

## Nellie Verhoef

University of Warwick, Institute of Education

Westwood Campus, Canley

Coventry, CV4 7AL

United Kingdom

N.C.Verhoef@warwick.ac.uk

### Column Wiskundigen in den vreemde

# Aan de bron van het wiskundig leren denken

**Nellie Verhoef is vakdidacticus wiskunde aan de Universiteit van Twente. Zij heeft educatief verlof en vult dat in door vier maanden te verblijven op de Universiteit van Warwick om daar samen te werken met David Tall, deskundige op het terrein van het wiskundig leren denken.**

Wat zag ik er tegenop om alleen naar Engeland te gaan—vliegen, met de metro diep onder het drukke Londen door, de trein naar Coventry, dan nog een taxi en waar kom je uiteindelijk terecht? Wat viel het mee! Engelsen zijn aardig en vooral beleefd, ze helpen je overal mee, zelfs met het kopen van een kaartje uit de automaat. Op de campus, waar ik een prachtig appartement heb, valt de bewaking op. Overal staan mannen met gele lichtgevende jacks, alleen maar te kijken. In eerste instantie geeft dat een veilig gevoel. In tweede instantie vraag ik me af waarom ze er staan. Zou dat nodig zijn hier? Dubbeldeksbussen rijden af en aan. Bij het instappen doe je (liefst gepast) geld in een blikje en trekt een kaartje alsof je bij de bakker in de rij staat, best wel primitief. Wat betreft de treintarieven heb ik me ook verbaasd: een enkele reis is anderhalf keer duurder dan een retour. Waarschijnlijk wordt ervan uitgegaan dat, als je vertrekt, je op dezelfde manier terugkomt.

Ik ben in Warwick met het doel een artikel te schrijven — met een voldoende impactfactor, een maat die het gemiddelde aantal citaties weergeeft in artikelen die gepubliceerd zijn in sociaal-wetenschappelijke tijdschriften — over de professionele ontwikkeling van wiskundedocenten. Mijn onderzoeksvraag is als volgt. Wat is wiskundig-didactische kennis (*mathematical*

*knowledge for teaching*) en hoe kun je deze kennis verwerven?

Ik deel mijn werkkamer op de universiteit met Whi-Lie die volstrekt andere gewoontes heeft. De eerste dag dat ik 's morgens vroeg de kamer instap, deins ik terug vanwege de geur: Whi-Lie is op een kookplaatje eten aan het opwarmen, de ramen zijn dicht. Ze lacht vriendelijk en stelt zich voor: Whi-Lie, maar haar Engelse naam is Sarah.

Het Warwickse onderwijsinstituut is in de didactiekwereld van grote betekenis. Hier heeft Richard Skemp in 1971 het bekende Penguinboekje *The Psychology of Learning Mathematics* geschreven. Ik kreeg het ooit nog van mijn vader. In het modernogende instituut vinden internationale studenten en bezoekers probleemloos hun weg. De lerarenopleiding leeft (zoals alle lerarenopleidingen) van subsidies, maar weet op een slimme manier alles te combineren. Colleges zijn modulair van opzet en worden gegeven door gepromoveerde docenten. De studenten zijn behalve reguliere masterstudenten ook docenten die een certificaat willen halen via contractonderwijs. Veel energie wordt gestoken in werving van nieuwe studenten, vooral internationale studenten leveren geld op. Individuele leertrajecten worden digitaal bijgehouden, geëvalueerd en na een plenaire bespreking met betrokkenen bijgesteld. Vanwege de brede combinaties zijn relatief veel mensen bij een leertraject betrokken. In één bijeenkomst trof ik diverse ICT-deskundigen, e-learning deskundigen, mediadeskundigen, pedagogen, vakdidactici wiskunde, tutoren, een dramadeskundige, een logopedist, een docent wetenschappelijk schrijven, een docent Engels, een bibliothecaris en een mastervoorlichter aan.

In de eerste week woonde ik een tweedaagse *Teacher Advanced Mathematics* (TAM) course bij. Zo'n 30 leraren worden ontvangen in een prachtig computerlokaal met een smartboard. De start van de cursus: sommen maken! Net als in Nederland vinden wiskundedocenten het heerlijk om in groepjes samen sommen te maken. Over de volgorde van de opgaven is goed nagedacht. Eerst moet de vijftigste term van de meetkundige rij (MR) gegeven door  $3, 3 \times 2, 3 \times 2^2, \dots$  worden gevonden. Dan wordt gevraagd de uitkomst van de som  $3 + (3 \times 2) + (3 \times 2^2) + (3 \times 2^3) + \dots + (3 \times 2^{40})$  uit te leggen zonder gebruik te maken van de formule. Vervolgens moet je laten zien hoe je aan de formule  $a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$  komt. Wat is de som van alle machten van 2 van 16 tot en met 8192? De serie opgaven eindigt met de vraag naar de uitkomst van de oneindige meetkundige reeks  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{2^n}$ . Vanuit het didactische perspectief start de serie met een vraag waar je altijd een antwoord op kunt vinden, bijvoorbeeld door alles uit te schrijven. Bij de tweede vraag word je aangezet tot generaliseren, een eerste stap naar abstractie. De derde vraag is nog abstracter. De vierde vraag is een toepassing en de laatste vraag is een aanzet tot exploratie.

Leuk om het werken van zo'n groep docenten te zien en te vergelijken met een groep Nederlandse wiskundedocenten. Net als in Nederland pakt de één het deductief aan en schrijft alles precies op, terwijl de ander inductief georiënteerd is en met wat losse flodders tot een oplossing komt. In no-time zijn

de rollen in de groep verdeeld. Voor het eerst vraag ik me af waarom dit eigenlijk méétkundige rijen worden genoemd. Het antwoord komt na de pauze vanzelf als de zeef van Sierpiński verschijnt, met de vraag welke rij hierbij (zie de figuur hieronder) hoort. Tot mijn verbazing wordt er niet gezamenlijk gereflecteerd op de opgaven, noch op het verschil in aanpak, noch op de herkenning in het eigen onderwijs.

In de pauze gaan de gesprekken, net als in Nederland, over de lage status van de docent. Ze moeten hard werken, en het aanzien daalt steeds verder. De onderlinge verschillen tussen scholen zijn groot, rijke scholen met in elk lokaal een smartboard tegenover arme scholen waarin 40 leerlingen in één lokaal zitten. De onderlinge contacten lijken bijna belangrijker te zijn dan de aangeboden leerinhoud. Maar ook de universiteit heeft haar belang. De werving vanuit de universiteit klinkt in mijn oren bijna opdringerig. Op de man af wordt gevraagd of docenten niet voelen voor een masterdiploma of, wat minder, een aantal cursussen waarbij weer certificaten gehaald kunnen worden. Ik zie de docenten zuchtend rondkijken: nee, ze hebben het al zo verschrikkelijk druk en hun collega's ook!

Kortom: ik vind in een ander land een instituut dat nauwelijks gericht is op specialisatie, en een TAM-cursus waarbij ik me afvraag wat er van mathematical knowledge for teaching terecht komt. Toch een voorrecht om zo even buiten de normale gang van alledag om, de tijd te krijgen om eens om je heen te kunnen kijken! ←

