

## Bennie Mols

Kijkduinstraat 121-2  
1055 XW Amsterdam  
benniemols@gmail.com

### Maatschappij Studiegroep Wiskunde met de Industrie 2008

# Klaar voor vertrek

**Hoe zet je treinstellen 's nachts handig op rangeersporen neer, zodat 's morgens alle treinen weer op tijd kunnen vertrekken? Deze vraag stelde NS aan de Studiegroep Wiskunde met de Industrie. Voor dit optimalisatie-probleem is geen snelle oplosmethode bekend, dus er moet slim gemodelleerd en gerekend worden.**

Dagelijks vervoeren de Nederlandse Spoorwegen (NS) gemiddeld 1,1 miljoen reizigers. Dat gebeurt in 4.500 treinritten over één van de drukst bereden spoornetwerken van Europa. Daarnaast beheert NS alle 377 stations in Nederland. Hoeveel treinen en treinstellen er op een bepaald moment van de dag nodig zijn, varieert sterk. Tijdens de spitsuren wordt vrijwel al het materieel gebruikt. In de daluren is dat veel minder, en 's nachts rijden er nauwelijks treinen. De niet gebruikte treinstellen moeten 's nachts en tijdens de daluren geparkeerd worden op rangeerterreinen.

Het rangeren van treinstellen op diverse rangeersporen gebeurt niet willekeurig. NS wil er namelijk voor zorgen dat, zodra de treinstellen weer nodig zijn, er zo min mogelijk tijd verloren gaat door het ophalen van de treinstellen. Het is uiterst onhandig als er eerst zes treinstellen van een rangeerspoor weg moeten om bij het een zevende treinstel te kunnen. Hoe zet je treinstellen zo efficiënt mogelijk op een serie rangeersporen neer, gegeven de NS-dienstregeling en het aantal perrons en rangeersporen van een station? Dat is de vraag die door NS aan de Studiegroep Wiskunde met de Industrie werd voorgelegd.

“Nu wordt de rangeerplanning nog volledig handmatig opgesteld, aan de hand van een grafisch planbord”, vertelt Leo Kroon, als onderzoeker werkzaam bij NS Reizigers, en daarnaast hoogleraar kwantitatieve logistiek aan de Erasmus Universiteit in Rotterdam. “Ik schat dat er zo'n honderd mensen bij de NS-rangeerplanning betrokken zijn, verdeeld over verschillende locaties. In de toekomst willen we de planners ondersteunen met een wiskundig model. Maar omdat er altijd praktische details zijn die niet in de modellen meegenomen kunnen worden, zullen de planners de oplossingen van het model in de praktijk moeten bijslijpen.”

Het aantal benodigde rangeerbewegingen varieert per station. Op grote stations, zoals Utrecht, en belangrijke knooppunten, zoals Zwolle, kan het om vijftig tot zelfs een paar honderd rangeerbewegingen per dag gaan.

Samen met een NS-collega en met Lex Schrijver van het CWI heeft Kroon het rangeerprobleem zelf ook al wiskundig aangepakt. “Ons model is gebaseerd op geheeltallig Lineair Programmeren”, zegt Kroon. “Op een aantal rangeerlocaties wordt het ook al met succes toegepast. Maar het model kent twee na-

delen. De rekentijd loopt snel uit de hand, en sommige details zijn lastig te modelleren, terwijl we ze wel zouden willen meenemen. Wij gaan er bijvoorbeeld vanuit dat het rangeren van een treinstel meteen gebeurt nadat een trein op een station is aangekomen en voorlopig niet meer gebruikt gaat worden. Maar soms is het handiger om een treinstel even te laten wachten, zodat je een ander treinstel dat later binnenkomt eerder weg kunt rangeren, bijvoorbeeld als het tweede treinstel pas later nodig is voor vertrek en dus beter achteraan op het rangeerspoor kan staan.” De specifieke vraag aan de wiskundigen van de studiegroep was dan ook om een alternatieve methode te bedenken, die flexibeler is en die dit soort mogelijkheden wel toelaat.

#### Gretig algoritme

Marjan van den Akker (Universiteit Utrecht), Hilbrandt Baarsma, Johann Hurink, Jacob Jan Paulus, Jan Schreuder (Universiteit Twente), Maciej Modelski, Dan Roozmond en Ingrid Reijnen (Technische Universiteit Eindhoven) werkten aan het probleem. “Om een gevoel te krijgen voor de rangeerproblematiek, kregen we van NS de rangeergegevens van Alkmaar, een middelgroot station”, vertelt Marjan van den Akker, wiskundige en universitair docent bij Informatica aan de Universiteit Utrecht. Zij zat in de studiegroep die het NS-probleem een week lang

heeft bestudeerd. “Vervolgens hebben we het probleem generiek aangepakt: voor een willekeurige layout van rangeersporen, en dus voor een willekeurig station.”

Rangeersporen kunnen van twee kanten toegankelijk zijn, of slechts van één kant. In het laatste geval is het rangeerspoor aan één kant afgesloten door een stootblok. Als één rangeerbeweging telt het voor- of achteruit bewegen van een treinstel. Het wiskundige probleem komt nu neer op het minimaliseren van het aantal rangeerbewegingen. In de besliskunde staat dit probleem bekend als een zogeheten NP-moeilijk probleem: een probleem waarvan gemakkelijk te testen is of een gegeven oplossing klopt, maar waarvoor geldt dat als een algoritme wordt ontdekt dat het probleem ‘snel’ kan oplossen (in ‘polynomiale tijd’), dan kunnen meteen *alle* NP-problemen snel worden opgelost. Men beschouwt het daarom als onwaarschijnlijk dat ooit een snel algoritme voor een NP-moeilijk probleem wordt gevonden. Wie er toch in slaagt een snelle methode te vinden om NP-moeilijke problemen op te lossen, kan van het Clay Mathematics Institute een prijs van een miljoen dollar tegemoet zien. Dit instituut stelde in 2000 een lijst van zes fundamentele wiskundige problemen op: millenniumproblemen, die een uitdaging zijn voor de 21ste eeuw. De studiegroep onderzocht twee heuristische oplossingsmethoden. Van den Akker: “De eerste is een *greedy algorithm* – een gretig algoritme. Dat is een bekend princi-

pe om NP-moeilijke problemen op te lossen. Het is een benaderende methode, die via enkele vuistregels op elk moment probeert te doen wat op dat moment het beste lijkt, zonder verder vooruit te kijken. De tweede oplossingsmethode is gebaseerd op dynamisch programmeren. Dit is in principe een exacte methode, die de beste oplossing vindt, maar daar wel veel rekentijd voor nodig heeft.”

Bij het rangeren wordt ook rekening gehouden met de lengte van treinstellen en het treintype: bijvoorbeeld een stoptrein, een sprinter of een intercity dubbeldekker. De dienstregeling van NS schrijft precies voor hoeveel treinstellen van welk type op welke traject moeten rijden om de verwachte passagiersaantallen te kunnen vervoeren.

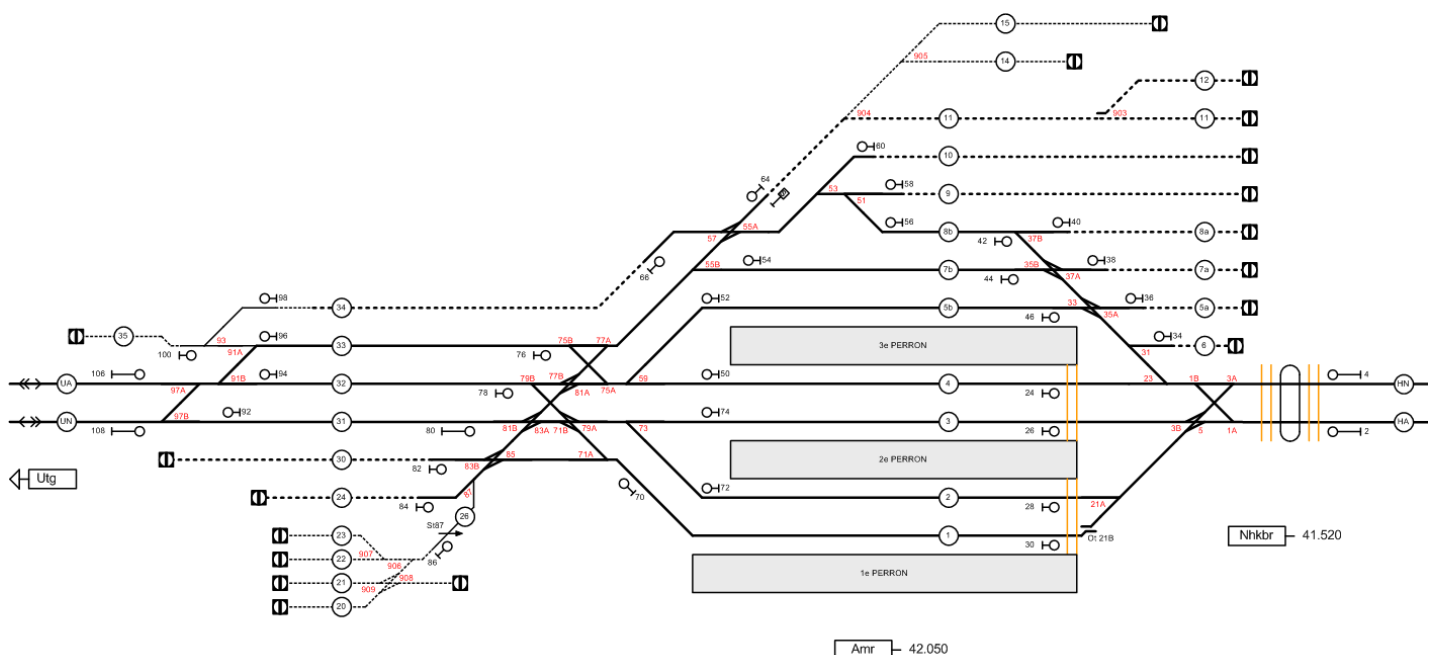
In de NS-praktijk blijkt vooral het aantal rangeerbewegingen dat nodig is om een trein vlak voor vertrek klaar te maken cruciaal, vanwege de beperkte tijd. Het rangeren van treinstellen nadat een trein is aangekomen, is van minder belang. Als uitgangspunt bij de benaderende methode kozen de wiskundigen van de studiegroep daarom voor het gereed hebben van een trein op het moment van het geplande vertrek. Met dat uitgangspunt wordt teruggerekend in de tijd waar de diverse treinstellen moeten staan om dat voor elkaar te krijgen. Vervolgens weet je dan ook welke rangeerbewegingen nodig zijn nadat een trein is aangekomen op een station. Met deze benaderende methode vindt de computer binnen een minuut een vrij goede oplossing, hoewel

in het algemeen niet de beste. “We hebben de benaderende methode ook nog wat intelligenter gemaakt door twee of drie stappen vooruit te kijken”, zegt Van den Akker. “Zo kunnen we bijvoorbeeld enkele vuistregels meenemen die de rangeerplanners in de praktijk gebruiken.”

De benaderende methode is flexibeler dan de methode die NS zelf had ontwikkeld. Zo laten de resultaten zien dat het inderdaad beter kan zijn om een treinstel nog even op een perron te laten wachten, en eerst de treinstellen weg te rangeren van een trein die nog in aantocht is.

**Kosten-batenanalyse**

Waar de greedy methode juist terugrekent in de tijd, rekt de exacte methode met de methode van het dynamisch programmeren vooruit in de tijd. De methode doorloopt stap voor stap de aankomst- en vertrekbewegingen op het station. Uitgaande van welk materieel er op een bepaald moment een station staat en op welke plek, onthoudt deze methode de efficiëntste serie rangeerbewegingen om deze situatie te bereiken. Telkens als er weer een trein aankomt of vertrekt, bekijkt de methode alle mogelijkheden om te rangeren. Op deze manier wordt voor elke mogelijk nieuwe opstelling van materieel op het station de efficiëntste serie rangeerbewegingen om deze opstelling te bereiken bepaald. Van den Akker: “Omdat het aantal mogelijkheden snel uit de hand loopt, moeten we dat



Figuur 1 Het station van Alkmaar met doorgaande sporen, perronsporen en rangeersporen

aantal inperken door extra eisen op te leggen. Bijvoorbeeld dat we maar maximaal drie of vier rangeerbewegingen toestaan. En soms beperkt de symmetrie van het probleem het aantal benodigde rekenoperaties. Voor een relatief klein voorbeeld hebben we de exacte methode getest.” De twee ontwikkelde methodes benaderen hetzelfde probleem als het ware van twee verschillende kanten. Je kunt de benaderende methode exacter maken; dat kost dan weer iets meer rekentijd. En je kunt de exacte methode meer heuristisch maken, waarmee je rekentijd wint. Welke van de twee methodes NS zou willen gebruiken, is een afweging tussen de kosten van de rekentijd en de kwaliteit van de oplossing.

Een andere mogelijkheid is om beide methodes te combineren. Van den Akker: “Je kunt de *greedy* methode als een soort filter gebruiken voor de exacte methode. In principe rekent de exacte methode alle mogelijke opties door. Maar stel dat hij een optie doorrekent die bij een bepaalde tussenstop al een slechter resultaat scoort dan de oplossing die de greedy methode geeft, dan weet je dat de exacte methode die optie niet nog verder hoeft door te rekenen. Dan stop je met het berekenen van die optie en win je rekentijd.”

#### Minder rangeerbewegingen

“De resultaten van de studiegroep zijn voor ons een eerste aanzet tot een alternatief rangeermodel”, reageert Leo Kroon op het werk van de wiskundigen. “We hebben de voorgestelde methoden nog niet uitgetoetst in de praktijk, maar ik zie wel de toegevoegde waarde. De studiegroep heeft voor een aantal voorbeelden laten zien dat er minder rangeerbewegingen nodig zijn dan ons op geheeltallig lineair programmeren gebaseerd model suggereert. Het zijn geconstrueerde voorbeelden, maar toch. Ze geven ons een andere kijk op het rangeerprobleem dan we zelf al hadden.”

Voor NS is het rangeerprobleem een onderdeel van een veel groter informatiseringsproject. “Alle informatiesystemen die bij de NS-planning betrokken zijn, moderniseren we momenteel”, vertelt Kroon. “We steken de klassiek gebruikte planborden in een modern, grafisch jasje op de computer. Op termijn willen we die planborden koppelen aan een model voor het rangeerprobleem. Het rangeerprobleem is een van de hardst te kraken noten in ons totale planningsprobleem. Het is veel moeilijker dan te bepalen welke treinstellen we op welke trajecten moeten inzetten en ook moeilijker dan te bepalen op welke trajecten we het personeel het beste kunnen inzetten.”

