

In deze rubriek worden lezers door de redactie uitgenodigd te reageren op recent in dit blad verschenen artikelen.

Redacteur: Ferdinand Verhulst
 derdewet@nieuwarchief.nl

Het onderstaande is een reactie op het artikel 'Vierkant verkeerd' in de nieuwsrubriek van het NAW-juninummer van 2011.

Leonardo in de fout?

Onder de kop 'Homo universalis Da Vinci is ook maar een gewoon mens' verscheen in het *Algemeen Dagblad* (24-3-2011) een bericht van de heer Rinus Roelofs, die in een tekening van Leonardo een fout ontdekte. Het bericht is overgenomen door het Belgische tijdschrift *Eos* (april/mei), het *Nieuw Archief voor Wiskunde* (juni), de *Scientific American* (29-3-2011) en misschien nog door andere media.

Na grondige overweging en gezaghebbende consultaties, wijst Roelofs erop dat de onderste top van de Leonardo-tekening niet een viervlakstop, maar een drievlakstop van een tetraëder dient te zijn. Heeft hij gelijk? Twijfel is gerechtvaardigd.

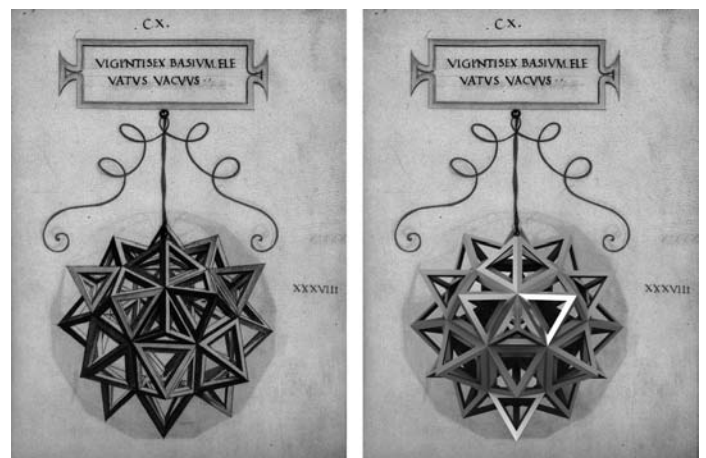
De confrontatie

Zie Figuur 1. Een parabel moge de spraakverwarring illustreren. Een vermaard schilder, Leendert, had een ezel geschilderd, voortreffelijk, een trompe-l'œil, hij zou zo uit de lijst kunnen stappen. Een andere schilder, een scherpzinnig observeerder, Rijndert zei: "Jawel, mooi, maar fout, want een paard heeft niet zulke lange oren." En Leendert, schouderophalend: "Hij heeft blijkbaar nooit een ezel gezien."

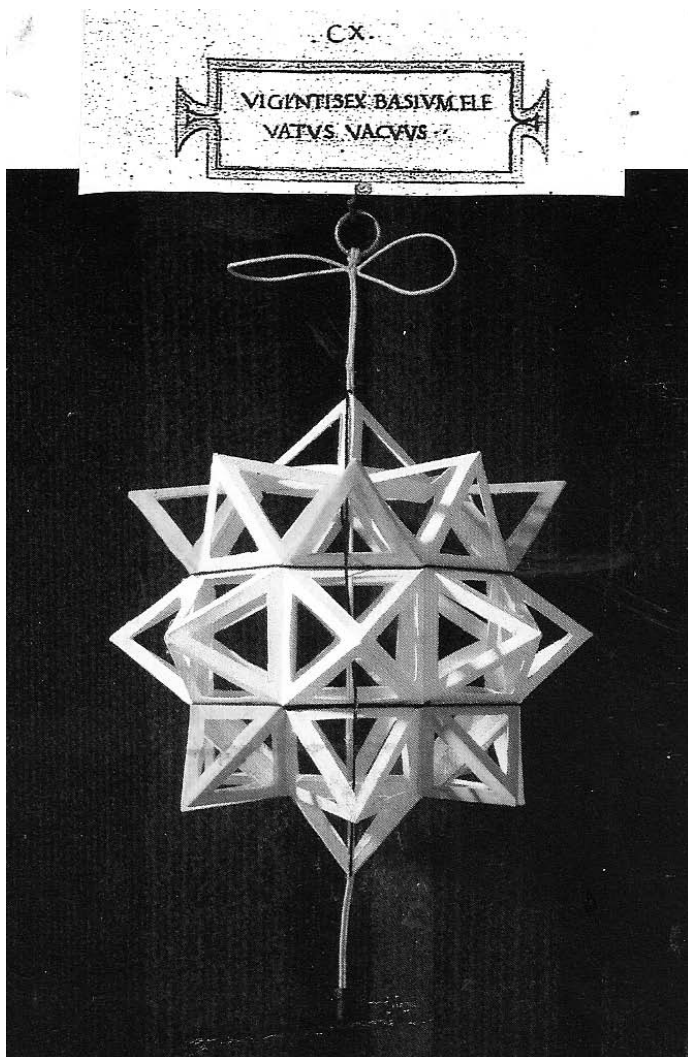
De klassieke basis van de ster is een tweemaal afgeknotte kubus, ofwel een rombokuboctaëder (Euler-formule: $26 + 24 - 48 = 2$), onbetwijfeld uitgangspunt voor de beoogde stervormige rombokuboctaëder (Euler: $50 + 96 - 144 = 2$). Maar er bestaat een variant: de pseudo-rombokuboctaëder, waarvan gewag is gemaakt in het vermaarde boek *Polyhedron Models* van Magnus J. Wenninger (1971), zie Nr. 13, p. 27: de *Pseudo-Rhombicuboctahedron*. Deze 'pseudo' heeft precies dezelfde Eulerformule: $26 + 24 - 48 = 2$, en gelijke cijfercodes. Misschien zou *Para-Rhombicuboctahedron* een betere benaming kunnen zijn.

Nomenclatuur

Er is in het algemeen nog een aanzienlijke verscheidenheid van naamgevingen, welke tot spraakverwarring kan leiden: verkorte aanduidingen, beschrijvende definities, nummercodes, soortnamen, sferisch, rombisch, semi-regulair, onvolledige kwalificaties, meerduidige typeringen en ten slotte al of niet een eigenaam, welke aan het onderhavige object vooralsnog ontbreekt. Ook ontbreekt er een uitputtende,



Figuur 1 Links de tekening (ets) die Leonardo maakte voor het boek van de monnik Luca Pacioli, *De Divina Proportione*. Het beknopte titelopschrift luidt 'Zesentwintig Basis Verhoogd Leeg'. Rechts de computerschets CAD van Rinus Roelofs, gecorrigeerd naar zijn zienswijze. Het titelopschrift is gehandhaafd, maar in moderne nomenclatuur mag het luiden: 'Stervormige Rombokuboctaëder'.



Figuur 2 Het papiermodel dat ondergetekende met plezier en toewijding heeft gemaakt om het reële bestaan van de Leonardoversie te bevestigen en waarbij geen stereometrische tegenspraak is ontmoet. De polyeder is verticaal een beetje omhoog gedraaid om de ophanging fysisch verantwoord weer te geven. De naam is steeds dezelfde als de voorgaanden, weliswaar een beetje ruim in de jas, hetgeen meerdere en hier onvermelde invullingen toestaat.

eenduidige en etymologisch verantwoorde definitie, die zoals gezegd ‘noodzakelijk en voldoende’ is, en recht geeft aan de stangenversie en de lege binnenruimte. Een naamvoorstel voor deze stervormige parakuboctaëder zou kunnen zijn ‘Il Poliedro Leonardesco’, in de hoop dat het KWG wil overwegen om deze titel officieel voor te dragen en te bevestigen. (Het model ‘Il Poliedro Leonardesco’ wordt bij deze aangeboden aan specifieke collecties.)

Overwegingen

Was het de opdracht om een ster te maken van de klassieke Archimedische kuboctaëder? Dat staat nergens expliciet zo gesteld en het schilderij van Luca Pacioli, waar een vage afbeelding van de polyeder is weergegeven is niet verplichtend, is zelfs verwarrend en maakt inderdaad de pseudo-interpretatie mogelijk.

Was de ‘pseudo-’ toentertijd bekend? Het schijnt pas veel later (17de eeuw?) geboekstaafd te zijn en de polemiek is nog steeds gaande of het de veertiende Archimedespolyeder genoemd zou mogen worden. Heeft Leonardo geweten waar hij mee bezig was of heeft hij werkelijk een vergissing gemaakt, die geen ‘fout’ bleek te zijn? Het zou niet het enige geval zijn waarbij een wetenschappelijke vergissing tot een

belangrijke ontdekking heeft geleid. En in dit geval was Leonardo dus een historische voorloper.

Is het niet aannemelijk dat Leonardo, uitvinder en ongetemd, ongeremd grensoverschrijder, nieuwe wegen onderzoekt? Reeds het feit dat hij een stangenfiguur biedt en de polyeder leeg maakt, toont dat hij steeds gebaande wegen vermijdt en *terra incognita* onderzoekt, in het geestelijk klimaat van het bruisende *quattrocento fiorentino*.

Akkoord: “Homo universalis is een gewoon mens” (het kleinerende ‘ook maar’ weggelaten), want in staat om fouten te maken, zoals in deze zelfde polyedertekening, namelijk: de as van de polyeder van de boventop naar de ‘foute’ benedentop ligt onder een hoek met het vlak van tekening, maar zou recht en verticaal onder de ophangspijker en in het verlengde van het koord moeten blijven. Desalniettemin: Ere wie ere toekomt!

*Lieuwe Op't Land, Ericeira, Portugal
(architect-ingenieur, kunstschilder en wiskundige)*

Het onderstaande is een reactie op het artikel ‘Komt onvermoeide arbeid alles te boven?’ door Kees Roos uit het NAW-decembernummer van 2011.

Het is onzeker of een onvermoeide arbeid alles te boven komt

In zijn afscheidsrede geeft Kees Roos, naast een terugblik op zijn loopbaan aan de TU Delft, een beschouwing over de juistheid van de lijfspreuk van het Koninklijk Wiskundig Genootschap: ‘Een onvermoeide arbeid komt alles te boven’. De titel van het stuk van Roos stelt deze spreuk als een vraag: ‘Komt een onvermoeide arbeid alles te boven?’ Zijn artikel besloeg echter tien bladzijden, en uit nieuwsgierigheid kopte ik meteen door naar de laatste alinea. De conclusie daar luidt: “Vanwege de onuitputtelijkheid (of onvolledigheid) van de wiskunde kan onze arbeid niet alles te boven komen. Bovendien geldt dit niet alleen de wiskunde, maar alle wetenschappen, want alle wetenschappen lijden aan het euvel onvolledig te zijn.”

Deze conclusie was meer dan voldoende om het gehele artikel met plezier te lezen. In grote lijnen onderschrijf ik deze conclusie van Roos. Echter er is een nuancering te maken, want in feite zijn er twee min of meer los van elkaar staande vragen.

De eerste vraag is of ons kennen van de wetenschap onvolledig is en ook altijd zal blijven. Ondanks alle grote progressie, vroeger, nu en in de toekomst, zal de wetenschap nooit klaar en af zijn. Iemand die dat wel zou beweren is overmoedig en te zeer onder de indruk van het menselijk kunnen en weten. Met Roos ben ik van mening dat de wetenschap onuitputtelijk is, en ons kennen ervan onvolledig moet blijven. Binnen de wiskunde met haar strak afgebakende axioma's volgt dit uit het werk van Gödel.

In hoeverre deze onvolledigheid van ons kennen evenzo voor andere wetenschappen, zoals bijvoorbeeld natuurkunde, sterrenkunde of psychologie, geldt lijkt een onbeslisbare vraag. Voor het zoeken naar een antwoord betreden we dan het terrein van de intuïtie. Mijn persoonlijke intuïtie in deze is gebaseerd op mijn joods-christelijke achtergrond. In Psalm 8 schrijft David: “U hebt hem (de mens) bijna een god gemaakt, hem bekroond met glans en glorie, hem toevertrouwd het werk van uw handen en alles aan zijn voeten gelegd.” Mijn intuïtie dat ons kennen onvolledig zal blijven is gebaseerd op dat woordje ‘bijna’. Zo ons kennen volledig zou zijn dan zou de mens aan God gelijk zijn. Maar dat laatste te menen is hoogmoed. Deze redenering is wat in de natuurkunde wel een heuristisch argument wordt genoemd. Geen absoluut bewijs maar wel plausibel. Het staat een ieder vrij om eenzelfde conclusie te trekken, gebaseerd op andere gronden, bijvoorbeeld vanuit de God van de islam of vanuit de God van Spinoza, of op humanistische gronden. Maar als men de conclusie onderschrijft dat ons kennen

onvolledig zal blijven, dan is het onderstaand antwoord op de tweede vraag duidelijk.

De tweede vraag is of dat deel van de wetenschap dat zich laat kennen dan misschien wel verkregen kan worden louter door een onvermoeide arbeid? Opnieuw binnen de wiskunde met haar strak afgebakende axioma's weten we door het werk van Turing dat voor oplosbare problemen we geen weet hebben hoelang we moeten doorzoeken voor een oplossing. Vanuit deze optiek is het binnen de wiskunde onzeker of een onvermoeide arbeid alles te boven komt.

Mijn tweede vraag betreft echter niet alleen de wiskunde maar is gesteld voor alle wetenschap. Het antwoord op deze tweede vraag is mijns inziens ontkenkend. Het zijn de bekende woorden van Einstein, dat hij zijn werk kon doen door 99 procent transpiratie en 1 procent inspiratie. Transpiratie staat hierbij synoniem voor een onvermoeide arbeid. Inspiratie is een lijntje van boven, en iets dat je gratis en wel voor niets krijgt. Inspiratie komt van 'in spiritus', dat letterlijk betekent 'in de geest' zijn. Dat kun je ervaren als een geschenk van God, maar evenzo heeft inspiratie zin buiten de religieuze kaders. Hans Kramers verwoordde het als volgt: "Of human things our intellect can only ten percent detect. The rest our stupid heart may know when its mysterious sources glow."

Je kunt je erop laten voorstaan dat ook die 1 procent inspiratie louter het gevolg is van je 99 procent transpiratie, en dat je het dus allemaal dankzij je onvermoeide arbeid hebt verkregen. Maar opnieuw komt mij dat voor als hoogmoed. De werking van ons brein is nog goeddeels *terra incognita*, en hoe inspiratie werkt, hebben we nog niet echt door. Vanwege bovenstaand antwoord op de eerste vraag zal ons kennen van het begrip inspiratie onvolledig blijven, en daarmee zal het nooit zeker zijn dat een onvermoeide arbeid voor 100 procent alles te boven komt.

Gert Heckman

Dankwoord

De schijver van dit stukje is Henk Barendregt erkentelijk voor een stimulerende discussie naar aanleiding van bovenstaande tekst.

Reactie Ferdinand Verhulst, redacteur 'De Derde Wet'

Het is interessant om in te gaan op de vraag of een onvermoeide arbeid alles te boven komt. Het gaat hierbij over wetenschap, denk vooral aan de wiskunde en de natuurwetenschappen.

Natuurlijk zijn deze wetenschappen zeer verschillend van aard. Wiskunde is een geesteswetenschap, de verschillende natuurwetenschappen kun je ook niet over een kam scheren. De natuurkunde bijvoorbeeld is een gedurfd mengsel van experimentele ervaringen en theoretische (vooral wiskundige) constructies dat opmerkelijk goed materiële verschijnselen voorspelt.

Wat de wiskundige grondslagen betreft, doet Gödel ons de das om als het gaat om volledige bewijsbaarheid, maar ik heb nooit gemerkt dat dit de vloed van wiskundige artikelen, meer dan 60.000 per jaar, heeft ingedamd.

Bij wiskunde zal elk nieuw en consistent stelsel van conventies een nieuw gebied in de wiskunde opleveren; je hoeft geen theologische argumenten aan te halen om in te zien dat daar geen einde aan komt. Wel kunnen bepaalde gebieden overbekend raken, denk aan de klassieke analytische meetkunde, maar die worden dan bijgezet in het museum van de wiskunde. Daarnaast kunnen we van een enkele eeuwen oud gebied als lineaire partiële differentiaalvergelijkingen nog niet eens zeggen dat we de contouren van een algemene theorie zien.

Bij de natuurwetenschappen ligt dat anders. Hier liggen eeuwenoude vragen over de kenbaarheid van de werkelijkheid, en of zulke kennis-vragen zinvol zijn. Henri Poincaré zegt er in *La Valeur de la*

Science dit over: "Wetenschap is allereerst een classificatie, een manier om feiten te benaderen en te ordenen. Het is een systeem van relaties en deze relaties tussen feiten (of objecten) kunnen als objectief worden beschouwd. Men kan dan twee vragen stellen:

- Vertelt wetenschap ons de ware aard van de dingen?
- Vertelt wetenschap ons de ware aard van de relaties tussen de dingen?"

Over de eerste vraag zegt Poincaré dat niemand aarzelt om 'nee' te zeggen. Maar hij gaat nog verder: "Niet alleen kan de wetenschap ons niets vertellen over de aard van de dingen, niets is daar toe in staat en als een of andere god het wist, zou hij niet de woorden kunnen vinden om het uit te drukken. We zouden niet alleen het antwoord niet kunnen gissen, als iemand het ons zou geven zouden we niet in staat zijn om het te begrijpen."

Bij de tweede vraag merkt Poincaré op dat het voortgaande onderzoek onze natuurkundige theorieën steeds waarschijnlijker maakt.

Tenslotte, Gert, die inspiratie met een lijntje van boven, daar begrijp ik echt niets van. Zowel de psychologie als het hersenonderzoek laten zien hoe onze hersenen de bewuste hersenactiviteit en andere indrukken weten te verwerken om dan in een soort faseovergang tot een nieuw inzicht te komen. Het lijkt me dat je bij het veronderstellen van 'een lijntje van boven' met een romantische fantasie bezig bent.

Weerwoord Gert Heckman

De lijfspreuk van het KWG 'Een onvermoeide arbeid komt alles te boven' doet geen recht aan de essentiële rol die inspiratie speelt bij het vinden en ontdekken van nieuwe wiskundige resultaten, zo heb ik betoogd in mijn reactie. Kees Roos stelt dat een onvermoeide arbeid niet alles te boven komt op grond van de stelling van Gödel over de onvolledigheid van de wiskunde. Ik ben het met Ferdinand eens dat voor de alledaagse wiskundige dit laatste niet zo'n sterk argument is.

Daarentegen inspiratie, een lijntje van boven, een ingeving, het zijn allemaal synoniemen voor iets wat we denk ik nog niet zo goed begrijpen. Met het vierde synoniem, aangedragen door Ferdinand, door het als faseovergang in de hersenen te benoemen, kan ik niet zo veel. Etymologisch hebben de drie door mij gekozen synoniemen een duidelijk religieuze lading. Over welke geest gaat het, wie voedt dat lijntje van boven, en wie geeft wat in? Bij mijn weten zijn mijn drie synoniemen onderdeel van het alledaagse spraakgebruik met of zonder religieuze context: geen onvermoeide arbeid, maar een zoete inval.

Afgelopen najaar had ik een sabbatical in Beijing. Mijn slotweekend in Shanghai woonde ik Die Schöpfung van Joseph Haydn bij. Een prachtig muziekstuk over de schepping in drie delen: de scheiding, de schepping, en dan het mooiste deel over Adam en Eva in het paradijs. Mijn buurman in de concertzaal vertelde me dat Haydn het in een heel korte periode heeft gecomponeerd. Na de eerste uitvoering van het werk door Haydn ging de zaal helemaal uit zijn dak met een overweldigend applaus. De reactie van Haydn hierop was dat ze niet hem moesten bedanken, maar Hem, waarbij hij met zijn vinger naar boven wees, van wie hij de inspiratie had ontvangen. Ferdinand ziet dit als een reactie van een romantische fantast, en ik zie het als een bevestiging van het punt wat ik probeer te maken.

