

Tom Verhoeff

Faculteit Wiskunde en Informatica
Technische Universiteit Eindhoven
Postbus 513
5600 MB Eindhoven
T.Verhoeff@tue.nl

Evenement Internationale Wiskunde Olympiade 2011

De IMO – over talent, plezier en wiskundekringen

Dat de letters IMO voor International Mathematical Olympiad staan, weten wiskundigen in Nederland, gastland van IMO 2011, ondertussen wel. Dat er achter die olympiade meer zit dan een wiskundewedstrijd is niet zo bekend. In dit artikel belicht Tom Verhoeff, penningmeester van de Nederlandse Wiskunde Olympiade en organisator bij IMO 2011, een andere kant van de IMO.

Ruim acht jaar geleden beschreef ik in [32–33] de Internationale Wiskunde Olympiade (hier afgekort met IMO) gezien vanuit de jury bestaande uit alle teamleiders, die de opgaven selecteren, vertalen en nakijken, en de resultaten vaststellen. Dat NAW-artikel eindigde met de woorden: “Ik denk dat het een uitstekende uitdaging zou zijn om de IMO eens naar Nederland te halen. ... Wie doet mee?” Wel, het is zo ver. Nederland is deze zomer gastland van IMO 2011 [3, 5], een wiskundewedstrijd zonder weerga, met deelnemers uit meer dan honderd landen. Het zou echter kortzichtig zijn de IMO alleen als (grootse en moeilijke) wiskundewedstrijd te zien. Wat is er dan nog meer?

Doelstellingen en geschiedenis

In de reglementen van IMO 2011 [11] lezen we het volgende over de doelstellingen: “The aims of the IMO 2011 are:

- to discover, encourage and challenge mathematically gifted young people in all countries;
- to foster friendly international relationships among mathematicians of all countries;
- to create an opportunity for the exchange of information on school syllabuses and practices throughout the world;
- to promote mathematics generally.”

Hoewel elke aflevering van de IMO eigen reglementen heeft, zijn deze doelstellingen al jaren hetzelfde. Een wedstrijd wordt niet genoemd. Die wedstrijd is ‘slechts’ het gekozen

middel om te werken aan deze doelen. Om die keuze voor een wedstrijd beter te begrijpen, is het nodig het verleden te verkennen.

De ontstaansgeschiedenis van de IMO is slechts fragmentarisch beschreven [2, 7, 12, 15–17, 23, 30], al is er sinds het 50-jarig jubileum [8] meer aandacht aan besteed. De IMO werd voor het eerst in 1959 in Roemenië georganiseerd, met deelnemers uit de zeven Oostbloklanden. Dat evenement ontstond evenwel niet uit het niets, maar was het gevolg van de aandacht die wiskunde in die regio al langere tijd genoot (zie kader).

Door de ruime ervaring met wiskundewedstrijden in Roemenië was de eerste IMO in 1959 meteen een prima georganiseerd evenement. Afgezien van een paar kleine wijzigingen verloopt de IMO nog steeds hetzelfde als bij het begin. Ter illustratie vermeld ik een middelzware opgave uit die eerste IMO [10]:

Voor welke reële waarden van x geldt

$$\sqrt{(x + \sqrt{2x + 1})} + \sqrt{(x - \sqrt{2x + 1})} = A,$$

gegeven (a) $A = \sqrt{2}$, (b) $A = 1$, (c) $A = 2$, waarbij alleen niet-negatieve getallen zijn toegelaten bij de wortels.

Vergelijk dit eens met de middelzware opgave van IMO 2010 besproken in de vorige NAW [36], rakend aan modern onderzoek.

Uit de voorgeschiedenis (zie kader) blijkt duidelijk dat de wiskundeolympiade niet zomaar een recreatief evenement is, maar een systematische activiteit, gedragen door een brede visie, om interesse voor wiskunde te sti-

muleren en te ontwikkelen. Toch blijft het lastig de wiskundeolympiade een plaats te geven, vanwege de banden met zowel onderwijs als onderzoek en ook public relations. Kenderov, voormalig voorzitter van de wereldfederatie voor landelijke wiskundewedstrijden (WFNMC [37]), stipt dit probleem expliciet aan in [16]. Dit is een mooie uitdaging voor het nieuwe *Platform Wiskunde Nederland*.



Links het logo van IMO 1959, rechts het logo van IMO 2011

Talent en plezier

Terug naar de doelstellingen van de IMO. Hoe ontdek je wiskundetalent? En hoe kun je dat talent stimuleren en ontwikkelen? Gelukkig is voor deze problematiek tegenwoordig meer aandacht, gezien publicaties als [1, 4]. (In de vorige NAW staat een recensie van de eerste druk van [1]; de tweede druk verscheen kort nadat de recensie geschreven was.) Een van de misvattingen die daar bestreden worden, is dat talent er toch wel komt en dat extra aandacht niet nodig zou zijn. Hieraan ligt een andere misvatting ten grondslag, namelijk dat talent puur aangeboren zou zijn. Je zou het hebben of niet. En als je het hebt, dan zou het vanzelf wel goed komen. Uit onderzoek is gebleken [26] dat talent een veel breder fenomeen is, en dat het voor een aanzienlijk

deel ook via de opvoeding tot stand komt, van heel jong af. Talent houdt niet alleen in dat je ergens (meteen) goed in bent, maar ook dat je ergens bovengemiddeld in geïnteresseerd bent en gemotiveerd bent om er tijd in te steken.

De reguliere schoolstof is niet specifiek gericht op ontdekken van talent. Goede leerlingen zonder talent kunnen ook mooie cijfers halen (door braaf te leren en oefenen), en getalenteerde maar verveelde leerlingen doen het soms slecht. Verder is het zo dat talent voor wiskunde niet altijd samengaat met uitblinken in andere vakken. Kinderen met talent voor wiskunde vallen daardoor in het gewone schoolgebeuren niet altijd op en komen dus veelal niet in aanmerking voor verrijkingslessen of iets dergelijks. En tot slot, met algemene verrijkingslessen ontwikkel je geen (wiskunde)talent; je houdt ze alleen bezig.

In de muziek en de sport, en ook met betrekking tot taal, is al langer onderkend dat je jong moet beginnen, en dat gaat vaak niet via school. Op die gebieden zijn veel mogelijkheden voor extra aandacht. Talent in X , daar word je niet alleen mee geboren, maar dat wordt voor een significant deel ook gevormd. Die vorming omvat het ontwikkelen van interesse in X , wat weer vereist dat je met plezier bezig kan zijn met X . Plezier en talent lijken op de kip-ei-paradox. Om ergens goed in te worden, helpt het als je het plezierig vindt, en om ergens plezier in te hebben, helpt het als je er al wat van kunt. Plezier en talent evolueren daarom het beste samen in kleine stapjes.

Om wiskundetalent te ontdekken moet je dus wat anders doen dan kijken naar het cijfer voor het schoolvak wiskunde. De Kangeroe wiskundewedstrijd en de Nederlandse Wiskunde Olympiade (inclusief de Junior Wiskunde Olympiade) proberen te helpen met het ontdekken van talent voor wiskunde door aantrekkelijke en uitdagende opgaven aan te bieden, waarvoor je nauwelijks voorkennis nodig hebt, maar waarvoor je wel creatief moet nadenken. Het is onbegrijpelijk dat er nog scholen zijn die hun leerlingen de kans ontnemen hieraan te proeven. Wie talent heeft, blijkt slecht te voorspellen (door kinderen zelf, hun ouders en docenten), maar het meedoen aan zo'n wedstrijd kan wel een, soms verrassende, indicatie geven.

En als talent voor wiskunde is ontdekt (wat ook kan inhouden dat er grote interesse en motivatie is opgewekt, zonder het al meteen goed te kunnen), dan is het zaak er wat mee te doen. Iemand met talent leert sneller, en om talent verder te ontwikkelen dient de leerstof sneller dan in het reguliere tempo te wor-

Voorgeschiedenis

Terwijl de Franse baron Pierre de Coubertin druk doende was om de Olympische Spelen nieuw leven in te blazen, werd — waarschijnlijk geïnspireerd door diens inspanningen — in 1894 de eerste nationale wiskundewedstrijd ooit georganiseerd en wel in Hongarije. (Merk op dat de moderne Olympische Spelen 'pas' in 1896 begonnen.) De Hongaarse fysicus baron Loránd Eötvös werd in 1894 minister van onderwijs. Om dit te memoreren startte de Hongaarse sociëteit voor wis- en natuurkunde een landelijke wiskundewedstrijd voor recent geslaagde middelbare scholieren. De nadruk werd gelegd op het testen van wiskundige creativiteit en niet van wiskundige kennis. Deze wedstrijd werd de *Eötvös Competitie* genoemd (in 1938 omgedoopt tot *Kürschák Wiskunde Competitie*). De deelnemers krijgen vier uur om drie opgaven op te lossen. De eerste opgave van de Eötvös Competitie uit 1894 [19] geeft een aardige indruk van de ondergrens aan het niveau:

Bewijs dat de uitdrukkingen

$$2x + 3y \text{ en } 9x + 5y$$

deelbaar zijn door 17 voor precies dezelfde verzameling paren geheeltallige waarden van x en y .

Het grote belang van deze wedstrijd blijkt wel uit het feit dat de top tien niet het zware toelatingsexamen tot de universiteit hoefde te doen, maar zonder meer werd toegelaten. In datzelfde jaar 1894 verscheen ook

het eerste nummer van het Hongaarse wiskunde tijdschrift voor middelbare scholieren, meestal aangeduid met de korte titel *KöMaL* [18]. Dit maandblad bestaat voor een groot deel uit problemen, in verscheidene categorieën, en oplossingen van leerlingen. Hongaarse wiskundigen zijn het unaniem eens over de doorslaggevende betekenis van de Eötvös–Kürschák competitie en het tijdschrift *KöMaL* voor hun persoonlijke ontwikkeling [9, 22].

In Roemenië gebeurde iets dergelijks [2, 12]. Aan het eind van de negentiende eeuw had Roemenië een wiskundige, Spiru Haret, als minister van onderwijs. Haret hervormde in 1897 het (wiskunde)onderwijs naar Frans voorbeeld. In 1895 werd het jongerentijdschrift *Gazeta Matematică* gelanceerd, alweer vol met problemen. Niet veel later werd er ook een competitie aan gekoppeld. Na de Tweede Wereldoorlog vonden grondige onderwijsherzieningen plaats, nu naar Russisch voorbeeld, met wiskunde als centraal vak. De competitie kreeg staatssteun, werd geïntegreerd in het onderwijs en sindsdien aangeduid met *Nationale Wiskunde Olympiade*. Op het belangrijke internationale wiskundecongres van 1956 in Roemenië werd voor het eerst het idee van een internationale wiskundeolympiade geopperd.

Ook in andere landen, met name Rusland [14], maar ook de VS [30], China en andere Aziatische landen [35] ontstonden al vroeg wiskundewedstrijden. Nederland begon in 1962 met de wiskundeolympiade.

den aangeboden. De Nederlandse Wiskunde Olympiade biedt voor het ontwikkelen van wiskundetalent, op grotere schaal dan voorheen, trainingen, zowel centraal als via tien regionale steunpunten op universiteiten [21]. Maar ook de zomerkampen van *Vierkant voor Wiskunde* [34] en wiskundeclubs, al dan niet op school, kunnen hieraan bijdragen.

In deze context is het aardig op te merken dat de Nederlandse deelnemers aan de IMO's vóór 1977 niet getraind werden en ze vaak ergens onderaan eindigden. Jan van de Craats begon daarom in 1976 met systematische trainingen. Niet alleen schoten de resultaten bij de IMO omhoog, de leerlingen gaven ook aan veel plezier te hebben in de trainingen zelf [30, p.807]. Volledige statistieken zijn te vinden op [10].

De IMO zelf besteedt ook aandacht aan

het element plezier. Naast plezierige wiskunde zijn er bij elke IMO enkele sociaal-culturele excursies en is er een recreatief programma. Daarmee wordt tevens tegemoetgekomen aan de doelstelling van het kweken van vriendschappelijke banden.

Wiskundekringen

Een van mijn leermeesters beschreef het wiskundebedrijf als een piramide, met aan de top de toppers met bewezen toptalent, en aan de basis harde werkers met interesse en talent in ontwikkeling. Die basis moet gevoed worden om de top hoger te kunnen opstuwten. Het beeld van een Egyptische piramide is hier misleidend, want daarvan heeft elke laag een inhoud die slechts kwadratisch groeit met de afstand tot de top. In sociale piramides daarentegen groeit de omvang van de lagen ex-

ponentieel met de afstand tot de top. Of, om dit om te keren, in een sociale piramide is de hoogte de logaritme van de omvang van de basis. Je moet dus een flinke basis hebben om wat hoogte te bereiken. Op dat vlak kunnen we nog wat leren van muziek en sport, want daar is de basis heel breed en ligt de top navenant hoger. Niet iedereen kan die top van de piramide bereiken, maar ook op andere niveaus kun je leren om veel plezier te beleven.

De IMO is niet de oplossing voor alles, maar ze dient in vele landen als goed voorbeeld en laat zien hoe hoog de top kan liggen. Dit is recent nog eens beschreven in [25]. De IMO heeft ook veel nationale en regionale wedstrijden doen ontstaan, en de belangstelling voor het onderwerp van wiskundetalent op de agenda gezet. Zo is de IMO dus inderdaad veel meer dan een wiskundewedstrijd, namelijk een aanleiding om bij jongeren aandacht voor wiskunde(talent) te stimuleren.

Een kleine waarschuwing is wel op zijn plaats. Niet iedereen met talent voor wiskunde is competitief ingesteld en gebaat bij een

wedstrijd [24, 28]. Als het niveau van de wedstrijd niet goed is afgestemd op de deelnemers, kan het averechts werken. De IMO probeert voor een deel deze pijn te verzachten door aan ruwweg de helft van de deelnemers medailles (brons, zilver, goud) toe te kennen. Daarmee wordt ook onderstreept dat het niet in eerste instantie een wedstrijd tegen elkaar is, maar tegen de opgavenbundel. De IMO is ook geen landenwedstrijd, al wordt er wel een officieus landenklassement opgesteld.

Naast de wedstrijden en tijdschriften is er in Centraal en Oost-Europa, met name in de jaren '60, nog een derde pijler ontstaan voor het omgaan met wiskundetalent: wiskundeclubs, ook wel wiskundekringen genoemd. Zo'n wiskundekring kan op vele manieren werken, maar over het algemeen gaat het om regelmatige, niet-competitieve bijeenkomsten om plezier te beleven aan wiskunde. In de loop der jaren is hierover het nodige geschreven [6, 13, 27, 29, 31]. In de VS zijn de vele wiskundekringen tegenwoordig zelfs nationaal georganiseerd in de NAMC [20].

Dadelijk is IMO 2011 in Nederland voor-



Groepentheorie bij wiskundekring aan de VU

bij, maar het ontdekken en stimuleren van talent en het creëren van plezier in wiskunde blijft een punt van aandacht. Het zou mooi zijn als in het kielzog van IMO 2011 ook hier op meer plaatsen, scholen en universiteiten, wiskundekringen tot bloei komen om in plezierige sfeer wiskundetalent te ontwikkelen. Momenteel heeft alleen de Vrije Universiteit een wiskundekring [38]. De regionale trainingen van de Nederlandse Wiskunde Olympiade worden enthousiast georganiseerd en bezocht, en bieden een mooi uitgangspunt. Doet u ook mee? ↵

Referenties

- 1 S. Assouline en A. Lupkowski-Shopluk. *Developing Math Talent: A Comprehensive Guide to Math Education for Gifted Students in Elementary and Middle School* (Second Edition). Prufrock Press, 2011.
- 2 Vasile Berinde, Mădălina Păcurar. "The measure of a great idea: 50 years on from the creation of the International Mathematical Olympiad", *European Mathematical Society Newsletter*, 74:15–18 (dec. 2009).
- 3 Wim Berkelmans. "2011: IMO in Nederland". *NAW* 5/8(3):222–224 (sep. 2007).
- 4 Michael J. Bosse, Jennifer V. Rotigel. *Encouraging Your Child's Math Talent: The Involved Parents' Guide*, Prufrock Press, 2006.
- 5 Birgit van Dalen en Quintijn Puite. "De Wiskunde Olympiade in zeventen vragen", *NAW* 5/11(4):283–286 (dec. 2010).
- 6 Dmitry Fomin, Sergey Genkin, Ilia Itenberg. *Mathematical Circles: Russian Experience*. American Mathematical Society, 1996.
- 7 Hans Freudenthal (editor). "ICMI Report on Mathematical Contests in Secondary Education (Olympiads) I", *Educational Studies in Mathematics* 2(1):80–114 (juli 1969).
- 8 Hans-Dietrich Gronau, Hanns-Heinrich Langmann, Dierk Schleicher (editors). *50th IMO – 50 Years of International Mathematical Olympiads*. Springer, 2011.
- 9 Reuben Hersh, Vera John-Steiner. "A Visit to Hungarian Mathematics", *Mathematical Intelligencer*, 15(2):13–26 (1993).
- 10 *International Mathematical Olympiad*. www.imo-official.org
- 11 www.imo2011.nl
- 12 Paul Jainta. "Problem Corner: Competitions in Romania", *European Mathematical Society Newsletter*, 35:20–21 (maart 2000).
- 13 Robert Kaplan and Ellen Kaplan. *Out of the Labyrinth: Setting Mathematics Free*. Oxford University Press, 2007.
- 14 Alexander Karp, Bruce R. Vogeli (editors). *Russian Mathematics Education: History and World Significance*. World Scientific Publishing, 2010.
- 15 Petar S. Kenderov. "Competitions and Mathematics Education", *Proceedings of the ICM 2006*, Volume III:1583–1598.
- 16 Petar S. Kenderov. "World Federation of National Mathematics Competitions: Why, How and Where to?", Presidential Address, *5th Conference of WFNMC*, Cambridge, July 22nd, 2006. www.pueron.org/pueron/intervuta/psk2.pdf
- 17 Petar S. Kenderov. "A Short History of the World Federation of National Mathematics Competitions", *Mathematics Competitions*, 22(2):14–31 (2009).
- 18 KöMaL – Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok (Wis- en natuurkunde tijdschrift voor middelbare scholieren), www.komal.hu
- 19 József Kürschák. *Hungarian Problem Book I: based on the Eötvös Competitions 1894–1905*. Mathematical Association of America, 1963.
- 20 *National Assoc. of Math Circles*. www.namc.org.
- 21 Nederlandse Wiskunde Olympiade, wiskundeolympiade.nl
- 22 Tibor Radó. "On Mathematical Life in Hungary", *American Mathematical Monthly*, 39(2):85–90 (feb. 1932).
- 23 T. Roman. "Les olympiades mathématiques en Roumanie", *Educational Studies in Mathematics*, 5:425–440 (1974).
- 24 Richard Rusczyk. *Pros and Cons of Math Contests*. www.artofproblemsolving.com (2005).
- 25 Mark Saul. "More Than a System: What We Can Learn from the International Mathematical Olympiad". *Notices of the AMS* 58(3):410–416 (maart 2011).
- 26 David A. Sousa. *How the Gifted Brain Learns* (2nd Ed.). Corwin Press, 2009.
- 27 Zvezdelina Stankova, Tom Rike. *A Decade of the Berkeley Math Circle: The American Experience, Volume I*. American Mathematical Society, 2008.
- 28 János Surányi. "The Influence of Mathematics Competitions on Teaching: Benefits and Dangers", *Mathematics Competitions*, 14(1):23–29 (2001).
- 29 James Tanton. *Solve This: Math Activities for Students and Clubs*. Mathematical Association of America, 2001.
- 30 Nura D. Turner. "A Historical Sketch of the Olympiads, National and International", *The American Mathematical Monthly*, 85(10):802–807 (dec. 1978).
- 31 Sam Vandervelde. *Circle in a Box*. American Mathematical Society, 2009.
- 32 Tom Verhoeff. *The 43rd International Mathematical Olympiad: A Reflective Report on IMO 2002*. Computer Science Report 02/11 (0310), Technische Universiteit Eindhoven, 2002.
- 33 Tom Verhoeff. "De Internationale Wiskunde Olympiade", *NAW* 5/4(1):60–63 (maart 2003).
- 34 *Vierkant voor Wiskunde*, www.vierkantvoorwiskunde.nl
- 35 Bin Xiong, Yee Lee Peng. *Mathematical Olympiad in China: Problems and Solutions*. World Scientific Publishing, 2007.
- 36 Hans Zantema. "A problem from IMO 2010", *NAW* 5/12(1):60–63 (maart 2011).
- 37 *World Federation of National Mathematics Competitions*, www.wfnmc.org
- 38 *Wiskundekring aan de VU*. www.math.vu.nl/wiskundekring