

## Nellie Verhoef

Faculteit Gedragwetenschappen, Instituut ELAN,  
Universiteit Twente,  
Postbus 217  
7500 AE Enschede  
n.c.verhoef@utwente.nl

## Ferdinand Verhulst

Mathematisch Instituut  
Universiteit van Utrecht  
Postbus 80010  
3508 TA Utrecht  
F.Verhulst@uu.nl

### Geschiedenis

# Hans Freudenthal als docent en collega

Hans Freudenthal heeft een belangrijke invloed gehad op de ontwikkeling van het basis wiskundeonderwijs. Niet minder belangrijk was zijn activiteit als docent en onderzoeker gedurende tientallen jaren op het Mathematisch Instituut van de Universiteit Utrecht. Hoe waren toen zijn ideeën over onderwijs, hoe was hij als collega en hoe waren zijn colleges? Nellie Verhoef en Ferdinand Verhulst interviewden voormalige collega's en studenten van Freudenthal.

Freudenthal is in Nederland vooral bekend om zijn ideeën over wiskundendidactiek. Sprak hij er alleen over of handelde hij er ook naar?

#### Docent en didacticus

*Sprak Freudenthal met wiskundigen over zijn opa-ervaringen? Wat bracht hem tot zijn didactische ideeën?*

Duistermaat: Toen hij rond 1970 gegrepen werd door het onderwerp wiskunde in het basisonderwijs sprak hij er ook meteen veel over.

Van der Kallen: Vermoedelijk kwam die onderwijsfilosofie pas veel later in zijn carrière.

Kalmijn: Op het Mathematisch Instituut gebeurde dat niet, maar wel aan tafel en bij feestjes. Hij vertelde dan over zijn wandelingen met kleinzoon Bastiaan langs het Amsterdam-Rijnkanaal. Ook discussieerde hij veel met zijn vrouw die zich bezig hield met het Jenaplanonderwijs. Freudenthal vertelde me rond 1970 dat hij dacht "Mijn wiskunde droogt op, zal ik geschiedenis van de wiskunde gaan doen of didactiek." Het werd didactiek, daar had hij al tientallen jaren eerder belangstelling voor getoond. Zo was hij betrokken bij de opzet van de lerarenopleiding.

Lemmens: Ik leerde Freudenthal pas goed kennen tijdens mijn promotie-onderzoek vanaf

1965. Bij etentjes met binnen- en buitenlandse bezoekers sprak hij niet over wiskunde, maar over andere onderwerpen. Vanaf de jaren zestig vertelde hij heel enthousiast over zijn ideeën en ervaringen aangaande de didactiek van de wiskunde.

Springer: Met mij heeft hij nooit over die ervaringen gesproken, maar ik weet dat hij in Amsterdam in de jaren dertig al geïnteresseerd was in onderwijs kwesties. Hij kwam er bij zijn kinderen mee in aanraking, zijn vrouw speelde misschien ook een rol als voorvechtster van Jenaplanonderwijs.

Stienstra: Naar mijn weten begon hij rond 1970 over deze ervaringen te praten. Ik herinner me een lezing in het Akademiegebouw over het getalbegrip waarbij vertelde over vogels die een idee leken te hebben over het (juiste) aantal eieren in hun nest en ook sprak over het rekenen van zijn kleinzoon.

*Checkte hij bij wiskundigen zijn ideeën over wiskundeonderwijs?*

Kalmijn: Nee, dat waren gescheiden werelden, hij stapte zo van de ene in de andere. Springer: Daar heeft hij met mij nooit over gesproken.

*Probeerde hij zijn onderwijsfilosofie ook te implementeren in het onderwijs op de univer-*

*siteit? Hoe gaf hij zelf onderwijs, waren zijn colleges te volgen?*

Duistermaat: Nee, van dat implementeren was niets te merken, maar zijn stijl van college geven was prachtig. Zijn college Lineaire Algebra won mij voor de wiskunde (in die tijd hadden we meerdere hoofdvakken en kozen pas later). Het was axiomatisch opgebouwd en mooi van structuur. Ik denk dat dat voor de gemiddelde student wel moeilijk was. Het bijbehorende dictaat was glashelder. Ik heb het idee dat de stof voor Freudenthal een grote vanzelfsprekendheid had. Hij was zo gewend aan bepaalde inzichten en ook basisvaardigheden dat hij zich niet kon voorstellen dat iemand die niet had. Rekeningtafels oefenen, niet nodig. Die kende je gewoon. Toch is het de vraag of hij het met de huidige ontwikkeling van het rekenonderwijs eens zou zijn geweest. Begrip stond bij hem bovenaan en ook dat het begrip aansluit bij de belevingswereld van het kind. Er moest echter wel feedback zijn, hij voerde niet voor niets werkcollege's in, er moest interactie met de practicumleiders komen. Een stelregel van hem was: wiskunde is een doevak.

Van der Kallen: Eind jaren zestig was ik zijn assistent en later een collega. Hij vond het practicum bij zijn colleges erg belangrijk, daar stond hij helemaal achter. Voor het nakijken van werk zorgde hij dat er mankracht beschikbaar was, zijn opgaven voor studenten klopten altijd prima. Het was duidelijk dat hij bij zijn onderwijs van te voren het niveau gekozen had met een constante,



Foto: Jan Stegeman, 17 januari 1963

**Figuur 1** Freudenthal houdt een toespraak bij ingebruikname van de computer op de rekenafdeling, Boothstraat 1c, Utrecht

tamelijk hoge moeilijkheidsgraad. Hij stond ver boven de stof en ook het dictaat was voor een groot deel moeilijk.

Kalmijn: Nee, die didactiek kwam pas later. Als je een goede student was kon je hem volgen, voor de gemiddelde studenten was hij al zeer moeilijk. Zulke studenten waren ook bang om met hem te praten. Als student-assistent merkte ik dat als hij op het practicum kwam en rondliep, een aantal studenten ging werken aan een vraagstuk dat ik al besproken had. Als hij bij college vragen aan de zaal stelde, gaf meestal niemand antwoord, men was geïntimideerd. Wat bij hem als triviaal werd gepresenteerd vergde vaak twee bladzijden uit een boek. Freudenthal had uitgesproken ideeën over de eisen waaraan studenten moesten voldoen en hij stelde snel vast: die is knap, die is dom. Dat deed hij trouwens met iedereen, ook met ministers en hoge ambtenaren. Interessant is dat bij een mondeling tentamen, de student geen idee had of het goed of slecht ging. Het ging hem niet om de antwoorden, maar om het mee kunnen denken van de student. Zo waren een aantal standaardvragen van hem bekend. Ik maakte hem daarop attent, waarop hij zei: "Ik varieer niet de vragen, maar de antwoorden." Lemmens: Nee, hij implementeerde zijn onderwijsfilosofie niet. Actieve studenten die vragen stelden, die hadden wat aan zijn colleges. Uit zichzelf zou hij niet door herhaling iets verduidelijken. Overigens gaf hij in mijn tijd geen verplichte colleges. In mijn eerste jaar (1960–1961) was hij gastdocent in de VS. Stienstra: Zijn colleges 'Structuren van de Wiskunde' in het eerste en tweede jaar wa-

ren prachtig, voor de gemiddelde student misschien aan de moeilijke kant, maar wel een geweldige uitdaging. Van een speciale didactische aanpak was niets te merken, maar hij heeft wel een voor die tijd nieuw iets ingevoerd: practica en proefwerken die voorafgingen aan de tentamens. Het was levendig. Ik herinner me hoe we bij het laatste werkcollege werden overvallen met de opdracht dat iedere student een kort praatje moest houden over zijn favoriete stelling. Daarvoor kregen we een paar minuten voorbereidingstijd. Strooker: In zijn colleges en zijn dictaten zaten zeer grote gaten die je dan zelf moest invullen. Dat was voor veel studenten te moeilijk, maar als je dat lukte werd je daar een echte wiskundige van.

*Gaf hij wel eens les op school?*

Kalmijn: Hij gaf een aantal lessen op een basisschool.

Lemmens: Hij bezocht basisscholen en dan leek het of hij dat al jaren gedaan had.

Springer: Hij hield voordrachten voor leraren, ging later naar scholen toe, maar stond nooit echt voor de klas in basisschool of vwo.

#### **Bestuurder**

*Waarover maakte hij zich druk in de wandelingen?*

Duistermaat: Hij was zeer betrokken bij wat er op de universiteit en maatschappelijk gebeurde en verbond daar ook activiteiten aan. Zo schreef hij jarenlang columns voor De Groene en NRC Handelsblad.

Van der Kallen: Hij vond dat hij overal verstand van had.

Kalmijn: Buiten het Mathematisch Instituut

**Hans Duistermaat (1942)** studeerde van 1959–65 wis- en natuurkunde aan de UU en was student-assistent. Hij deed promotie onderzoek bij Günther Klaus Braun; promoveerde na het onverwachte overlijden van Braun bij Freudenthal in 1968. Hij is hoogleraar aan de UU sinds 1974.

**Piet Lemmens (1943)**, student UU 1960–65, was student-assistent en hierna tot zijn pensioen in dienst van de UU; hij promoveerde in 1969 bij Freudenthal op een onderwerp uit de topologie.

**Wilberd van der Kallen (1947)**, student UU 1965–69, was in zijn 2e studiejaar student-assistent bij het college 'Structuren' van Freudenthal, promoveerde bij Tonny Springer in 1973 en van 1969–2009 in dienst van de UU.

**Leo Kalmijn (1932)**, studie wis- en natuurkunde 1951–58, was student-assistent en van 1958–97 in dienst van de UU.

**Tonny Springer (1926)**, studie in Leiden 1945–51, promoveerde in 1951 in Leiden bij H.D. Kloosterman, naar de UU in 1955, eerst als lector, later hoogleraar tot pensioen in 1991.

**Jan Stienstra (1950)**, studeerde van 1969–73 aan de UU, kende Freudenthal als student en promovendus, promoveerde in 1978 bij Jan Strooker en Spencer Bloch.

**Jan Strooker (1932)** studeerde in Leiden en kwam in 1962 naar de UU. Promoveerde bij Tonny Springer in 1965, hierna in dienst van de UU tot pensioen in 1997. In 1975 lector en daarna hoogleraar.

bemoeide hij zich overal mee, maar daarbinnen was hij zeer zakelijk. Zijn werkkamer had een bureau en een zitje. Bij een bespreking gebruikte hij altijd het zitje, maar de besprekingen waren heel snel voorbij. Hij deed altijd alles tegelijk en doorbrak graag bureaucratische regels.

Lemmens: Over van alles. Wil van Est zei een keer tegen mij: "Freudenthal zoekt de problemen op."

Springer: Hij was altijd met van alles bezig, onderzoek, onderwijs, politiek. Ik had de indruk dat men bij NRC Handelsblad zijn columns over onderwijszaken erg kritisch vond. Strooker: Hij was heel alert op alles wat er binnen en buiten het Instituut gebeurde en speelde daar meteen op in.

*Probeerde hij zijn zin door te drijven als hij dat nodig vond?*

Duistermaat: Hij was een krachtige tegenstander met veel flair.



**Figuur 2** Bouw van het Mathematisch Instituut, Utrecht, De Uithof

Foto: Jan Stegeman, 1 mei 1966

Van der Kallen: Hij was een dominante persoonlijkheid, maar zijn standpunten en zijn meningen waren wel goed doordacht. Er is een apocrief verhaal over een aangekondigde maatregel van het Ministerie die hem niet beviel. Hij pakte de telefoon en zei: "Dit wijzigen jullie of ik kom naar Den Haag."

Kalmijn: Jazeker. Het Mathematisch Instituut zat vroeger, rond 1960, in het centrum van Utrecht (Boothstraat) en had daar zeer weinig ruimte. Er werd bijvoorbeeld college gegeven in een dansschool. De secretaris van de universiteit, Des Tombes, verzekerde Freudenthal dat er voor nieuwjaar in De Uithof met de bouw van een andere, grotere ruimte voor het Instituut zou worden begonnen. Freudenthal antwoordde daarop dat als de belofte niet waargemaakt zou worden, hij met een deel van het Instituut in de kanunnikentoren (rond 1400 achter de Dom gebouwd, nu Facultyclub) zou trekken. De bouw was op 1 januari 1960 nog niet begonnen, die begon pas in 1966, en Freudenthal verhuisde samen met de bibliotheek van zijn Instituut naar de kanunnikentoren.

Lemmens: Hij was gewend gelijk te krijgen, hoogleraar zijn in die tijd was natuurlijk ook iets anders. Wat hem misschien ook overwicht gaf was dat niets hem moeite scheen te kosten.

Springer: Dat viel mee. Hij schoot wel eens uit zijn slof, maar hij dacht en handelde niet hiërarchisch.

Strooker: Op hoofdpunten, ja, maar hij liet je het zelf invullen. Hij had bijvoorbeeld jarenlang groepentheorie gegeven en daar ook een

dictaat over geschreven. Toen ik ook over dat onderwerp college wilde geven kwam ik bij hem om inlichtingen en gaf hij me zijn dictaat mee. Ik zag daar wel wat in, maar wilde ook heel andere dingen doen. Weer bij Freudenthal vroeg hij naar mijn plannen en ik vertelde die. "Dat bijt elkaar niet," zei hij, "ga je gang." Dat was voor mij als jonge docent heel prettig en we gaven toen parallel college in dezelfde maanden onder dezelfde college titel.

#### Onderzoeker

*Waar ging zijn hart naar uit in de wiskunde?*

Duistermaat: Hij kwam uit Berlijn naar Nederland voor de topologie, later deed hij belangrijk werk op het gebied van Lie-algebra's en Liegroepen. Zijn breedheid blijkt ook uit een prachtig college Banach- en Hilbertruimtes dat hij gaf. Heel opmerkelijk is zijn activiteit als student toen hij voor de *Fortschritte der Mathematik* artikelen recenseerde. Hij besprak een moeillijk en grensverleggend artikel van Hermann Weyl zeer helder en met aandacht voor alle essentiële punten. Heel knap! Toen hij didactiek ging doen wuifde hij soms zijn wiskundige verleden een beetje weg. "Het was niet zo belangrijk wat hij daar in gedaan had." Dat is niet juist. Hij kon snel tot de kern van een onderwerp doordringen en dan een aantal nieuwe resultaten vinden. Van der Kallen: Hij hield zich met veel dingen bezig, maar gaf dan aan de verschillende onderwerpen een beperkte tijd. Aan dat plan hield hij zich.

Kalmijn: Liegroepen vooral, maar ook de grondslagen van de wiskunde. Later bedacht

hij een kosmische taal waarbij logica een belangrijke rol speelde. Zijn belangstellingen wisselden sterk. Over zijn wiskundig werk was hij in elk geval te bescheiden.

Lemmens: Hij promoveerde bij Hopf op topologische groepen. Later leek het alsof hij wiskunde erbij deed, zijn hart lag bij zoveel dingen. Bij een tv-interview vroeg Netty Rosenfeld hem: "Wat is uw belangrijkste werk?" Toen liet hij een foto van zijn gezin zien.

Springer: Hij was in de eerste plaats meetkundige. Hij keek niet neer op het handwerk, het rekenen. De studenten vielen daarentegen vaak voor het abstracte en voelden niet zoveel voor het handwerk.

Stienstra: Van oorsprong was hij topoloog, later deed hij Liegroepen, maar hij was vooral breed geïnteresseerd. Zo vond ik in mijn middelbare schooltijd in onze dorpsbibliotheek het boek *Wiskunde in wetenschap en dagelijks leven* van Freudenthal, waarin hij de vraag bekeek of met de toen bekende regels voor het combineren van de vier basisaminozuren in DNA, al die genetische informatie kon worden gecodeerd.

*Wie waren zijn echte vrienden op de UU?*

Kalmijn: Hij had veel contacten, maar op de UU voorzover ik weet geen vrienden.

Springer: Misschien Minnaert, hij kende echter veel mensen.

#### Tot besluit

De collega's en oudstudenten van Hans Freudenthal laten een rijk geschakeerd beeld zien van een bevlogen man met passie voor zijn vak, wiskunde. Gedurende zijn leven is zijn belangstelling langzaam verschoven van het beoefenen van wiskunde naar het leren en onderwijzen ervan. Niet voor niets typeert hij zijn gezin als zijn belangrijkste werk, zijn vrouw met haar expertise op het gebied van het Jena-planonderwijs en zijn kleinzoon als een leergerig kind.

De collega's op het Mathematisch Instituut zijn het er echter over eens dat hij daarbij zijn bijdragen in het verleden aan de wiskunde zelf ging onderschatten. Zowel collega's en wiskundestudenten als wiskundeleraars heeft hij geïnspireerd met zijn visie op betekenisvolle wiskunde.

Tot op de dag van vandaag is zijn invloed onmiskenbaar in binnen- en buitenland. Zo heeft ieder zijn uitgesproken herinnering aan Hans Freudenthal.

