

De derde wet

| Solicited Comments

Hieronder volgen reacties op het artikel 'Cijfer positieve rekenprestaties niet weg' uit het NAW-juninummer.

Ten geleide

Het rekenonderwijs heeft de afgelopen jaren veel emoties opgeroepen en de verschillende groepen, 'realisten' en 'mechanisten' (de oma's en de opa's), hebben zich vast in hun posities ingegraven. Gelukkig zijn er vorig jaar verstandige woorden gesproken door de KNAW-commissie Lenstra die het rekenonderwijs tegen het licht heeft gehouden, zie bijvoorbeeld het verslag van Martinus van Hoorn (NAW maart 2010). Een van de conclusies is dat de rekenvaardigheid van Nederlandse leerlingen de afgelopen jaren gedaald is, verder dat de verschillende rekenmethoden minder invloed hebben dan de leraar die de methode gebruikt. Een ieder die onderwijs heeft gegeven, in wat voor onderwerp en op wat voor niveau ook, zal dit laatste direct herkennen. Het ligt voor de hand om naar de toekomst te kijken en tevens meer aandacht te besteden aan de vorming van de leraar.

In het juni- en septembernummer van het NAW ronden we de discussie af. In het vorige NAW-nummer, juni 2010, verscheen van de kant van de realisten een artikel van Marja van den Heuvel-Panhuizen en Adri Treffers over het rekenonderwijs. Het artikel verscheen eerder in het *Tijdschrift voor Orthopedagogiek* waar het een reactie opriep van C.M. van Putten en M. Mickendorff (deel 49, pp. 68–70, 2010) die wijst op het ongenueanceerde argumenteren in beide kampen en het ontbreken van methodologisch verantwoord onderzoek. Op zijn beurt riep dit weer een reactie op van de auteurs Van den Heuvel-Panhuizen en Treffers (zelfde tijdschrift, deel 49, pp. 73–74, 2010) waarvan de strekking is dat de realisten echt gelijk hebben.

De voorlopig laatste reactie die we in het NAW opnemen staat hieronder. Deze bijdrage is van Joost Hulshof die een verfrissende kijk heeft op het rekenonderwijs, zeker de moeite waard om kennis van te nemen. We roepen een ieder die in dit onderwerp geïnteresseerd is op het bovengenoemde KNAW-rapport opnieuw te lezen. *Ferdinand Verhulst, UU*

Mechanistische opa's en realistische oma's

Voor de goede orde, dit is een reactie op het artikel van Marja van den Heuvel-Panhuizen en Adri Treffers, waarin de realisten aan het woord zijn en zich vooral richten tot de mechanisten.

De eerste keer dat ik het woord 'mechanistisch' in rekencontext tegenkwam was in de TAL-boekjes, een project van Van den Heuvel-Panhuizen, gefinancierd door OCW, waarin het TALig rekenonderwijs voor PABO-studenten wordt uiteengezet. TAL staat voor 'Tussendoelen Annex Leerlijnen'. In het TAL-onderbouwboekje lezen we op pagina 66: "In de geschetste realistische didactiek van vermenigvuldigen en informeel delen en het leren van de tafels, wordt niet direct en uitsluitend op het reproduceren van de tafels aangestuurd via herhaald optellen, zoals vroeger in de mechanistische methodiek gebeurde via klassikaal uitgevoerde klaagzangen." Het is maar dat u het weet. Op het CV van Van den Heuvel-Panhuizen is te vinden hoeveel dit project gekost heeft.

De verwijzing naar opa's waaraan je niets meer moet vragen zag ik in de rekendiscussie voor het eerst op pagina 60 van NAW 5/9 nr. 1 maart 2008. Net als dit nieuwe artikel van Van den Heuvel-Panhuizen en Treffers bestond ook dat artikel van Willem Uittenbogaard voornamelijk uit een reactie op de standpunten van Jan van de Craats, die als adviseur van de Stichting Goed Rekenonderwijs nauw betrokken was bij de recent gereed gekomen nieuwe methode Reken Zeker (zie staff.science.uva.nl/~craats/#rekenzeker). Tegenover opa Jan wordt nu een

In deze rubriek worden lezers door de redactie uitgenodigd te reageren op recent in dit blad verschenen artikelen.

Redacteur: Ferdinand Verhulst

e-mail: f.verhulst@uu.nl

oma geplaatst die waarschuwt tegen het invoeren van rekenmethoden, die wat er door de realisten bereikt is terug dreigen te draaien: “Het kan immers niet de bedoeling zijn om van rekenen weer een stervend vak te maken!”

De toon is dus wel zo’n beetje gezet.

Wat ik me allang afvraag is of het eigenlijk wel gaat om een strijd tussen realisten en mechanisten. Freudenthal’s uitspraak (*Wijsgerig Perspectief* 4, 1966, pp. 205–216.) over Leibniz lijkt me hier relevant:

“Steeds bewuster werkt men aan de mathematische taal, om gebieden, die men onder de knie heeft, zo te formaliseren, dat, als bij het cijferen, de werktuigelijkheid de rol van het inzicht overneemt, om op een hoger vlak het inzicht nieuwe kansen te geven.”

Ik lees hierin een synthese die mijn indruk bevestigt dat de zelfverklaarde realisten (de R’s) met hun hier opnieuw gepresenteerde strijdpunten missen waar het om gaat. Een reden te meer om eens goed te lezen wat de R’s in dit verhaal de M’s te vertellen hebben en waar dat op is gebaseerd.

Om met het tweede te beginnen, de schrijvers baseren zich op onderzoek naar leerlingenprestaties bij het maken van CITO-opgaven. De schrijvers interpreteren dat onderzoek, en zetten daarbij het cijferen neer als betrekking hebbend op slechts drie van de relevante 24 onderdelen in het rekenen. Vervolgens concluderen de schrijvers dat er bij de overige onderdelen sprake is van een aanzienlijke vooruitgang.

Zoals gebruikelijk in R-kringen, is elk van de CITO-opgaven in een context gesteld. Het zou goed zijn om ook naar de kale rekensom zelf te vragen die de leerling uit de context moet destilleren, maar dat gebeurt nooit in CITO-toetsen voor zover ik heb gezien. Dat maakt deze sommen als rekentoetsen sowieso minder onderscheidend. Ook het gebruik van kale rekensommen blijft omstreden, niet alleen bij het CITO. Nog recent was ik bij een door het Freudenthal Instituut verzorgde workshop (zie www.platformvvo.nl/bestanden/cat.view/65-taal-en-rekenen.html) op een conferentie over Taal en Rekenonderwijs waar de presentatrice zonder verdere toelichting verklaarde daar geen voorstander van te zijn.

Wat de boodschap van het artikel betreft, na een kort historisch overzicht over het ‘waarom’ (‘men’ wilde meer tijd reserveren aan hoofdrekennen, schatten en praktische toepassingen) van de door en dankzij de R’s vastgestelde nieuwe kerndoelen, komt het artikel ter zake aan de hand van een voorbeeldsom (voor groep 6/7) die die nieuwe doelen moet illustreren. In die som wil Lieke 4 broden kopen van 1,98 per stuk en ze heeft een tientje. Is dat genoeg?

Deze Lieke-som zou zo uit een CITO-toets kunnen komen, bijvoorbeeld uit een van de nieuwe rekentoetsen die nu in het voortgezet onderwijs gebruikt worden. Ik heb via-via een paar setjes illegaal mogen inzien en ben nogal geschrokken. Het zou goed zijn deze toetsen meer op inhoud en doel te controleren, maar het circuit waarbinnen dit gebeurt is helaas niet bepaald transparant. Net zo belangrijk is het echter om te begrijpen wat de genoemde kerndoelen zijn, en ook hier ontbreekt het aan transparantie. Je vraagt je bij lezen namelijk meteen af wat de bedoeling van deze som geweest kan zijn, en wat de kerndoelenschrijvers ermee willen of kunnen uitleggen:

De vijf verschillende manieren waarop kinderen Liekés probleem aanpakken zijn, zo lezen we, het uitgangspunt voor hoe een en ander in de les zou kunnen geschieden. Vier van de vijf manieren zijn gebaseerd op het (precies) uitrekenen van 4 maal 198, en (slechts) één manier is gebaseerd op schattend rekenen, 4 keer 200. Schattend rekenen wordt hier zo te zien gebruikt in de betekenis van ‘ongeveer’, dus 4 keer 198 is ongeveer 800 (cent neem ik aan) en dat is minder dan een tientje. Opmerkelijk is dat de komma’s geheel achterwege blijven. Wat ook

achterwege blijft is de preciezere uitleg dat 4 keer 1,98 minder is dan 4 keer 2, dus minder dan 10, en dat 10 gedeeld door 4 gelijk is aan tweevijftig en dus meer dan 1,98. Tenslotte kan opgemerkt worden dat de getallen in deze som voor wat het rekenen zelf betreft, precies of schattend, verre van generiek zijn.

Samenvattend, ik vind dit een slecht gekozen en slecht toegelichte som, waardoor het zich nog eens extra wreekt dat de uitleg van de leerdoelen geschiedt aan de hand van opgaven die kinderen te maken krijgen, en niet aan de hand van een beschrijving van technieken en methoden die beheerst moeten worden. Dat betreurt ik, ook voor wat betreft het schattend rekenen. Dat is namelijk moeilijk, en een goede behandeling is bepaald niet gebaat bij deze typische TAL-aanpak die van de zelfontdekkende kindergeest veel te veel een ongeleid projectiel maakt.

Ook de acht ‘ankersommen’ die gebruikt zijn om de prestaties bij het niet-cijferend rekenen te meten worden slechts zeer summier besproken. Mij lijkt de geschiktheid van deze sommen als ankersommen aan enige twijfel onderhevig, nog los van de vraag waarom deze sommen niet-cijferend moeten worden aangepakt. Bij zeven van de acht is een cijferaanpak immers zonder veel problemen mogelijk, dus wat rechtvaardigt deze opgelegde handicap?

Twee van de drie sommen waarin ‘ongeveer’ gerekend moet worden zijn niet meer dan sommen waarin één van de inputgegevens van een bijvoeglijk naamwoord is voorzien; als antwoord van de overeenkomstige som volstaat dit inputgegeven zonder bijvoeglijk naamwoord. Hier wordt slechts ruis geschapen voor de analyse van de ‘meetgegevens’. De ene som waarin wel een ‘ongeveer’-vraag gesteld wordt op basis van precieze gegevens, gaat mank onder het generieke CITO-verschijnsel van de niet-generieke getallen. Dat verschijnsel zien we ook veel in de sommen waarmee de R’s kinderen het rekenen proberen aan te leren.

Gezien deze opmerkingen laat ik de stellingen die de schrijvers in dit verhaal presenteren aan de hand van deze ‘meetgegevens’ voor wat ze zijn.

Wat lezen we verder?

De schrijvers prijzen de traditionele methode Nieuw Rekenen met als illustratie de som $8 \times 22,50$ omdat het antwoord mag worden opgeschreven als $45 - 90 - 180$, niet verbazingwekkend voor wie de TAL-boekjes gelezen heeft. Je moet er weer naar raden, maar bedoeld wordt $8 \times 22,50 = 4 \times 45 = 2 \times 90 = 180$, op zich prima, maar de inconsistente notatie naast $200 - 20$, of $160 + 20$ zorgt voor een inmiddels herkenbare verwarring. De boodschap bij 5×98 en variaties daarop (waarin de 9 invariant is, en daardoor de relevantie van deze voorbeelden beperkt) voor wat betreft de kwaliteit van deze methode ontgaat me volledig. Hetzelfde geldt voor staartdelingen met een 1-cijferige deler.

Tenslotte: het pleidooi voor meer oefenen is op zich verheugend. Helaas spelen de slechte CITO-opgaven en ook opgaven zoals beschikbaar via de site rekenbeter.nl geen positieve rol. De volstrekt misleidende en niet onderscheidende naamgeving ‘kolomrekenen’ blijft een van de treurige erfenissen van het TAL-project. Dat de schrijvers dit ‘van links af rekenen’ niet alleen meer als doel zien, maar ook als middel op weg naar cijferend rekenen, is echter een bescheiden stapje vooruit. Bij Stelling 5 over de onderwijspraktijk wordt uitgelegd dat je voor vermenigvuldigen wel eerst cijferend moet kunnen optellen. Dat is bedoeld voor Opa Jan. In de TAL-boekjes is dit inzicht bij de uitleg van de diverse delingen voor wat betreft het cijferend aftrekken nog afwezig. Het vergt te veel ruimte om die TAL-boekjes hier in detail te bespreken, maar leest u vooral eens de op deze boekjes gebaseerde nieuwe

kennisbasis voor het rekenen op de PABO, zoals die door de HBO-raad in december aan de staatssecretaris is aangeboden. *Joost Hulshof, VU*

Het onderstaande is een reactie op het artikel 'Lijfrentes in de zeventiende en achttiende eeuw' uit het NAW-juninummer.

Erkenning voor de bijdrage van Johan de Witt

In het juninummer van het NAW verscheen van de hand van Jan Hogendijk diens uitstekende bijdrage over lijfrentes, zoals in de zeventiende eeuw door toedoen van Johan de Witt is ontwikkeld. Het onderwerp komt als geroepen en op het juiste moment, temeer daar de historische ontwikkeling van één en ander wel bekend is, doch in de loop der tijden wat verwaaid lijkt te zijn. In dit verband is het goed om een uitvoerig referentiekader bij de hand te hebben.

Naast alle zaken die Hogendijk in zijn Notes al noemt, wil ik de lezer op het volgende opmerkzaam maken. In 1937 vond het elfde internationale congres van actuarissen plaats. Bij Martinus Nijhoff (Den Haag) werd daartoe een Franse vertaling van De Witts *Waerdije* door P.J.L. de Chateleux en J.P. van Rooyen gepubliceerd, voorzien van commentaar en geschiedenis van het onderwerp. Het boekwerkje telt 45 pagina's, waarbij op pp. 41–43 aandacht is besteed aan het belang van De Witt's bijdrage, in binnen- en buitenland. Er wordt vermeld dat in de 18de, 19de en begin 20ste eeuw in Noorse, Zweedse en Engelse kringen voor De Witts werk aandacht en waardering is, doch dat dit niet zonder slag of stoot is gebeurd. Hier en daar lijkt De Witts werk nevenschikkend danwel ondergeschikt te zijn gemaakt aan werk in Engeland in de 17e eeuw, maar De Chateleux (en Van Rooyen trouwens ook) benadrukt dat

men het er toch wel over eens is dat "... il y a tout lieu de considérer Johan de Witt comme le créateur de la science des assurances sur la vie". Dat is mooi natuurlijk.

Des te ergerlijker is het, dat in het septembernummer in 2009 van *Scientific American*, dat geheel gewijd is aan de 50 meest doorbrekende uitvindingen en ontdekkingen op wereldniveau, het begrip annuïteitenrekening geheel aan Graunt en Halley wordt toegedicht (ander werk, dus ook Nederlands, is niet genoemd), en dat het is ontstaan naar aanleiding van de Grote Brand in Londen! Daarom ben ik zo blij met Hogendijks bijdrage die heel goed zegt wat De Witt en Halley hebben gedaan (iets onderscheidenlijks, en verschillend in tijd). (Een door mij met bronnen omklede brief aan *Scientific American* over de tekortkomingen van het bewuste artikel aldaar, december 2009, is niet geplaatst geworden wegens ruimtegebrek.) Maar gelukkig valt er over dit onderwerp ook te zeggen dat de Harvard-professor Julian Lowell Coolidge in *The Mathematics of Great Amateurs* (verschenen in 1949) een hoofdstuk wijdt aan De Witts werk over Kegelsneden en Annuïteiten. Hij verwijst naar originele bronnen (zoals Robert Gibbs Barnwell, *Life and Time of John de Witt*, New York, 1856, met name pp. 127–131) en spreekt zijn waardering over De Witt expliciet uit.

Wat naslagwerk betreft noem ik hier ook *Biografieën bedeutender Mathematiker* (1978) van Wolfgang Arnold en Hans Wussung; zij vermelden De Witt, Huygens, Hudde en vervolgens Graunt.

Een ieder die over het werk en leven van Johan de Witt uitvoerig wil worden geïnformeerd, kan ik verwijzen naar: Herbert Rowen, *John de Witt: Grand Pensionary of Holland, 1625–1672*, 1978, Princeton University Press; met name hoofdstuk 20 is voor ons doel van belang. *Robert van der Waall, Huizen*

