

## Theo van den Bogaart

Projectteam cTWO

Freudenthal Instituut

Postbus 9432

3506 GK Utrecht

theo@van-den-bogaart.nl

### Onderwijs

# Wiskunde D – nieuw perspectief?

Het nieuwe vak wiskunde D bestaat nu twee jaar in het voortgezet onderwijs. Bij dit vak is een belangrijke rol weggelegd voor hogescholen en universiteiten. Theo van den Bogaart is op twee manieren bij dit vak betrokken. Vanuit het projectteam van de vernieuwingscommissie cTWO is hij belast met de coördinatie van activiteiten rondom wiskunde D. En als voormalig docent aan College De Heemlanden te Houten heeft hij het afgelopen jaar het vak op zijn school geprobeerd in te voeren. In dit artikel geeft hij zijn impressie van een vak in ontwikkeling.

Aanvankelijk stond ik erg sceptisch tegenover wiskunde D, het nieuwe vak in de bovenbouw van havo en vwo. Door de gekozen structuur leek het vak gedoemd tot een bestaan in de marge met kleine, en dus dure, klassen. Daarom had mijn eigen school bijvoorbeeld al lang geleden besloten het vak niet aan te bieden. Hoewel ik dit probleem zeker niet wil bagatelliseren, blijken er over wiskunde D sinds de invoering juist ook veel mooie dingen te melden. Bij mijn werkzaamheden voor het projectteam van cTWO heb ik te maken met veel enthousiaste wiskunde D-docenten, actieve steunpunten van hogescholen en universiteiten en een gestage groei van inspirerend lesmateriaal. Daarnaast heb ik het afgelopen voorjaar op mijn eigen school bij wijze van experiment toch les mogen geven in twee wiskunde D-modulen: complexe getallen en cryptografie. Hoewel deelname geheel vrijwillig was en leerlingen er in materieel opzicht slechts een certificaat aan overhielden, was de belangstelling groot. Het fanatisme en enthousiasme waarmee deze leerlingen bezig zijn geweest, vormt voor mij de belangrijkste indicatie dat wiskunde D op school een mooie plaats kan en moet innemen. En ook voor mijn schoolleiding is het reden om invoering serieus te heroverwegen. Na een korte beschrijving van wiskunde D, zal ik uitgebreider ingaan op de genoemde positieve en

negatieve aspecten van het nieuwe schoolvak.

#### Nieuwe vakken

De bovenbouw van het voortgezet onderwijs is opgedeeld in vier profielen. In plaats van de vrije vakkenkeuze van vroeger kiest een leerling nu (ten minste) één profiel. Gekoppeld aan zo'n profiel zijn een aantal verplichte vakken en een aantal vakken waaruit de leerling een keuze moet maken [1]. Voor de exacte studies is het profiel Natuur-en-Techniek het relevantst. Het profielsysteem bestaat vanaf het eind van de jaren negentig, maar in 2007 heeft een herziening plaatsgevonden van deze zogenaamde Tweede Fase, waarbij de vakken en de profielstructuur op de schop zijn gegaan. Op het havo heeft afgelopen jaar de eerste lichter het diploma behaald in dit nieuwe systeem; voor het vwo is dat komend voorjaar het geval.

Wiskunde D is bij de herziening van 2007 ingevoerd. Voorheen kende het Natuur-en-Techniekprofiel het verplichte vak wiskunde B<sub>1,2</sub>. Dit was een omvangrijk vak met, naast veel analyse, uitgebreid aandacht voor bijvoorbeeld meetkunde, kansrekening en statistiek. Hiervoor in de plaats is het vak wiskunde B gekomen. Dit vak is kleiner: wiskunde B<sub>1,2</sub> op het vwo telde bijvoorbeeld 720 studielasturen, wiskunde B slechts 600. Boven-

dien werd het vak samengevoegd met het oude B<sub>1</sub>, hetgeen betekent dat het nieuwe wiskunde B ook bestemd is voor leerlingen in het minder 'harde' bètaprofiel Natuur-en-Gezondheid. Gevolg van deze urenreductie is dat er in de stof is gesneden [2]. Uiteraard leidde dit tot veel politieke ophef en als 'lapje voor het bloeden' is toen wiskunde D ingevoerd als keuzevak dat leerlingen naast wiskunde B mogen volgen. De totale studielast wiskunde op het vwo komt daarmee op 1040 uren. Anders dan bij B<sub>1,2</sub> zijn scholen niet verplicht het vak aan te bieden; en leerlingen zijn niet verplicht het vak te kiezen – tenzij de school geen andere keuzevakken aanbiedt.

De klassengrootte van Wiskunde D is in het algemeen klein, omdat het een keuzevak is met een beperkte doelgroep. Om hier aan tegemoet te komen, worden tal van constructies uitgetoetst, zoals het combineren van jaarlagen of het gemeenschappelijk aanbieden van het vak door meerdere scholen of zelfs aan hogescholen en universiteiten. Voor het vak wiskunde D is het extra nadelig dat er in 2007 nóg een bètavak is ingevoerd: Natuur, Leven en Technologie (NLT). Dit vak is aantrekkelijk voor scholen om in te voeren, omdat het inspeelt op de trend van vakintegratie. Bovendien bedient het een grotere groep leerlingen, omdat het ook een keuzevak voor het profiel Natuur-en-Gezondheid is. We komen later nog op dit vak terug.

Overigens wil ik hier wel een duidelijk positief aspect noemen van de hervormingen uit 2007: in alle wiskundevakken is meer nadruk komen te liggen op algebraïsche vaardigheden. In de praktijk blijkt duidelijk dat dit tot



Foto: Nevit Dilmen

betere resultaten bij leerlingen leidt [4–5]. Ik verwacht dat dit effect op hogescholen en, vanaf volgend jaar, op universiteiten duidelijk zal blijken bij de eerstejaarsstudenten.

### Keuze

Gek genoeg is er geen registratie van wiskunde D-scholen, zodat het niet bekend is op hoeveel scholen het vak wordt aangeboden. De enige betrouwbare cijfers komen uit een omvangrijk onderzoek [3] uit 2007, waaruit blijkt dat 70% van de scholen het vak op het vwo aanbiedt en 50% op het havo. Uit de opkomst bij wiskunde D-bijeenkomsten trek ik de voorzichtige conclusie dat dit percentage redelijk constant is gebleven.

Kritiek punt in de keuze van leerlingen is de voorlichting. Vaak moet de keuze voor wiskunde D al in klas 3 gemaakt worden, waar het voor docenten al moeilijk genoeg is om het verschil tussen wiskunde A en B uit te leggen — laat staan dat de decaan (de studievoorlichter), veelal zonder bèta-achtergrond, de opdeling helder voor ogen staat. Boven-

dien ontdekken de meeste leerlingen pas in klas 4 hoe groot hun affiniteit met wiskunde is: het vak wiskunde in de onderbouw is helaas niet substantieel genoeg om goed op niveau te differentiëren. In het experiment op mijn school kozen leerlingen pas halverwege klas 4 of 5 (het was een gemengde groep, die vrijwel geheel bestond uit vwo'ers) voor het vak, na persoonlijk te zijn benaderd door de docent. Achteraf vertelden leerlingen dat ze voor de uitdaging gingen en dat ze nieuwsgierig waren naar wiskunde buiten de “saaie, eentonige stof” uit wiskunde B. Ik vermoed dat de geprivilegieerde status van de door ons gekozen structuur ook een rol heeft gespeeld. De reacties over de inhoud waren na afloop unaniem positief. Wat zeker meehielp was dat sommigen naar een open dag van de TU Delft waren geweest en daar werd hen wiskunde D aangeraden. Zie hier het belang van goede PR.

Naast studievoorlichting vervullen universiteiten nog een mooie rol: de netwerkfunctie. Bijna alle universitaire wiskundefacultei-

ten hebben, soms samen met hogescholen, regionale steunpunten opgezet. Vanuit deze steunpunten worden bijvoorbeeld bijeenkomsten voor docenten georganiseerd, lesmodulen gemaakt en ondersteund, nascholing en gastlessen verzorgd en leerlingactiviteiten aan het instituut aangeboden. Uiteraard zijn er tal van organisatorische obstakels, maar mijn algemene indruk van deze steunpunten is erg positief; iets wat ik ook bij collega-docenten merk. Alleen voor nascholing valt de animo tegen. De activiteiten van steunpunten staan vaak goed weergegeven op hun sites, bereikbaar via de site van cTWO [7]. Op deze site staat ook het overzicht van alle modules die uit de steunpunten komen.

Op het havo is de toestand veel zorgwekkender dan op het vwo. Het vak is bij leerlingen niet populair. Tegenover 20 vwo'ers stonden op mijn school bijvoorbeeld 2 geïnteresseerde havo-leerlingen. Ik zie hier drie redenen voor. Ten eerste spreekt het abstracte, puzzelachtige karakter van wiskunde D de

meeste havo-leerlingen niet genoeg aan. Op het havo lijkt op veel scholen wiskunde D het daarom af te leggen tegen het veel praktischer ingestelde NLT. Ten tweede blijkt dat veel havisten al vastlopen in het overladen wiskunde B-programma (zie een recent onderzoek in [8]). Ten derde valt het hbo veel te verwijten. Anders dan op de universiteiten zijn in het hbo vrijwel alle vakgroepen wiskunde opgedeeld en wegbezuinigd. Hierdoor verloopt inmenging uit het hbo met wiskunde D moeizaam — al zijn er gunstige uitzonderingen. Bovendien zijn in de strijd om de studenten de toelatingseisen zó laag gemaakt, dat er nog maar één hbo-studie is waarvoor wiskunde B verplicht is [9]: de lerarenopleiding wiskunde. Bedrijfswiskunde, bouwkunde, technische natuurkunde, etc., kunnen gewoon gekozen worden met een Natuur-en-Gezondheidsprofiel met wiskunde A, waarbij (op havo) zowat de enige algebraïsche vaardigheid die aan bod komt het oplossen van lineaire vergelijkingen is [10]. Voeg daaraan toe dat ook natuurkunde voor geen enkele opleiding meer als verplichte voorkennis geldt (NLT is voldoende) en het hbo heeft naar mijn mening alle recht van spreken verloren als het gaat om het niveau van eerstejaars bètastudenten.

### Lef

Wiskunde D kent geen centraal eindexamen en docenten krijgen daardoor veel vrijheid het vak naar eigen goeddunken in te vullen. Vanuit dit oogpunt zijn de eindtermen in [6] (het bindende document waarin de vakinhoud wordt voorgeschreven) dan ook erg algemeen geformuleerd. Onderwerpen die in ieder geval aan bod moeten komen zijn op het havo kansrekening en statistiek en voortgezette analyse en op het vwo kansrekening en statistiek, coördinaatmeetkunde en dynamische systemen (zowel discreet als continu). Docenten kunnen daarnaast kiezen voor een 'samenwerkingsmodel' met het hoger onderwijs. De onderwerpskeuze is dan verder vrij en het is aan de docent hoe hij de samenwerking invult. Een populair onderwerp voor vwo

is bijvoorbeeld complexe getallen (dat overigens een verplicht onderwerp is als niet voor samenwerking wordt gekozen).

Wiskunde D biedt veel vrijheid. Dat is nieuw voor wiskundedocenten en niet iedereen vindt dat even makkelijk. Het is daarom fijn dat de grote methoden schoolboeken voor wiskunde D hebben gemaakt die als leidraad kunnen dienen. Niet alle onderwerpen zijn daar even gelukkig in terecht gekomen. Er is bijvoorbeeld veel kritiek op het te lage niveau van de kansrekening en statistiek. Dit valt de uitgevers en auteurs overigens niet aan te rekenen, want ze moesten werken onder grote tijdsdruk. De uitgevers hebben nieuwe edities aangekondigd en lijken zich de kritiek aan te trekken.

Toch is de charme van wiskunde D juist dat er ook eens buiten het boek gewerkt wordt. Sommige docenten hebben zelfs het boek helemaal aan de kant gezet en werken geheel met losse modules. Gezien de openheid van de eindtermen is dat geen probleem. Het vraagt wel lef en tijd van de docent en een goed overzicht van de onderwerpen. Om hulp te bieden, is er een idee om een centrale databank van schoolexamens voor wiskunde D te maken. Deze schoolexamens zouden gezamenlijk door docenten uit voortgezet en hoger onderwijs gemaakt kunnen worden en kunnen worden gecertificeerd. Met dit idee is tot nu toe nog niets gedaan.

### Toekomst

Is wiskunde D relevant voor bètaleerlingen? Ik vind van wel. Ten eerste is basale kennis van bijvoorbeeld statistiek en differentiaalvergelijkingen belangrijk. Daarnaast is het voor leerlingen goed dat ze al eens in contact komen met vervolgstudies; een argument dat overigens ook opgaat voor docenten! Samenwerking tussen voortgezet en hoger onderwijs is een speerpunt in het Nederlandse onderwijsbeleid van de afgelopen jaren en met wiskunde D krijgt dit op een concrete en vruchtbare manier gestalte. Ten slotte heb ik zelf gemerkt hoe leerlingen nieuwsgierig zijn en het leuk vinden om bij een vak eens in het diepe

te worden gegooid met grotere, open problemen. Dat is iets wat het dichtgetimmerde, geheel op het eindexamen gerichte wiskunde B niet kan bieden.

Er bloeien, met name op het vwo, mooie dingen op rondom wiskunde D. Bijeenkomsten voor docenten worden vaak goed bezocht en het lijkt erop dat docenten steeds meer ontdekken wat er allemaal kan met het vak. De klassengrootte is een groot punt van zorg. Veel staat of valt met een goede voorlichting in de derde en vierde klas.

Op dit punt moet de concurrentie met NLT niet worden onderschat. Indien mogelijk lijkt het mij het verstandigst om op twee paarden te wedden: probeer modules te maken die geschikt zijn voor zowel wiskunde D als NLT. De wiskundecomponent in de huidige gecertificeerde NLT-modules is naar mijn oordeel vaak belabberd. Toch biedt NLT voldoende ruimte voor leerzame, toegepaste wiskunde en zijn er ook vaak wiskundedocenten bij het vak betrokken. Nadeel is wel dat NLT ook gekozen kan worden met wiskunde A. Dit maakt het bijna noodzakelijk om de wiskunde in een NLT-module gedifferentieerd aan te bieden: Met B-leerlingen kan dieper op analyse en meetkunde worden ingegaan, terwijl A-leerlingen al kennis hebben van kansrekening en statistiek. Het is maar de vraag of hier een vorm voor kan worden gevonden die ook onderwijsbaar is.

Er is voor hogescholen en universiteiten een belangrijke taak weggelegd: in de studievoorziening, in de contacten met docenten en in de ontwikkeling van lesmateriaal. Ik roep iedereen uit het hoger onderwijs op eens een wiskunde D-bijeenkomst te bezoeken: bijvoorbeeld die van het regionale steunpunt of de landelijke wiskunde D-dag die aan het eind van ieder schooljaar georganiseerd wordt. Alleen met blijvende inzet en enthousiasme van docenten uit het voortgezet én hoger onderwijs, kan wiskunde D uitgroeien tot het ideale vak voor bèta-georiënteerde leerlingen. ←

### Referenties

- 1 Zie 'Schema's Vernieuwde Tweede Fase' op [www.tweedefase-loket.nl/downloaden](http://www.tweedefase-loket.nl/downloaden)
- 2 Een overzicht van de inhoudelijke wijziging van alle wiskundeprogramma's havo/vwo staat in het *Verschildocument*, te vinden op [www.ctwo.nl](http://www.ctwo.nl) onder 'publicaties'.
- 3 Tweede Fase Adviespunt: 'Vernieuwde Tweede Fase, de start in cijfers', december 2007. Te vinden op [www.tweedefase-loket.nl](http://www.tweedefase-loket.nl)
- 4 Projectteam cTWO: 'Rapport tussenevaluatie van de 2007-programma's wiskunde havo/vwo' (februari 2009). Te vinden op [www.ctwo.nl](http://www.ctwo.nl) onder 'publicaties'
- 5 Hielke Peereboom: 'Hoe staat het met de algebraïsche vaardigheden in de Tweede Fase?' *Euclides* 8, juli 2009, pp. 292–295
- 6 De examenprogramma's met daarin de eindtermen zijn o.a. te vinden op [www.ctwo.nl](http://www.ctwo.nl).
- 7 Kijk op [www.ctwo.nl](http://www.ctwo.nl) onder het kopje 'Wiskunde D'
- 8 Gerard Koolstra en Marja Bos: 'Enquête contacttijd; samenvatting van de resultaten', *Wiskunde-brief* 496, 31 mei 2009. Te vinden op [www.wiskundebrief.nl](http://www.wiskundebrief.nl)
- 9 Bijlage D van de *Regeling nadere vooropleidingseisen hoger onderwijs 2007*, laatst gewijzigd op 23 februari 2009. Te vinden op [www.cfi.nl](http://www.cfi.nl) onder kenmerk HOenS/BS-2009/104932
- 10 CEVO: *Wiskunde A havo, Syllabus centraal examen 2010*. Te vinden op [www.examenblad.nl](http://www.examenblad.nl)