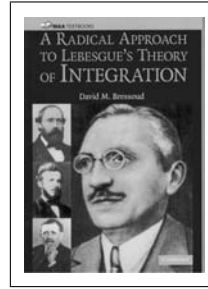


Boekbesprekingen

| Book Reviews

Redactie: Hans Cuypers en Hans Sterk
 Adres: Review Editors NAW - HG 9.93
 Dept. of Math. and Computer Science
 Technische Universiteit Eindhoven
 Postbus 513, 5600 MB Eindhoven
 Webpagina: www.win.tue.nl/wgreview
 e-mail: reviews@nieuwarchief.nl



David Bressoud

A Radical Approach to Lebesgue's Theory of Integration

Cambridge University Press, 2008

329 p., prijs £26.99

ISBN 0-521-71183-8

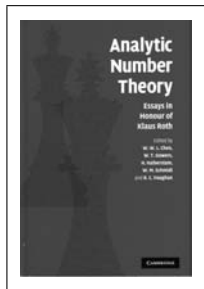
De maat- en integratietheorie die zich in de 20ste eeuw uit het gedachtegoed van Lebesgue ontwikkelde, is een mooi en nuttig stuk wiskunde dat naar mijn mening in iedere bacheloropleiding wiskunde thuishoort. Helaas beperkt men zich vaak tot een korte training met voornaamste begrippen en eigenschappen, waarbij ideeën en methoden niet of nauwelijks uit de verf komen, of juist tot historische kanttekeningen in het kader van wiskundegeschiedenis, waarbij de wiskundige opbouw van het vak geen aandacht krijgt. Bressoud kiest in zijn 'radical approach' een tussenweg: hij komt weliswaar alleen voor de reële getallen (en niet altijd onder de meest algemene voorwaarden) tot de voornaamste basisstellingen, maar gaat uitvoerig in op de onderliggende fundamentele problemen en op de wijze waarop wiskundigen in een periode van 50 jaar (grotendeels van 1870 tot 1920) daarmee omgingen.

Het hier besproken boek kan gezien worden als een vervolg op *A Radical Approach to Real Analysis* van dezelfde auteur en begint daar waar het eerdere boek eindigt, namelijk met Riemann's definitie van integraal. Aan de hand van heel concrete voorbeelden komen allerlei tekortkomingen van deze integraal aan de orde; problematisch zijn bijvoorbeeld de relatie tussen integreren en differentiëren (Hoofdstelling van de integraalrekening), verwisseling van limiet en integraal, en het voorstelbaar zijn van een functie door zijn Fourierreeks. Vervolgens wordt uiteengezet dat aan de basis van Lebesgue's oplossing een nauwkeurig onderzoek ligt van de topologische eigenschappen van de reële rechte; zo wordt 'Heine-Borel' wel gezien als de 'eerste fundamentele stelling van de maattheorie'. De auteur vermeldt ook een paar leerzame historische fouten zoals *Harnack's mistake* uit 1885: van het interval $[0, 1]$ blijft niets over wanneer er, bij een gegeven aftelling $\{r_1, r_2, \dots\}$ van de rationale getallen tussen 0 en 1, achtereenvolgens intervallen verwijderd worden van lengte $\frac{1}{2}$ rond r_1 , van lengte $\frac{1}{4}$ rond r_2 , van lengte $\frac{1}{8}$ rond r_3 enzovoort.

Bressoud heeft mijns inziens het onderwerp op een heel onderhoudende, zij het wat academische wijze aan de orde gesteld. Hij is daarbij niet altijd even zorgvuldig; zo blijft het onduidelijk of de te integreren functies ook de waarden $\pm\infty$ mogen aannemen, en de verschillende meetbaarheidsdefinities voor functies lopen nogal door elkaar heen. Een positief punt zijn de in 8 van de 9 hoofdstukken voorkomende paragrafen met opgaven, die de lezer uitdagen zelf de grenzen op te zoeken van wat mogelijk is; voor een aantal ervan zijn achterin het boek aanwijzingen opgenomen. De literatuurlijst bevat 89 titels.

Als leidraad voor een gedegen bachelor cursus 'Maat en integraal' zou ik Bressoud's boek niet willen gebruiken, niet zozeer vanwege de historische omwegen en uitweidingen, maar vooral omdat het in het begin van de 20-ste eeuw blijft steken en geen opening biedt naar algemenere ruimten (dan \mathbf{R}) en daarmee naar de kansrekening. Als aanvullende literatuur daarentegen is het boek zeker aan te bevelen.

Klaas van Horn



William Chen, Timothy Gowers, Heini Halberstam, Wolfgang Schmidt, Robert Vaughan (eds.)

**Analytic Number Theory
Essays in Honour of Klaus Roth**

Cambridge University Press, 2009

491 p., prijs £60.00

ISBN 0-521-51538-2

Klaus Roth ontving in 1958 de Fieldsmedaille voor zijn werk aan rationale benaderingen van algebraïsche getallen, aan rekenkundige deelrijen in dichte rijen van natuurlijke getallen, en aan gelijkverdeling. Een indrukwekkende groep wiskundigen eert hem ter gelegenheid van zijn 80ste verjaardag met deze proceedings. In de vele overzichtsartikelen geeft het boek een prachtig beeld van de ontwikkelingen in de achterliggende vijftig jaar die deels op het werk van Roth voortbouwen.

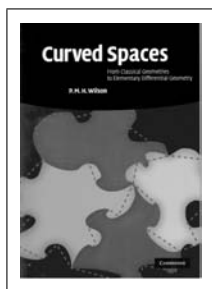
Zannier behandelt de Stelling van Roth (de basis voor Wolfgang Schmidts Subspace Theorem) en haar toepassingen. Zelf schrijft Schmidt over de toepassing van Laurent's versie van de Subspace Theorem op de vergelijking $\alpha_1^{x_1} \alpha_2^{x_2} \dots \alpha_n^{x_n} = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ met $\alpha_1, \dots, \alpha_n \in \mathbb{C}^*$ en $f \in \mathbb{C}[X_1, \dots, X_n]$. Bugaeud bestudeert convergenten van algebraïsche getallen. Metrische diophantische aspecten worden behandeld door Laurent en door Beresnevich, Bernik, Dodson en Velani.

Het werk van Roth over rekenkundige rijen van lengte 3 was het startpunt van het werk van Szemerédi, later van Gowers, en nog later van Green en Tao. Laatstgenoemden geven in deze proceedings een nieuwe grens voor rijen van lengte 4. Ook Sárközy and Stewart bouwen verder op het werk van Roth. Additieve getaltheorie is verder het onderwerp van bijdragen van onder anderen Bourgain (som-product verschijnselen), Browning en Heath-Brown (gehele punten op kubische oppervlakken), Brüdern (binaire additieve problemen), Katz (karakter-sommen), Maier en Vaughan (beiden exponentiaalsommen).

Ideeën van Roth over gelijkverdeling vormen het onderwerp van artikelen van Chen en Travaglini en van Chazelle. Gelijkverdeling is ook het hoofdthema van bijdragen van onder meer Helfgott en Venkatesh, en van Konyagin.

Van de in totaal 32 artikelen gaan sommige nog over niet genoemde onderwerpen zoals getallen met een grote priemfactor (Baker en Harman), lineaire homogene congruenties (Schinzel) en woorden en transcendentie (Waldschmidt). Kortom, dit boek is een schatkist voor getaltheoretici.

Rob Tijdeman



Pelham Wilson
**Curved Spaces
From Classical Geometries to Elementary Differential Geometry**

Cambridge University Press, 2008

186 p., prijs £25.99

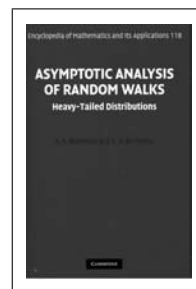
ISBN 0-521-71390

Dit boek is een uitgebreide versie van Wilsons lecture notes voor een tweedejaars cursus meetkunde. In het voorwoord schrijft de auteur dat meetkundige ideeën nog altijd een belangrijke rol spe-

len in de wiskunde en theoretische natuurkunde. Dit boek is bedoeld om studenten kennis te laten maken met enkele van deze ideeën. Het moet een brug vormen tussen elementaire vakken, zoals (complexe) analyse en algebra, en meer geavanceerde cursussen over thema's als Riemann-oppervlakken, differentieerbare variëteiten, algebraïsche topologie en differentiaalmeetkunde. Het boek is dus geen leerboek differentiaalmeetkunde. Standaardbegrippen als tensorvelden, Levi-Civita-connecties, Christoffel-symbolen en de Gauss-afbeelding komen dan ook niet voor.

Het boek begint met een studie van eenvoudige oppervlakken als het Euclidische vlak, de sfeer en de vlakke torus. (De spaces uit de titel zijn vrijwel altijd oppervlakken.) Hierop volgt een topologisch getint hoofdstuk over triangulaties, Euler-getallen en oppervlakken van geslacht g . Vervolgens worden Riemannse metrieken geïntroduceerd op open deelverzamelingen van \mathbb{R}^2 . Na een lokale studie van booglengthe en oppervlakte bespreekt de auteur drie modellen van het hyperbolische vlak. In de laatste drie hoofdstukken wordt naar abstracte oppervlakken toegewerkt. Eerst komen oppervlakken in \mathbb{R}^3 aan bod. De Gauss-kromming wordt gedefinieerd met behulp van de eerste en tweede fundamenteelvorm. Het voorlaatste hoofdstuk behandelt de lokale theorie van geodeten. Het eindigt met de existentie van lokale geodetische poolcoördinaten. Deze worden in het laatste hoofdstuk gebruikt om de Gauss-kromming voor een abstract (niet ingebed) oppervlak te definiëren. Het theorema egregium (kromming is intrinsiek) volgt eenvoudig. Het boek eindigt met Gauss-Bonnet voor abstracte, gesloten oppervlakken.

In mijn ogen is Wilson in zijn opzet geslaagd. Het boek bereidt de lezer inderdaad voor en motiveert tot verdere studie in genoemde richtingen. De benodigde voorkennis is zeer bescheiden, want de bewijzen worden in detail uitgewerkt en alle begrippen zorgvuldig geïntroduceerd. Door de opbouw van concreet naar abstract en de concentratie op een beperkt aantal thema's (isometrieën, krommen, triangulaties) zit er een duidelijke lijn in het boek. De opgaven zijn maakbaar en sluiten goed aan bij de behandelde stof. Ik kan dit boek dan ook van harte aanraden. Voor lezers met meer tijd en belangstelling voor de geschiedenis van de differentiaalmeetkunde is het ruim 50 procent dikkere boek *Geometry from a differentiable viewpoint* van John McCleary (Cambridge University Press, 1995) een interessant alternatief. Jeroen Spandaw



Aleksandr Borovkov, Konstantin Borovkov
Asymptotic Analysis of Random Walks

Heavy-tailed Distributions

Cambridge University Press, 2008

Encyclopedia of Math. and its Appl. 118

625 p., prijs £99.00

ISBN 0-521-88117-3

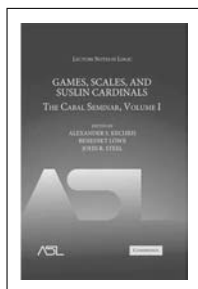
Random walks form a key subject in probability theory, with applicability in a wide range of fields: physics, sequential analysis, queueing theory, risk theory. The strong interest in random walks with heavy-tailed step sizes of the past two decades was triggered by measurements on data in finance, insurance, and communications. For example, the famous Bellcore measurements of 1989 on traffic characteristics in their Ethernet local area network revealed that this traffic exhibited features like self-similarity and long-

range dependence, leading to the study of traffic and queueing models with heavy-tailed service requirements.

Alexander Borovkov and his son Kostya have written a lengthy monograph on the asymptotic behaviour of random walks with heavy-tailed (in particular: regularly varying, sub- and semi-exponential) jump distributions. More precisely, the main objects of study are the tail probabilities of the sum S_n of n independent, identically distributed random variables (jump sizes), and of $\bar{S}_n = \max_{k \leq n} S_k$ and $\bar{S}_n(a) = \max_{k \leq n} (S_k - ak)$. They present a unified exposition of the theory, based on a common probabilistic approach. The book is much more than an expository survey; many of the results are new.

The book is organized as follows. After a preliminary chapter, Chapters 2, 3 and 4 are, respectively, devoted to random walks with jumps having no finite first moment, having a finite first but infinite second moment, and having zero mean and finite variance. Subsequent chapters consider various classes of heavy-tailed jump size distributions. Chapter 8 studies the asymptotics of the first hitting time of a particular level. Chapters 9, 10 and 11 are concerned with various large deviations issues. Chapters 12-16 consider generalizations of the previous theory to cases like: non-identically distributed jump sizes, dependent jumps, continuous-time random processes, and generalized renewal processes.

Throughout the book, an exceptionally strong mastery of probabilistic techniques for sums of random variables is demonstrated. Due to its technical nature, this is no easy read. However, the book is well written and its encyclopedic nature and wealth of new results make it a precious possession. The authors announce a companion volume on random walks with fast decaying jump size distributions — something to look out for. *Onno Boxma*



Alexander Kechris, Benedikt Löwe, John Steel

Games, Scales and Suslin Cardinals. The Cabal Seminar, Vol. 1

Cambridge University Press, 2008

Lecture Notes in Logic 31

447 p., prijs £ 45.00

ISBN 0-521-89951-2

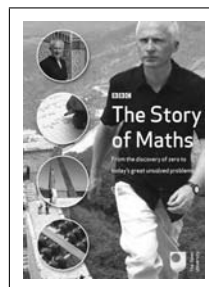
Tijdens mijn studie zag ik in de bibliotheek in de gele reeks Lecture Notes in Mathematics ook delen staan met als titel *Cabal Seminar*; ik bladerde er wel eens in maar was nog niet voldoende bekend met beschrijvende verzamelingenleer om te waarderen wat in deze boeken te vinden was. Tegenwoordig weet ik wat meer en kan beter begrijpen/waarderen waar het in dat seminar over ging: de structuur van deelverzamelingen van de reële rechte.

De meesten van ons kennen de Borelverzamelingen wel: die vormen de kleinste σ -algebra waartoe alle open deelverzamelingen van \mathbb{R} behoren. Voor een nauwkeurige studie van die verzamelingen is deze definitie niet echt handig. Het centrale idee van een expliciete beschrijving is dat van een boom en wel een boom op $X \times Y$ is een verzameling T van geordende paren (s, t) van eindige rijtjes met hetzelfde domein en waarbij s waarden in X heeft en t waarden in Y . Wat T tot een boom maakt is dat als $(s, t) \in T$ en als s' en t' even lange beginstukken van s en t zijn dan $(s', t') \in T$. Zo'n boom T dient als beschrijving van een deel-

verzameling A_T van $X^{\mathbb{N}}$, als volgt: $x \in A_T$ dan en slechts dan als er een $y \in Y^{\mathbb{N}}$ bestaat zodanig dat alle paren even lange beginstukken van x en y tot T behoren. Het topologische product $\mathbb{N}^{\mathbb{N}}$ is homeomorf met de verzameling der irrationale getallen en voor de beschrijvende verzamelingenleer is er geen echt verschil tussen die verzameling en \mathbb{R} zelf. Dit maakt duidelijk waarom voornamelijk het geval $X = \mathbb{N}$ bekeken wordt. De 'klassieke' beschrijvende verzamelingenleer neemt $Y = \mathbb{N}$ maar voor verzamelingen van hogere complexiteit dan de Borelverzamelingen worden ook andere verzamelingen gebruikt.

Dit boek, het eerste van vier, doet wat sommigen (wellicht velen) van ons wel eens met ons eigen werk zouden willen doen: de oude artikelen uit de gele deeltjes opnieuw opmaken in \TeX . De artikelen zijn nu gegroepeerd naar onderwerp in plaats van chronologie en aangevuld met ongepubliceerd en nieuw materiaal. De drie termen uit de titel slaan op stukken gereedschap die zijn ontwikkeld om via de boomrepresentaties meer vat op de deelverzamelingen van \mathbb{R} te krijgen.

Het zou te ver voeren hier uit de doeken te doen wat die gereedschappen precies doen. Pak het boek eens van zijn plank in de bibliotheek, blader er in en lees vooral de inleidingen van Steel (Games and Scales) en Jackson (Suslin cardinals) om te zien hoe ingewikkeld die goede oude reële rechte kan zijn. *Klaas Pieter Hart*



Marcus du Sautoy
The Story of Maths (DVD)

BBC / The Open University, 2008

Distributie via cannyminds.com

6 uur, prijs £18.49

The Story of Maths is een vierdelige documentaire over de geschiedenis van de wiskunde, gepresenteerd door Marcus du Sautoy, getaltheoreticus en hoogleraar in Oxford. De documentaire is een co-productie van de BBC en Open University en om diverse redenen het bekijken meer dan waard.

Wij volgen Du Sautoy op een wereldreis waarbij hij in chronologische volgorde die plaatsen bezoekt waar belangrijke gebeurtenissen in de geschiedenis van de wiskunde plaatsvonden. Alle middelen worden ingezet om uit te leggen wat er zich heeft afgespeeld. Zo zien we in het eerste deel, gewijd aan de oude Egyptische en Babylonische wiskunde, Du Sautoy bovenop een zijvlak van een reusachtige in de ruimte zwevende piramide staan. In de beeldvullende animatie wordt de piramide — zo een waarvan de top zich loodrecht boven een hoekpunt van het vierkante grondvlak bevindt — met twee andere samengevoegd tot een kubus. Zo zie je dat elk van die drie congruente piramides een volume heeft gelijk aan één derde van dat van de kubus. In Egypte kenden ze die formule ver voor Christus al en wie weet zagen ze dat wel op deze manier in. In dezelfde aflevering stapt de presentator in een luchtballon. Om te rekenen aan een grote rechthoekige akker kun je de zaak inderdaad het beste vanuit de lucht bekijken.

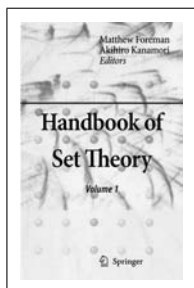
De overige drie delen van de serie zijn gewijd aan de Chinese en Indiase wiskunde, aan de Europese ontwikkelingen tot en met de 19de eeuw en aan hoogtepunten uit de 19de en 20ste eeuw.

De serie is zeer onderhoudend en de beelden zijn prachtig. Er zijn opnames van de Chinese muur, van Kerala in Zuid-Oost India, van het Griekse eiland Samos, van Alexandrië, van Toulouse, van het geboortedorp van Newton, van Göttingen, van het voormalige Königsberg, nu Kaliningrad geheten, van Sint Petersburg, van Basel, Hannover, Halle, Wenen, Parijs, Princeton, Berkeley en van nog ettelijke andere locaties. En u kunt het voor een deel raden, daarbij komt het werk van Madhava, Pythagoras, Euclides, Fermat, Gauss, Bolyai, Riemann, Hilbert, Euler, de Bernoullis, Leibniz, Galois, Cantor, Poincaré, Perelman, Gödel, Julia Robinson, Matiyasevich en nog ettelijke anderen aan de orde.

Overall maakt de presentator gebruik van lokale vervoermiddelen, zo zien we hem in Leiden fietsen langs de gracht. Du Sautoy heeft ook de juiste gesprekspartners. In Halle spreekt hij met Joseph Dauben, een Cantor-specialist, in Hannover met Leibniz-specialist Herbert Breger, enzovoort. In Leiden is dat Descartes-specialist Henk Bos, die kort uitlegt wat analytische meetkunde is en dat Descartes geen aardige man was. Het lukt niet altijd; in Petersburg blijkt Perelman niet te spreken. Dat is niet verbazingwekkend. Een gesprek met Matiyasevich lukt dan gelukkig wel.

Kortom, een mooie documentaire en heel geschikt om te tonen bij een cursus geschiedenis van de wiskunde. *Teun Koetsier*

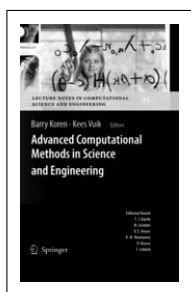
Recent verschenen publicaties (suggesties naar reviews@nieuwarchief.nl)



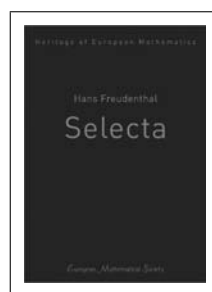
Matthew Foreman, Akihiro Kanamori (eds.)
Handbook of Set Theory
 Springer Verlag, 2010
 ISBN: 978-1-4020-4843-2
www.springer.com/mathematics/book/978-1-4020-4843-2



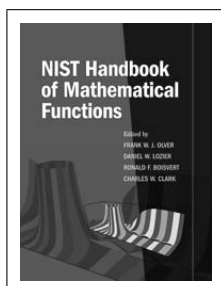
Terence Tao
Poincaré's Legacies, Part I & Part II
 Amer. Math. Soc., 2009
 ISBN 0-8218-4883-6, 0-8218-4885-2
www.ams.org/bookstore-getitem/item=mbk-66,
www.ams.org/bookstore-getitem/item=mbk-67



Barry Koren, Kees Vuik (eds.)
Advanced Computational Methods in Science and Engineering
 Springer Verlag, 2010
 ISBN: 978-3-642-03343-8
www.springer.com/mathematics/numerical+and+computational+mathematics/book/978-3-642-03343-8



Tonny A. Springer, Dirk van Dalen (eds.)
Hans Freudenthal: Selecta
 European Math. Soc., 2009
 ISBN 978-3-03719-058-6
www.ems-ph.org/books/book.php?proj_nr=108



Frank W.J. Olver et al. (eds.)
NIST handbook of Mathematical Functions
 Cambridge University Press, 2010
 ISBN-13: 9780521140638
www.cambridge.org/uk/catalogue/catalogue.asp?isbn=9780521140638



Michel Broué
Introduction to Complex Reflection Groups and Their Braid Groups
 Springer Verlag, 2010
 ISBN: 978-3-642-11174-7
www.springer.com/mathematics/algebra/book/978-3-642-11174-7