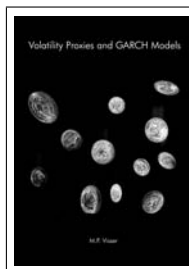


In de verdediging

| In defence

Pas gepromoveerden brengen hun werk onder de aandacht.

Redacteur: Geertje Hek
 la Voie-du-Coin 7
 1218 Grand-Saconnex
 Zwitserland
 G.M.Hek@uva.nl



Volatility Proxies and GARCH Models

Marcel Visser

Het afgelopen jaar is er menig kritisch verhaal geschreven over het gebruik van wiskundige modellen in de financiële wereld. Als je zulke verhalen leest, kan het bijna niet anders, of de financiële wiskunde ondervindt invloed van de huidige crisis. Voldoende reden om eens een kijkje in de keuken van de financiële wiskunde te nemen. Marcel Visser, die op 8 september 2009 aan de Universiteit van Amsterdam promoveerde, vertelt over zijn werk en zijn proefschrift *Volatility Proxies and GARCH Models*. Eén ding is zeker: het woord crisis komt er niet in voor.

Heilige graal

“Volatiliteit is de heilige graal van de financiële wiskunde”, aldus Visser. Een gebruikelijk uitgangspunt is dat de richting van koersveranderingen onvoorspelbaar, en dus onzeker is. Volatiliteit kwantificeert de mate van die onzekerheid; volatiliteit is de mate van beweeglijkheid van de koers van een aandeel of een ander financieel product. Stabiele beursfondsen hebben een vrij lage volatiliteit, terwijl aandelen die vaak en extreem bewegen een hoge volatiliteit hebben. Ook op marktniveau wordt de term gebruikt. Op financiële markten bestaan volatiele perioden met heftige koersfluctuaties en ook rustiger perioden. Het losbarsten van de kredietcrisis op de beurs in september 2008 luidde een periode van extreem hoge volatiliteit in.

GARCH modellen

De financiële wiskunde is dus grotendeels gebaseerd op de aanname dat de *richting* van koersveranderingen onvoorspelbaar is. De *structuur* van de beweeglijkheid wordt echter verondersteld wél voorspelbaar te zijn. Als er al voorspelbaarheid in de richting van beurskoersen zit, is die klein vergeleken met de beweeglijkheid (het kanselement). De meeste greep krijgt men op koersprocessen door die beweeglijkheid te modelleren.

Er bestaat een bekende klasse van modellen waarmee volatiliteit van dag tot dag wordt beschreven op basis van van slotkoersen. Dit zijn zogeheten Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH) modellen. Simpel gezegd beschrijven ze verwachte fluctuaties in termen van fluctuaties in het verleden.

Een probleem is dat deze modellen de koersbewegingen op de dag zelf niet benutten als informatiebron. In zijn proefschrift ontwikkelt Visser een kansmodel en de bijbehorende statistiek om het koersverloop gedurende de dag te kunnen benutten in het GARCH model. De GARCH modellen zelf zijn discreet; de ‘gaten’ worden opgevuld door tussen de slot-rendementen dagprocessen (in continue tijd) te hangen. Aan deze dagprocessen stelt Visser weinig eisen. Wel legt hij op dat de gestandaardiseerde dagprocessen voor verschillende dagen onafhankelijk zijn. Dit blijkt goed bij de bestudeerde data te passen. De aanpak leidt in theorie en in praktijk tot aanzienlijke verbeteringen in het schat-

ten van de GARCH parameters, en tot verbeteringen in het meten en voorspellen van volatiliteit.

Het was verrassend hoe weinig aannames soms nodig bleken om interessante vragen te kunnen beantwoorden. Zo biedt het proefschrift een formule om verschillende schatters (proxies) voor volatiliteit tot een betere schatter te combineren; die formule geldt zonder aannames over het volatiliteitsproces en zonder modelbeperkingen op te leggen aan het koersverloop binnen de dag. Bovendien is hij eenvoudig toe te passen in de praktijk.

Bril van discrete tijdsmodellen

Visser is vooral tevreden met een inzicht dat zijn onderzoek heeft opgeleverd: het inzicht dat je heel goed door de bril van discrete-tijd modellen naar continue-tijd financiële processen kunt kijken. De aanpak brengt met zich mee dat je op een andere manier tegen volatiliteit kunt aankijken dan gebruikelijk is in de financiële wiskunde. Normaal gesproken speelt de zogenaamde kwadratische variatie een belangrijke rol, in het proefschrift van Visser daarentegen staat een schaalfactor centraal. Die schaalfactor bepaalt wat voor uitslagen voor een bepaalde dag verwacht kunnen worden. In Visser's model is iedere beursdag namelijk in kantheoretisch opzicht gelijk, op de genoemde stochastische schaalfactor na. De schaalfactor verheft (dan wel dempt) alle prijsbewegingen gedurende de dag.

Korte afstand tot de weerbarstige praktijk

Marcel Visser stond met één been in de academische en met het andere been in de financiële wereld. Hij werkte aan de UvA onder begeleiding van promotor Chris Klaassen en co-promotores Guus Balkema en Robin de Vilder. Samen met De Vilder werkte hij echter een groot deel van zijn tijd ook bij Deep Blue Capital, waar ze algoritmes ontwikkelen en automatiseren die op de beurs handelen. Hij denkt dat de combinatie met de praktijk van belang is geweest. "De korte afstand tot de weerbarstigheid van de beurshandel maakt het onaantrekkelijk om te werken met esthetisch verantwoorde, maar empirisch onrealistische aannames", aldus Visser. Veel bestaande modellen laten bijvoorbeeld geen dagstructuur toe. In de praktijk zijn er echter heel duidelijk activiteitspatronen binnen de dag, zoals veel ochtendfluctuaties en een rustig middenstuk van de dag. Een onderscheidend kenmerk van Visser's aanpak is dat zulke patronen wel worden toegelaten.

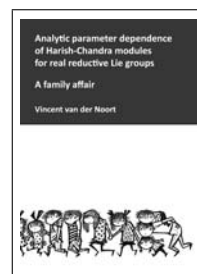
Aan het begin van zijn aio-tijd was het lastig op een goede eerste vraag te komen, een vraag die interessant is, beantwoordbaar, maar nog niet beantwoord. Het duurde even voordat Visser het geluk had om op zo'n vraag te komen, maar dat is naar zijn eigen zeggen gecompenseerd door de mate van geluk: zoals gezegd bleek zijn aanpak erg vruchtbaar. Het uitpluizen van de openstaande vragen gaf en geeft hem veel plezier. Dat is ook een belangrijk onderdeel bij het ontwikkelen onderzoekswork bij Deep Blue Capital, waarmee hij na zijn promotie is doorggegaan. Het bleek wel lastiger dan gedacht om resultaten over te brengen: "Hoe krijg je lezers zover dat ze bij een nieuw model denken: ja, zo zou ik het ook doen?" Hij denkt dat hij hierin met zijn proefschrift wel is geslaagd en hoopt dat toekomstige lezers het daarmee eens zijn. De verdediging van het proefschrift vond hij erg leuk: "Het is een hele eer om met voorbeelden uit het vakgebied op zo'n dag het debat aan te gaan." Guus Balkema had hem meegegeven dat de aanval soms de beste verdediging is; die raad heeft hij ter harte genomen.

Toch nog even de crisis

Hoewel het woord crisis niet voorkomt in zijn proefschrift, heeft Visser zeker geen gebrek aan realiteitszin. De recente gebeurtenissen waren

een belangrijke reden om de gebruikte dataset uit te breiden en het model ook daarop onder de loep te nemen. Het ontwikkelde model, dat tamelijk algemeen geformuleerd is, doorstaat ook de test van deze woelige beursperiode.

Visser is zich zeer bewust van het probleem dat in zijn vakgebied exacte methoden worden toegepast in een niet-exacte, niet-experimentele omgeving. Economische processen kunnen onvoorzien van structuur veranderen en in de praktijk dient een financieel wiskundig model dus met de nodige bescheidenheid worden toegepast. Een crisis zul je er niet mee voorspellen. Ook niet met GARCH modellen, ook al staan die dicht bij de realiteit dan de welbekende optiewaarderingstheorie van Black, Scholes en Merton uit 1973 waarmee Brownse beweging groot werd in de financiële wereld. ←



Analytic parameter dependence in Harish-Chandra modules for real reductive Lie groups — a family affair

Vincent van der Noort

Maandag 21 december 2009 was een van de dagen waarop Nederland zuchtte onder een dik pak sneeuw. Veel mensen bleven noodgedwongen thuis en allerlei bijeenkomsten werden afgelast. Gelukkig lukte het Vincent van der Noort en zijn promotiecommissie wel om het Utrechtse Academiegebouw te bereiken en ging de verdediging van zijn proefschrift door. De sneeuw droeg bij aan een extra sprookjesachtige sfeer.

Sommige lezers kennen Van der Noort wellicht van de Vierkant zomerkampen, anderen van het hilarische filmpje 'Wiskundige zoekt vrouw' waarin hij een karikatuur van zichzelf speelt (zie <http://vimeo.com/1373331>). "Een absoluut hoogtepunt in mijn acteercarrière", aldus Van der Noort, die in zijn vrije tijd aan improvisatietoneel doet. Bij wiskunde kun je willekeurig lang over iets nadenken, bij deze toneelvorm moet je meteen zeggen wat in je opkomt. Ook kan de acteervaring helpen bij het geven van voordrachten.

Een raar stelletje nerds

Van der Noort vertelt beeldend over zijn ervaringen als wiskundig onderzoeker. Op een gegeven moment had hij vanuit zijn kamer uitzicht op wegwerkzaamheden waarbij een grote asfaltweg met stoplichten een paar meter werd verplaatst. Toen de eerste zandhopen onder zijn raam verschenen, werkte hij aan een bepaald probleem waar hij niet uitkwam. Een tijd later was de weg opeens verlegd terwijl Van der Noort nog steeds met hetzelfde probleem zat waar hij niet uitkwam. Dat was wel deprimerend: "Sommige mensen verleggen een hele asfaltweg, anderen komen in dezelfde tijd geen millimeter verder met hun stomme lambda's en zeta's."

Een hoogtepunt in zijn aio-carrière was een zomerschool in Utah waar hij aan het eind van zijn eerste jaar naartoe ging. Opeens was hij omringd door zo'n honderd andere promovendi die net als hij de le-

zingen wilden begrijpen. Ze waren vastbesloten alles echt te doorgronden en zaten vaak tot diep in de nacht in de π -pizzeria uit te werken wat ze overdag gehoord hadden. De hele zomerschool had iets van een schoolreisje. Op een goed moment omzeilden ze zelfs de drankwetten door, heel stoer, stiekem drank naar hun hotelkamer te smokkelen. En ondertussen maar discussiëren of twee typen geïnduceerde representaties al dan niet aan elkaar gelijk zijn. Van der Noort: “Het bewijst vooral dat we een raar stelletje nerds bij elkaar waren, maar het was precies wat ik nodig had op dat moment.” Door al het inlezen en in zijn eentje worstelen met moeilijke dingen die hij moest begrijpen was hij gaan twifelen of hij wiskunde eigenlijk wel leuk vond. Hier ervoer hij weer dat hij juist heel veel van wiskunde houdt, als hij zijn enthousiasme maar met anderen kan delen. Dat is echt een belangrijke les uit zijn promotietijd: niet alleen vindt hij wiskunde leuker, maar hij is er ook beter in als hij er met andere mensen over praat.

Representaties van groepen

Van der Noort promoveerde bij Erik van den Ban op het proefschrift getiteld *Analytic parameter dependence in Harish-Chandra modules for real reductive Lie groups — a family affair*. Zijn vakgebied is de representatietheorie van Liegroepen. Voor hij uitlegt waar zijn proefschrift over gaat, geeft hij de volgende motivatie voor het werken aan representaties van groepen. Een representatie van een groep is een werking van de groep op een vectorruimte door middel van lineaire transformaties. Stel nu dat je een interessant meetkundig object hebt. Dat object heeft dan uiteraard een rijke symmetriegroep, anders zou het tenslotte niet interessant zijn. Ook zit er veel informatie over het object gevangen in de verschillende vectorruimtes van functies (continu, L^2 , analytisch, ...) op het object. De symmetriegroep van het object werkt op deze vectorruimtes, dus als je in het algemeen iets weet over hoe groepen op vectorruimtes werken kun je allerlei interessants over je meetkundige object zeggen zonder iets van meetkunde te hoeven weten.

Dezelfde groep kan een heleboel verschillende representaties hebben op verschillende maar soms zelfs op dezelfde vectorruimte. Als de groep niet compact is treden representaties vaak op in zogenaamde ‘analytische families’: een verzameling representaties van dezelfde groep op dezelfde vectorruimte waarbij de groepsactie op een holomorfe manier afhangt van een complexe parameter. Van der Noort geeft een voorbeeld voor de groep \mathbf{R} : voor ieder complex getal λ geeft de afbeelding $x \mapsto e^{\lambda x}$ een representatie van de groep \mathbf{R} op de 1-dimensionale vectorruimte \mathbf{C} . Al deze representaties vormen samen een analytische familie omdat de afhankelijkheid van de parameter λ analytisch is.

Een algebraïsch gadget

In zijn proefschrift bestudeert Van der Noort deze families. Aan de ene kant kun je je afvragen in hoeverre het feit dat representaties samen een familie vormen, dicteert dat de familieleden op elkaar lijken. Aan de andere kant is het interessant of je op ‘infinitesimaal niveau’ kunt aflezen of representaties al dan niet elkaars familie zijn.

Aan een representatie kun je een algebraïsch gadget toekennen, het Harish-Chandra moduul uit de titel van zijn proefschrift. Het HC-moduul is een dichtliggende deelruimte van de representatie die niet de hele groepsactie voelt, maar wel de actie van de bijbehorende Lie-algebra en de actie van een maximaal compacte ondergroep van de groep. Daarmee vangt het moduul een hoop informatie over de representatie — wat je weggooit is vooral informatie die te maken heeft met de topologie op je vectorruimte. De belangrijkste vraag in Van der Noorts proefschrift is de vraag of iedere analytische familie van HC-

modulen afkomt van een familie van representaties. Helaas kon hij die alleen in speciale gevallen beantwoorden.

De vraag in hoeverre familieleden op elkaar lijken, beantwoordt hij vooral voor een traditioneel belangrijk aspect in representatietheorie: irreducibiliteit. Een representatie heet irreducibel als er geen kleinere representaties ‘in’ zitten. Hij laat zien dat bijna alle familieleden irreducibel zijn als één familielid dat is. De parameterwaarden waar de bijbehorende representaties *niet* irreducibel zijn, blijken een mooie meetkundige structuur te hebben. Vervolgens bewijst hij (onder bepaalde technische voorwaarden waar hij ooit nog vanaf hoopt te komen) dat voor dit type bijna overal irreducibele families inderdaad geldt dat alle families van Harish-Chandra modulen afkomen van families van groepsrepresentaties. Dit laatste is waarschijnlijk het belangrijkste resultaat in zijn proefschrift.

Het is ons toch maar mooi gelukt

Nu alles af is, is Van der Noort zelf echter het meest tevreden over een ander resultaat: de subrepresentatiestelling voor families. De subrepresentatiestelling is een beroemd resultaat van rond 1980 dat zegt dat ieder Harish-Chandra moduul kan worden ingebed in een geïnduceerde representatie: een oneindigdimensionale representatie die gemaakt wordt uit een eindigdimensionale representatie van een kleinere groep. Van den Ban en Van der Noort generaliseren dit resultaat naar families: iedere familie van Harish-Chandra modulen is in te bedden in een familie van representaties die afkomt van een familie van eindig dimensionale representaties van een kleinere groep. Het bewijs volgt in principe het bewijs van de klassieke subrepresentatiestelling, maar als je alles met holomorfe parameterafhankelijkheid wilt doen, ontstaan er opeens duizend-en-één subtiele technische problemen. Telkens als ze dachten te begrijpen hoe het zat, bleek er toch weer één specifieke parameterwaarde te zijn waarvoor er iets mis ging. Van der Noort heeft om deze reden zijn vakgebied vaak vervloekt en zich afgevraagd waarom de dingen die intuïtief gezien duidelijk moeten gelden niet gewoon eens een keer waar kunnen zijn zonder al die mitsen en maren. Maar nu het gelukt is, is hij toch erg tevreden dat hij het voor elkaar heeft gekregen alle technische problemen te overwinnen. De meeste andere argumenten in zijn proefschrift zijn eleganter of aantrekkelijker om te lezen dan het bewijs van de subrepresentatiestelling maar dit laatste geeft hem toch het beste gevoel: “Het is ons toch maar mooi gelukt.”

Jeugdroom

Sinds februari van dit jaar werkt Van der Noort aan de lerarenopleiding van de Hogeschool Utrecht. Hij geeft wiskunde aan tweedegraadsleraren die een masteropleiding doen om hun eerstegraadsbevoegdheid te halen. Op dit werk heeft hij zich erg verheugd. Aan de UU vond hij lesgeven altijd al erg leuk en omdat zijn nieuwe studenten aan de hogeschool zelf allemaal ervaren leraren zijn verwacht hij ook van hen nog veel te kunnen leren.

Daarnaast werkt Van der Noort aan een boek. Ongeveer een jaar geleden kreeg hij namelijk een e-mail van uitgeverij Atheneum. Ze hadden wat dingen op zijn website gelezen en vroegen of hij er ooit over gedacht had een boek over wiskunde te schrijven voor een breed publiek. Eerlijk gezegd had hij wel eens met die gedachte gespeeld, maar ook gedacht: “Er zijn al zoveel goede boeken over wiskunde, wat kan ik daar nog aan toevoegen?” Na een paar leuke gesprekken met de uitgeverij besloot hij het toch te doen. Nu is hij dus aan het schrijven en in de herfst ligt zijn boek als alles goed gaat in de winkel. Een soort jeugdroom die uitkomt, maar ook wel een beetje eng — hij moet het nog wel waarmaken!

