek. Ten slotte is een nawoord opgenomen waarin Henk Bos dieper ingaat op de wiskundig-historische achtergrond van *Geometrie*.

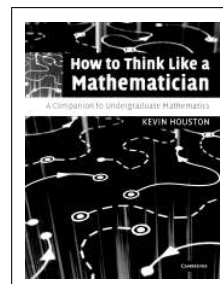
Holierhoek is erin geslaagd de oorspronkelijke tekst te vertalen naar

een zeer goed leesbare moderne Nederlandse tekst. Daarbij heeft ze wiskundige termen en concepten juist vertaald. Opvallend is dat ervoor gekozen is om de notatie van de vele formules niet te moderniseren. Hierdoor blijft het originele karakter van de tekst bewaard.

De moderne wiskundige die in *Geometrie* een handboek over de analytische meetkunde verwacht aan te treffen, komt bedrogen uit. Want naast herkenbare wiskunde en formules bevat het werk ook formuleringen en ideeën die tegenwoordig niet meer gangbaar zijn, en die eerder verwondering dan herkenning zullen oproepen. Het nawoord van Henk Bos gaat in op deze spanning. Bos stelt terecht dat het voor een goed begrip belangrijk is om niet enkel de blijvende resultaten te beschouwen, maar om ook aandacht te schenken aan de vraagstukken die tijdens het leven van Descartes in het middelpunt van de wiskundige belangstelling stonden. Dit waren immers de vraagstukken die Descartes motiveerden om zijn werk te schrijven. Volgens Bos gaat het hierbij om twee grote kwesties: (1) Hoe mag men een meetkundig probleem oplossen als passer en liniaal niet lijken te voldoen?, en (2) Het ontbreken van een algemene methode voor het oplossen van meetkundige problemen. In een uitermate helder en scherpzinnig betoog zet Bos vervolgens uiteen hoe deze vraagstukken Descartes inspireerden en welke antwoorden Descartes heeft gevonden.

Het boek geeft de wiskundig geïnteresseerde lezer toegang tot een goede en leesbare moderne Nederlandse vertaling van Descartes' *la Géométrie*. Het inzichtelijke nawoord plaatst het werk in de tijd en geeft de lezer waardevolle handvatten om het werk beter te kunnen begrijpen en duiden.

Jantien Dopper



Kevin Houston
How to Think Like a Mathematician

Cambridge University Press, 2009
265 p., prijs £20.99
ISBN 9780521719780

De aanvang van een wiskundestudie gaat nogal eens gepaard met een cultuurschok veroorzaakt door onbekendheid met het wiskundig denken. Wiskundigen weten dat je wiskunde leert door het te doen, niet door te leren hoe je het moet doen als je het gaat doen. Het onderwijs moet wel zo zijn dat deze 'natuurmethode' het gewenste effect kan hebben. Daar ontbreekt het wel eens aan. Dat is de motivatie voor het schrijven van dit boek geweest. Er worden onderwerpen behandeld die de auteur in zijn studie gemist heeft: "I wish someone had told me that earlier."

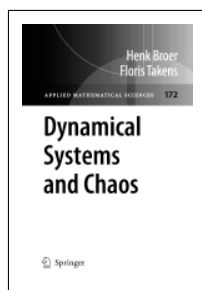
Dit boek heeft een ondertitel: 'A Companion to Undergraduate Mathematics'. Het is bedoeld als hulp bij de studie, niet om zo een nieuw wiskundevak te introduceren. Het gaat over de taal der verzamelingen en functies, hoe wiskundeteksten te lezen, het logisch redeneren, definities, stellingen, bewijzen. Het besluit met enige wiskunde waar alle wiskundigen vertrouwd mee moeten zijn, zoals het algoritme van Euclides, modulo rekenen, de begrippen injectief en surjectief. Als het goed is, is er in het eerste semester van een wiskundeopleiding minstens één vak waarbij je je dit allemaal al doende eigen maakt. Werkcolleges zijn daarbij onmisbaar. Let wel: ik bedoel een echt wiskundevak. Is er zo'n vak, dan is dit boek niet nodig.

Voor iemand met enige ervaring in het geven van wiskundeonderwijs zijn veel adviezen in dit boek zeer herkenbaar: over het gebruik van

implicaties, over de rol van voorbeelden en tegenvoorbeelden, over de betekenis van ‘als’ in een definitie, en nog heel veel meer. Over het algemeen zijn het waardevolle adviezen. Een paar niet zo heel belangrijke zaken vind ik wat minder gelukkig. Zelf hamer ik er altijd op dat het symbool $\Rightarrow$ niet als ‘dus’ moet worden gebruikt. De auteur gebruikt het wel op die manier, hoewel hij de echte betekenis ervan goed geeft. Hij adviseert om uitspraken die moeten gelden voor alle natuurlijke getallen te bewijzen met volledige inductie. Een beter advies lijkt mij om als het even kan volledige inductie niet te gebruiken. Voor veel studenten is het gebruik van volledige inductie een soort pavlovreactie, en dat geldt ook voor het bewijzen uit het ongerijmde.

Een waardevol boek voor studenten van een wiskundeopleiding die wat te wensen overlaat. Ervaart een tweedejaars student deze tekst als leerzaam, dan heeft hij/zij wel wat gemist.

Frans Keune



Henk Broer, Floris Takens
Dynamical Systems and Chaos

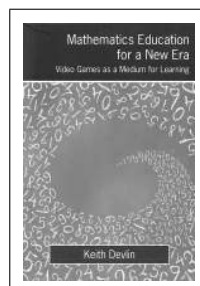
Applied Mathematical Sciences, Volume 172
Springer, Heidelberg, 2011
xvi + 313 p., prijs €63,55
ISBN 9781441968692

A brief introduction in the contents of this book can be found at the back cover: “Over the last four decades there has been extensive development in the theory of dynamical systems. This book starts from the phenomenological point of view reviewing examples. Hence the authors discuss oscillators, like the pendulum in many variations including damping and periodic forcing, the Van der Pol System, the Henon and Logistic families, the Newton algorithm seen as dynamical system and the Lorenz and Rossler system are also discussed. The phenomena concern equilibrium, periodic, multi- or quasi-periodic and chaotic dynamics as these occur in all kinds of modeling and are met both in computer simulations and in experiments. The application areas vary from celestial mechanics and economical evolutions to population dynamics and climate variability. The book is aimed at a broad audience of students and researchers. The first four chapters have been used for an undergraduate course in Dynamical Systems and material from the last two chapters and from the appendices has been used for master and PhD courses by the authors. All chapters conclude with an exercise section. One of the challenges is to help applied researchers acquire background for a better understanding of the data that computer simulation or experiment may provide them with the development of the theory.”

Indeed this positions the text well and forms, together with the reputation of the authors, an excellent motivation to study the book. There are today numerous books dealing with either dynamical systems and/or chaos but this one stands out in many ways. Its scope, depth and breath give it a feeling of a must read. However, the work falls short at one point, at least in my opinion, namely it attempts to be complete. Appendices of a few pages covering topology or differentiable manifolds or measure theory seem too ambitious for non-experts. In the same vain, I was surprised to see some typical partial differential equations reviewed, albeit the book mostly focuses on the more common ordinary differential equation type of systems. The exercises per chapter run from simple and straightforward to extended research questions forming time-consuming open challenges for the interested reader. All

in all a great text written in a very good style for which the authors deserve to be complemented. It is with sadness to mention that Floris Takens passed away before this book was finally delivered to the scientific community; it definitely forms a lasting account of some of his work on dynamical systems and chaos.

Henk Nijmeijer



Keith Devlin

**Mathematics Education for a New Era:
Video Games as a Medium for Learning**

A.K. Peters, Ltd/CRC Press, 2011
xiii + 203 p., prijs £26.99
ISBN 9781568814315

Recent bracht Keith Devlin (Stanford Universiteit), bekend van zijn nieuwsbrief en popularisering van de wiskunde, met zijn bedrijf Innertubegames een computerspel (app) voor de iPad uit genaamd Wuzzit Trouble (innertubegames.net). De game heeft verbanden met, zonder dit te benoemen, lineaire Diophantische vergelijkingen en bouwt voort op principes in Devlins boek over computerspellen en wiskunde, waarin Devlin uitlegt waarom computerspellen een ‘ideaal’ medium zijn om wiskunde in het voortgezet onderwijs aan te leren. Het boek behandelt in twaalf hoofdstukken onderwerpen als straatwiskunde in Brazilië, wiskundig denken, computerspellen en hoe deze kunnen bijdragen aan het leren van wiskunde, en eindigt met aanwijzingen voor succesvolle onderwijskundige computerspelletjes. Het boek heeft twee doelstellingen: 1. Het starten van een discussie in de wereld van het wiskundeonderwijs hoe deze voordeel kan halen uit de mogelijkheden van games in het onderwijs. 2. De lezer ervan te overtuigen dat goed ontworpen games een belangrijke rol gaan spelen in ons toekomstige wiskundeonderwijs, vooral in het voortgezet onderwijs. Naar mijn mening slaagt Devlin in het eerste door er überhaupt een boek over te schrijven. De tweede doelstelling komt naar mijn mening minder uit de verf. Ten eerste hanteert Devlin een wat onduidelijke definitie van ‘mathematical thinking’: eerst is het ‘simplificeren’, vervolgens ‘wat een wiskundige doet’, daarna weer wat anders. Gelukkig houdt Devlin wat slagen om de arm en ontkracht hij zijn eigen uitspraken later weer. Helaas boet daarmee ook de kracht van het betoog in. Bij tijd en wijle komt het boek over als een losse verzameling uitspraken die in dienst staan van de rode draad door het boek. Ten tweede is het boek erg gericht op de Verenigde Staten. Regelmatig worden impliciet uitdagingen in het wiskundeonderwijs in de Verenigde Staten beschreven, die in Europa wellicht minder relevant zijn. Dit verklaart misschien ook het overmatige gebruik van superlatieven als ‘het perfecte medium’. Bij dergelijke boude uitspraken verwacht je een goede onderbouwing. Dit is niet altijd het geval, bijvoorbeeld als Devlin het heeft over “to young players who have grown up in an era of multimedia multitasking, this is no problem at all” (p. 141) of “In fact, technology has now rendered obsolete much of what teachers used to do” (p. 181). Devlins ervaringen met de game World of Warcraft zijn aardig, maar anekdotisch en eenzijdig, aangezien er meer soorten games zijn. Daarnaast valt hieraan ook te zien dat de gameswereld snel verandert, een nadeel van een papieren boek uit 2011. Devlin schreef een origineel, maar weinig onderbouwd, boek over een onderwerp dat maatschappelijk steeds actueler gaat worden. Als fervente speler van games zie ook ik hoe computerspellen de wereld hebben veroverd. Het zou prachtig zijn als wiskunde een fractie van de daarmee gemoeide motivatie, bronnen

en/of concentratie kan aanboren. Het is voor mij duidelijk dat dit alleen kan met behoedzaam en gedegen onderzoek. *Christian Bokhove*



G. Frei, P. Roquette unter Mitwirkung von F. Lemmermeyer (Hg.)

**Emil Artin und Helmut Hasse
Die Korrespondenz 1923–1934**

Universitätsverlag Göttingen, 2008

499 p., prijs € 37,00

ISBN 9783940344502

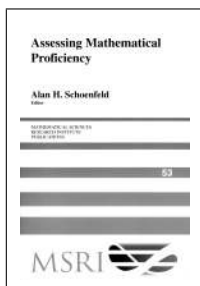
Dit boek is een vermeldenswaardige metgezel van het boek getiteld *Helmut Hasse und Emmy Noether, Die Korrespondenz 1925–1935* dat in NAW 5/8, september 2007, p. 231, gerecenseerd staat. De opzet van het huidige boek is ongeveer gelijk aan die van zijn voorganger, maar er zijn verschillen. Zo is dit boek opgedeeld in drie stukken.

In het eerste stuk, getiteld 'Vorspann' (58 pagina's) treffen we een overzicht aan van Artins leven en werk, vergezeld van een bijzonder goede inleiding over het tijdsgewricht en de personen die daarbij een rol spelen. Dan komen herinneringen aan Hasse aan bod, zoals beleefd door Frei, en vervolgens een stevige dot wiskunde over reciprociteitsstellingen voor machtesten en over klassenlichamentheorie. Tot slot van het eerste stuk wordt een chronologisch overzicht van ontwikkelingen ervan gegeven en uitgewerkt.

In het tweede stuk, getiteld 'Die Briefe' (397 pagina's) treffen we de 49 brieven van Artin aan Hasse aan; in omgekeerde richting schijnt alles verloren gegaan te zijn, maar vaak is duidelijk, vanwege het geschrevene in de richting Artin naar Hasse, wat de inhoud geweest zou hebben kunnen zijn. Alles is voorzien van uitgebreid commentaar en essays door Frei, Roquette en Lemmermeyer. Het tweede stuk heeft eenzelfde opbouw als het eerdere boek. Ook hier passeren alle ontwikkelingsfasen en personages uit het betrokken tijdvak de revue, daar waar het de algebraïsche getaltheorie betreft. Excellent, commentaar van mijn zijde is feitelijk overbodig. Om in horecatermen te spreken: vijf sterren, eenzame klasse.

Het derde, laatste, stuk bevat een namenoverzicht van de personen die in het boek voorkomen (5 pagina's), een trefwoordenregister (10 pagina's), een literatuuroverzicht (28 pagina's) en een bladzijde met gegevens over figuren.

Al dit moois kan men kosteloos downloaden, maar veel beter en logischer is het om dit boek als écht boek zelf aan te schaffen. *Robert van der Waall*



Alan H. Schoenfeld (ed.)

Assessing Mathematical Proficiency
Mathematical Sciences Research Institute Publications 53

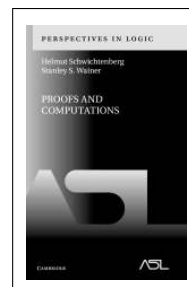
Cambridge University Press, 2007

391 p., prijs £21.99

ISBN 9780521697668 (Paperback)

In Nederland woedt de laatste jaren een felle discussie over de wiskundige vaardigheden die in het onderwijs aangeleerd worden en hoe deze getoetst moeten worden. In het heetst van deze strijd wordt nog wel eens de indruk gewekt dat hier sprake is van ontwikkelingen die uniek

zijn voor ons land en voor deze tijd. Het kan dan verfrissend zijn om eens over de muren van tijd en plaats te kijken. Dit kan onder andere met het boek *Assessing Mathematical Proficiency* (Toetsen van wiskundige vaardigheden), een conferentiebundel onder redactie van Alan Schoenfeld, met bijdragen van wiskundigen, onderwijsonderzoekers, toetsontwikkelaars en beleidsmakers over het toetsen van wiskundige vaardigheden. Een belangrijke aanleiding voor de conferentie was de invoer in de Verenigde Staten van landelijke onderwijsstandaarden en bijpassende gestandaardiseerde toetsen onder de wet No Child Left Behind (volgens Sir Ken Robinson het tegenvoorbeeld voor de stelling dat Amerikanen geen gevoel voor ironie hebben...). De belangen van deze toetsen voor leerlingen, leraren, scholen en beleidsmakers zijn bijzonder groot. Dit leidt tot twee elkaar versterkende processen. Ten eerste worden hierdoor zeer hoge eisen gesteld aan de validiteit en betrouwbaarheid van deze toetsen waardoor alleen die aspecten van wiskundige vaardigheid getoetst worden die op die manier getoetst kunnen worden. Vervolgens ontstaat er een grote druk op leraren om alleen deze aspecten in het onderwijs terug te laten komen (teaching to the test). In het boek wordt stilgestaan bij de vraag waaruit wiskundige vaardigheid bestaat, welke vormen van toetsing passen bij welke aspecten van wiskundige vaardigheid en hoe je deze toetsing zo kunt organiseren dat leerlingen en leraren ervan leren. Dit alles wordt rijk geïllustreerd aan de hand van voorbeelden uit de toetspraktijk van verschillende scholen (primair en voortgezet onderwijs) in verschillende landen. Een van de meest inzichtelijke voorbeelden is het transcript van een interview van Deborah Ball met een leerling over zijn kennis van breuken, waarin duidelijk wordt wat er allemaal bij komt kijken om breuken te begrijpen en ermee te kunnen rekenen. Dit is een complexiteit waaraan een gestandaardiseerde toets (alleen) geen recht doet. Het is ook deze complexiteit die soms ontbreekt in de discussie hier te lande. *Willem Hoekstra*



Helmut Schwichtenberg,
Stanley S. Wainer
Proofs and Computations
Perspectives in Logic

Cambridge University Press, 2012

xiii + 465 p., prijs £55.00

ISBN 9780521517690

We zouden heel blij moeten zijn met dit boek. Hoewel er op het gebied van de Bewijstheorie aardig wat op de markt is, ken ik geen ander boek waarin *alle* klassieke resultaten van deze discipline worden behandeld; en dat bovendien zonder de doorgaans loodzware notaties waar de meeste auteurs niet buiten lijken te kunnen. Het is ook leesbaarder dan *Basic Proof Theory* van Troelstra en Schwichtenberg (dat overigens een heel andere invalshoek heeft).

Bewijstheorie is de studie van *formele bewijzen*, dat zijn structuren die volgens stricte regels zijn opgebouwd en die wiskundige redeneringen weergeven. Een van de eerste resultaten is dat zulke structuren altijd zijn te transformeren tot een zogenaamde *normaalkvorm*. Uit een formeel bewijs in normaalvorm valt vaak veel meer informatie te halen dan alleen de wetenschap dat de conclusie een ware uitspraak is: vaak kan men uit zo'n bewijs ook een *algoritme* construeren. Formele bewijzen kunnen worden geanalyseerd vanuit het oogpunt van *complexiteit*, en een moderne toepassing van formele bewijsstructuren is dat ze gegenereerd kunnen worden door computers: het terrein van de

'automated theorem proving'. De bewijstheorie vindt zijn oorsprong in het denken van David Hilbert, en voor een razendsnelle introductie verwijs ik de lezer naar Benno van den Bergs lichtvoetige artikel 'Hilbert en de bewijstheorie' in NAW 5/14, maart 2013.

In de eerste vijf hoofdstukken komen grofweg aan de orde: formele bewijsbomen met natuurlijke deductie (geïntroduceerd door Gentzen), normalisatie en de stelling van Herbrand (die merkwaardigerwijs niet als zodanig wordt genoemd), de theorie van algoritmen à la Turing (recursietheorie), de Onvolledigheidsstellingen van Gödel, Gentzens analyse van de consistentie van eerste-orde-rekenkunde via het ordinaalgetal ε_0 , en uitbreidingen hiervan tot subsystemen van tweede-orde-rekenkunde.

In het laatste deel komen recentere ontwikkelingen ter sprake die te maken hebben met constructieve wiskunde: abstracte berekenbaarheid in hogere typen middels 'information systems', 'realizability' en de Dialectica-vertaling, Gödels systeem T . Over dit deel ben ik wat minder enthousiast: de presentatie weerspiegelt de hobby's van de auteurs, en een hoop van dit materiaal is ook goed te vinden in andere, oudere publicaties (zoals het onvolprezen *Metamathematical Investigation of Intuitionistic Arithmetic and Analysis* onder redactie van Troelstra (Springer Lecture Notes in Mathematics 344, 1973). Verder kunnen we een behandeling van realizability die het standaardwerk *Realizability: an Introduction to its Categorical Side* (Studies in Logic, vol. 152, North-Holland, 2008) van ondergetekende niet eens *noemt*, natuurlijk niet serieus nemen...

Zeker, als de auteurs in hun voorwoord zeggen dat het eerste deel (hoofdstukken 1 t/m 3) de basis zou kunnen zijn voor een éénjarige cursus op masterniveau, dan ben ik dat met ze eens. Mits kundig begeleid.

Want als we in detail naar de behandeling van een aantal onderwerpen kijken, dan valt toch op dat het de lezer niet altijd even makkelijk wordt gemaakt. Allereerst is de stijl nogal stroef, wat mogelijk te maken heeft met de leeftijd van de auteurs (beiden emeriti). Zo begint sectie 1.1 (Natural deduction) met het weinig verhelderende "Rules come in pairs" (ik moet hier denken aan wijlen Professor Löb, een van de twee personen aan wier nagedachtenis dit boek is opgedragen, en van wie ik ook nog even college gehad heb; diens dictaat Logica begon met het kryptische "zij ϕ een tekenrijtje"). Soms is er sprake van onnodig moeilijk gedoe: de "transfinite induction on the well-founded partial order $\rightarrow^+$ " kan gemakkelijk vervangen worden door gewone inductie over natuurlijke getallen. Het gebruik van niet-gedefinieerde (en geen precieze betekenis hebbende) pseudo-wiskunde als 'local maximum' in de behandeling van normalisatie, is oninformatief. De intuïtief bedoelde uitleg van een bewijs in normaalvorm als bewijs dat "does not make detours" (p. 20) is regelrecht misleidend, omdat we later zullen zien dat zulke bewijzen vaak veel langer zijn dan niet-normale bewijzen!

Behalve dat, worden begrippen regelmatig al gebruikt voordat ze gedefinieerd zijn (of zonder dat er ergens een definitie staat). Een paar voorbeelden: het begrip 'normal derivation' wordt gebruikt op p. 28 terwijl de Index hiervoor p. 40 geeft, waar men overigens de definitie niet vindt. In hoofdstuk 4 wordt op p. 154 een argument 'by inversion' gebruikt zonder nadere verklaring. Dit is een begrip dat voortkomt uit snede-eliminatie, maar dat is nu juist iets dat nog niet behandeld is. Op p. 162 vinden we ' ε_0 -recursive functions' zonder vooruitwijzing naar de plaats waar ze ingevoerd worden.

Ik zou hiermee door kunnen gaan, maar dat zou niet fair zijn. Ik ben werkelijk erg blij met dit boek.

Jaap van Oosten

Recent verschenen publicaties. Als u een van deze boeken wil bespreken of als u suggesties heeft voor andere boeken voor deze rubriek, laat dit dan per e-mail weten aan reviews@nieuwarchief.nl.



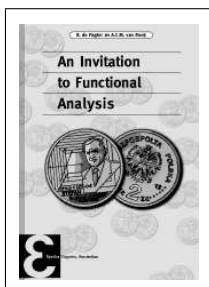
Fetsje Bijma, Marianne Jonker, Aad van der Vaart
Inleiding in de statistiek

Epsilon Uitgaven, deel 76, 2013
ISBN 9789050411356
www.epsilon-uitgaven.nl/E76.php



Dirk van Dalen
L.E.J. Brouwer – van Mystiek tot Wiskunde

Epsilon Uitgaven, deel 74, 2013
ISBN 9789050411332
www.epsilon-uitgaven.nl/E74.php



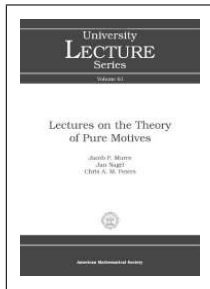
A.C.M. van Rooij, B. de Pagter
An invitation to functional analysis

Epsilon Uitgaven, deel 75, 2013
ISBN 9789050411349
www.epsilon-uitgaven.nl/E75.php



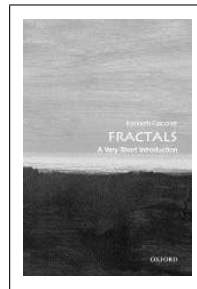
Barteld Kooi, Hans van Ditmarsch
Honderd gevangenen en een gloeilamp

Epsilon Uitgaven, deel 73, 2013
ISBN 9789050411325
www.epsilon-uitgaven.nl/E73.php



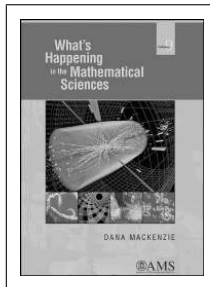
Jacob P. Murre, Jan Nagel, Chris A.M. Peters
Lectures on the theory of pure motives

American Mathematical Society, 2013
 ISBN 9780821894347
www.ams.org/bookstore-getitem/item=ulect-61



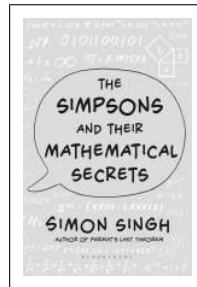
Kenneth Falconer
Fractals: A Very Short Introduction

Oxford University Press, 2013
 Very Short Introductions
 ISBN 9780199675982
ukcatalogue.oup.com/product/9780199675982.do



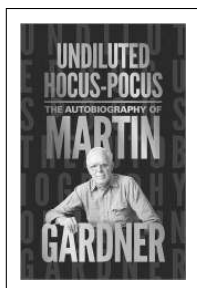
Dana Mackenzie
What's Happening in the Mathematical Sciences, Volume 9

American Mathematical Society, 2013
 ISBN 9780821887394
www.ams.org/bookstore-getitem/item=happening-9



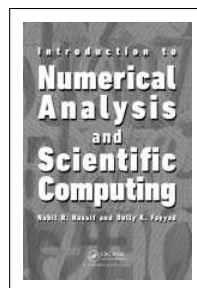
Simon Singh
The Simpsons and Their Mathematical Secrets

Bloomsbury Publishing, 2013
 ISBN 9781408835302
www.bloomsbury.com/9781408835302



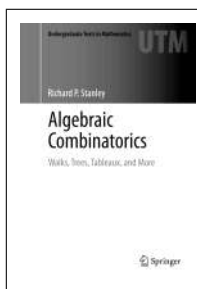
Martin Gardner
Undiluted Hocus-Pocus: The Autobiography of Martin Gardner

Princeton University Press, 2013
 ISBN 9780691159911
press.princeton.edu/titles/10066.html



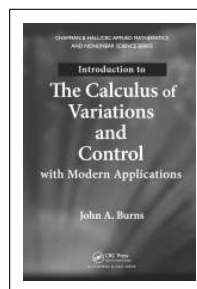
Nabil Nassif, Dolly Khuwayri Fayyad
Introduction to Numerical Analysis and Scientific Computing

Taylor & Francis, 2013
 ISBN 9781466589483
www.taylorandfrancis.com/9781466589483



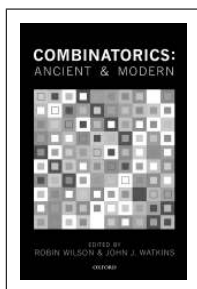
Richard P. Stanley
Algebraic Combinatorics

Springer, 2013
 Undergraduate Texts in Mathematics
 ISBN 9781461469971
www.springer.com/978-1-4614-6997-1



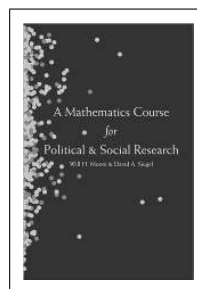
John A. Burns
Introduction to the Calculus of Variations and Control with Modern Applications

Taylor & Francis, 2013
 ISBN 9781466571396
www.taylorandfrancis.com/9781466571396



Robin Wilson, John J. Watkins
Combinatorics: Ancient & Modern

Oxford University Press
 ISBN 9780199656592
ukcatalogue.oup.com/product/9780199656592.do



Will H. Moore, David A. Siegel
A Mathematics Course for Political and Social Research

Princeton University Press, 2013
 ISBN 9780691159171
press.princeton.edu/titles/10143.html