

Bennie Mols

wetenschapsjournalist, Amsterdam

benniemols@gmail.com

Maatschappij Studiegroep Wiskunde met de Industrie 2011

Was de doodrijder ook een hardrijder?

Het Nederlands Forensisch Instituut wordt regelmatig gevraagd om de snelheid te schatten die een auto had voordat hij botste met een andere auto. Wat is daarvoor de beste methode, gegeven alle onzekerheden in de relevante botsingsparameters? Het NFI legde dit probleem voor aan de Studiegroep Wiskunde met de Industrie.

Deelnemers van de studiegroep

Geert Greven (VU)
Wouter Kager (VU)
Ivan Kryven (UvA)
Keith W. Myerscough (CWI)
Timo van Opstal (TU/e)
Thomas Rot (VU)

Midden op de snelweg staan twee ingedeukte auto's. Duidelijk *total loss* door een kopstaartbotsing. Alle inzittenden zijn net zwaar gewond met ambulances afgevoerd. Er staat een remspoor van dertig meter op de weg. Het lijkt erop dat ergens halverwege de botsing heeft plaatsgevonden. Als de achteropkomende bestuurder te hard heeft gereden, dan kan de rechtbank hem veroordelen tot een gevangenisstraf. Maar dan moet ze wel voldoende bewijs hebben. Het Nederlands Forensisch Instituut (NFI) wordt daarom gevraagd om zo nauwkeurig mogelijk te bepalen hoe hard de auto reed voordat hij begon te remmen of voordat hij botste, in het geval dat hij niet remde.

In theorie is dit een eenvoudig terugrekenprobleem uit de klassieke mechanica dat met de wetten van behoud van impuls en behoud van energie opgelost kan worden: bepaal uit een bekende eindtoestand de onbekende begintoestand. Voor dit terugrekenen is echter veel informatie nodig: onder andere de lengte van het remspoor, de massa van het voertuig voor de botsing, de vertraging tijdens de remweg en de hoeveelheid energie die in het

vervormen van de auto's tijdens de botsing is gaan zitten. Typisch is er te weinig informatie over de eindtoestand om deze nauwkeurig te kunnen reconstrueren.

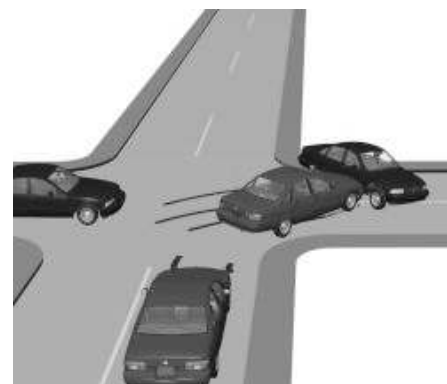
“De lengte van de remweg is nauwkeurig te meten”, vertelt NFI-onderzoeker Aart Spek. “Maar hoe zit het met de remvertraging? Op stroef asfalt kan dat wel 9 m/s^2 zijn, terwijl het op een glad wegdek 6 m/s^2 kan zijn. Maar hoe stroef was het werkelijke asfalt? En wat was de massa van het voertuig voor de botsing? De inzittenden liggen in het ziekenhuis, dus hun massa moet worden geschat. Hetzelfde geldt voor de hoeveelheid brandstof die na de botsing uit de tank is weggelekt. De hoeveelheid energie die in de botsing is gaan zitten, schatten we zo goed mogelijk door de vervorming te vergelijken met die van gecontroleerde botsingsproeven waarvan de gegevens exact bekend zijn. Maar de onzekerheid in de vervorming is een stuk groter dan die in de lengte van het remspoor.”

Het NFI moet de extra informatie die nodig is om het terugrekenprobleem op te lossen zo goed mogelijk zien te schatten. Dat leidt tot een statistische verdeling voor de waarde die elke botsingsparameter kan aannemen. De state-of-the-art-methode waarmee het NFI dit probleem oplost heet MC Crash. MC Crash combineert een deterministisch fysisch botsingsmodel (PC Crash), dat de wetten van behoud van impuls en energie gebruikt, met een statistische verdeling voor de botsingsparameters. Met de Monte Carlo-methode worden enkele miljoenen parametersets getrokken uit de statistische verdeling van alle pa-

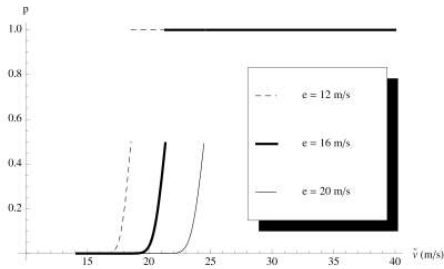
rameters. Voor elke getrokken parameterset voert het NFI een simulatie uit in het fysische botsingsmodel.

PC Crash rekent nu voor elke getrokken parameterset een eindtoestand uit. Wanneer de berekende eindtoestand niet past bij de ongevalssporen, dan wordt de gebruikte parameterset verworpen en anders wordt hij geaccepteerd als een mogelijke parameterset van de echte botsing. De precieze selectiecriteria voor acceptatie of verwerping van een parameterset worden door experts gekozen en kunnen van geval tot geval een beetje verschillen. Ze bevatten bovendien meestal maar een deel van de beschikbare informatie. Zo kan een expert er voor kiezen om alleen de eindpositie van slechts één auto mee te nemen, wanneer de eindpositie van de andere auto onzeker is, bijvoorbeeld omdat hij na de botsing tot stilstand is gekomen in een greppel in plaats van op een rechte weg door de wrijving met het asfalt tot stilstand te zijn gekomen.

“Het probleem dat we aan de studiegroep hebben voorgelegd,” vertelt Spek, “gaat over de keuze van die selectiecriteria. Wat is de invloed van de selectiecriteria op de betrouw-



Simulatie van een crash



NFI-evidence: p-waarden als functie van de snelheid

baarheid waarmee we de beginsnelheid van de auto schatten? Leidt een bepaalde manier van schatten bijvoorbeeld tot een te conservatieve inschatting van de betrouwbaarheid van de beginsnelheid? Wij hebben het idee dat onze eigen aanpak tot een conservatieve schatting van het betrouwbaarheidsinterval voor de beginsnelheid leidt. Klopt dat idee?”

Statistische toets

“Een week was veel te kort om de NFI-methode volledig te doorgronden”, vertelt Wouter Kager, universitair docent kansrekening aan de Vrije Universiteit Amsterdam. “Er zaten voor ons te veel technische kanten aan, die te maken hebben met hoe het NFI de kansverdelingen van allerlei parameters van de auto’s bepaalt. Hun methode is in hoge mate een ingenieursmethode, eerder dan een zuiver wiskundige methode. En dat maakte het voor ons te lastig om op hun oorspronkelijke vraagstelling in te gaan. Wij hebben daarom het probleem gemodelleerd op een manier die zoveel mogelijk abstraheert van alle technische details, en zijn zo op een alternatieve methode uitgekomen.”

Het NFI wil weten wat de kansverdeling voor de beginsnelheid is, gegeven de meting van de toestand na de botsing. Het wiskundige model zegt echter iets over de verdeling van de output, gegeven een input. Volgens de Bayesiaanse statistiek is er voor de omkering van deze argumentatie een *prior* nodig: een eerste aanname over de snelheidsverdeling vóór de botsing. Het NFI gebruikt inderdaad zo’n prior, maar de wiskundigen vonden het problematisch om er zomaar eentje aan te nemen, zonder daar gegronde redenen voor te hebben. Daarom bekeken ze een alternatieve methode die geen prior nodig heeft: een statistische toets, de *Statistical Significance Testing*.

Kager: “Onze toetsingsmethode berekent voor elke inputsnelheid hoe onwaarschijnlijk het is dat we een eindtoestand meten zoals die is gemeten. Die waarschijnlijkheid drukken we uit in een *p*-waarde. De *p*-waarde van een bepaalde hypothese over de inputsnel-

heid is de maximale kans op een meting die minstens zo extreem is als wat er werkelijk is gemeten onder die hypothese. Met deze methode tasten we als het ware het hele snelheidsveld van mogelijke beginsnelheden af.”

Kager en zijn collega-wiskundigen hebben voor een eenvoudig rekenvoorbeeld de *p*-waarde berekend van de hypothese dat de beginsnelheid onder een bepaalde maximale waarde ligt, als functie van die maximale waarde. Dat levert typisch een grafiek op waarbij *p* heel lang 0 blijft en opeens vrij snel toeneemt naar 1. Vervolgens blijft *p* ook 1, hoe hoog de snelheid ook wordt. Kager: “Stel, de echte botsingsnelheid was 50 km/uur. Dan is *p* onder de aanname van een maximale beginsnelheid van 10 km/uur heel klein. Bijvoorbeeld vanaf 40 km/uur zie je *p* dan snel stijgen. Bij bijvoorbeeld 60 km/uur is *p* gelijk aan 1 geworden. De grafiek suggereert dat de echte snelheid bij die scherpe overgang ligt, maar dat hoeft niet zo te zijn. Het zegt alleen dat wat er is gemeten erg onwaarschijnlijk is onder de aanname van een lagere botsingsnelheid.”

Ten slotte analyseerde de studiegroep ook nog hoe groot de invloed is van het feit dat sommige botsingsparameters (zoals de vervormingsenergie tijdens de botsing) veel onzekerder zijn dan andere (zoals de lengte van de remweg). “We vonden hier dat wat je ook precies verwacht: wanneer bijvoorbeeld de vervormingsenergie klein is ten opzichte van de energie vóór de botsing, dan is het niet erg dat de onnauwkeurigheid in de vervormingsenergie vrij groot is. Maar wanneer de vervormingsenergie groot is ten opzichte van de energie voor de botsing, is het wel erg.”

Wel of geen prior – dat is de vraag

“De wiskundigen geven aan dat het niet mogelijk is om op zuiver wiskundige wijze in de context van het botsingsprobleem de waarschijnlijkheid van de beginsnelheid te bepalen”, vat NFI-onderzoeker Aart Spek de belangrijkste conclusie in zijn eigen woorden samen. “Onze oorspronkelijke vraag aan hen valt daarom binnen een methode die zij niet geëigend vinden. Dat is de reden dat ze niet hebben kunnen ingaan op de oorspronkelijke vraag die wij aan ze hadden. Dat vind ik jammer, maar vanuit die optiek wel begrijpelijk.”

Het NFI begint met de aanname dat elke beginsnelheid a priori even waarschijnlijk is. Dat is een keuze. Andere keuzen zijn ook mogelijk. Uit onderzoek is bijvoorbeeld bekend dat elke snelheidstoename met vijf kilometer per uur de ongevalskans ongeveer verdubbelt. Op grond van het gegeven dat de auto

heeft gebotst, zou je dus ook kunnen redeneren dat hogere snelheden op voorhand (a priori) waarschijnlijker te achten zijn dan lagere snelheden. Dat zou dan dus een andere prior opleveren dan wij gebruiken. In onze rapportage aan de rechtbank geven we daarom duidelijk aan welke prior wij gebruiken, en ook dat we op verzoek van een andere prior uit zouden kunnen gaan.

“Als ik het verhaal van de wiskundigen goed begrijp,” zegt Spek, “dan zeggen ze het volgende: wij zoeken een methode die onafhankelijk is van een aanname over de beginsnelheid, de prior. Een prior is dat wat men op voorhand meent te weten over de vraag die wordt gesteld: de snelheid. De praktijk in de forensische wereld is dat wij informatie geven aan de rechtbank en dat de rechtbank vervolgens haar mening over de verdachte update. Die mening kan gebaseerd zijn op kennis die de rechtbank over de verdachte heeft. Is het iemand die nooit eerder is veroordeeld voor te hard rijden of is iemand al vaker veroordeeld voor te hard rijden? Vanuit wiskundig oogpunt kan de kritiek luiden: hoe kan de rechtbank nou een toepasselijke prior hebben? Dat is een relevante vraag, waarover ook wel wordt gediscussieerd, maar in het huidige juridische model werkt het wel zo. Wij als NFI acteren binnen dat model.”

Spek: “De methode die de studiegroep ontwikkeld heeft, is een minimalisatiemethode. We hebben indertijd niet voor dergelijke methoden gekozen vanwege het gevaar te blijven hangen bij een lokaal minimum en het lokale minimum aan te zien voor een globaal minimum. Dat was een decennium terug — goede algoritmen voor globale optimalisatie liepen toen spaak op enorme rekentijden. We hebben gesproken met Wouter Kager en Thomas Rot van de studiegroep om een nog beter inzicht te krijgen in wat hun bevindingen betekenen voor onze methode. Nu onderzoeken we of en in welke mate we de bevindingen van de studiegroep kunnen gebruiken om onze methode verder te verbeteren. We zijn het er in elk geval volledig over eens dat we in onze rapporten duidelijk en transparant moeten zijn over de gebruikte prior.”

Dit is een verslag van de Studiegroep Wiskunde met de Industrie 2011, van 24–28 januari op de VU in Amsterdam. Voor de bijbehorende wetenschappelijke publicatie, waarin de gebruikte wiskundige modellen en methoden uitvoerig staan beschreven, verwijzen we u naar de website www.few.vu.nl/~swi2011.