

Bennie Mols

Kijkduinstraat 121-2

1055 XW Amsterdam

benniemols@gmail.com

Studiegroep Wiskunde met de Industrie 2008

Sensornetwerk controleert omgeving

Vals-positieve en vals-negatieve uitslagen van de sensor: is er nu wel of niet een indringer aanwezig? Thales vroeg voor SWI2008 om wiskundige hulp bij het plannen van een sensornetwerk en het omgaan met de imperfectie van de sensoren.

Een draadloos sensornetwerk een omgeving in de gaten houden, bijvoorbeeld voor de beveiliging van een gebouw of een bedrijventerrein. Het idee is dat een netwerk van tientallen tot duizenden sensoren aan een centrale doorgeeft waar objecten zich op een bepaald moment bevinden en hoe ze vervolgens door de omgeving bewegen.

De sensoren kunnen klein en goedkoop zijn. Ze geven alleen maar door of er zich wel of niet een object bevindt binnen een cirkelvormig gebied rond de sensor. Afhankelijk van de beoogde toepassing, kan de detectietechnologie van een enkele sensor gebaseerd zijn op radarstraling, microgolfstraling, infrarode straling, maar ook op ultrasone geluidsgolven of seismische activiteit. Het bedrijf Thales onderzoekt of zo'n sensornetwerk praktisch realiseerbaar is. Een van de onderwerpen is het reconstrueren van het pad dat het indringende object volgt. Op grond van de signalen van de individuele sensoren die centraal binnenkomen, moet immers een pad worden bepaald van hoe het object beweegt in de omgeving van het netwerk. De padbepa-

ling wordt echter bemoeilijkt door het feit dat sensoren niet perfect werken. Soms geeft een sensor het signaal dat er een object in zijn nabijheid is, terwijl er niets zit: vals alarm dus. Aan de andere kant kan een sensor ook een object in zijn nabijheid over het hoofd zien: een gemiste detectie.

Yvo Boers van Thales vertelt welke problemen dit voor de interpretatie van het sensornetwerk betekent: "Wij hebben een netwerk met honderden sensoren gesimuleerd. Als we aannemen dat de vals-alarmkans 2% is, en de detectiekans 95%, dan laat onze simulatie zien dat je niet op het oog in staat bent om op grond van alle sensormetingen te bepalen hoe het object in het netwerk beweegt en zelfs niet of er een object aanwezig is. Voor de praktijk is de imperfectie van de sensoren dus echt een probleem."

Maar in plaats van kwalitatief betere, en dus duurdere sensoren in te zetten, is het waarschijnlijk goedkoper om met slimme wiskunde het probleem te verhelpen. De belangrijkste doelstelling is dat de detectiekans maximaal moet zijn, en de vals-alarmkans mi-

nimaal. Een deels open probleem voor Thales is hoe je moet beslissen of er wel of niet een object in de buurt van een sensor zit, gegeven een bepaalde detectiekans en een bepaalde vals-alarmkans. Deze vragen legde Thales voor aan de studiegroep wiskunde met de industrie. Een andere vraag van het bedrijf is wat de beste manier is om de sensoren in een gebied neer te leggen.

Hexagonale plaatsing

Elke sensor bewaakt bij benadering een cirkelvormig gebied met straal r om zich heen. Plaatsing van sensoren in een groot gebied komt dan neer op het plaatsen van een heleboel cirkels met eenzelfde straal in een plat vlak. De cirkels kunnen elkaar al dan niet overlappen. In de gebieden waar de cirkels overlappen, is de detectiekans groter, omdat niet één, maar twee of zelfs meer sensoren hetzelfde object kunnen opmerken, wanneer het zich in het gebied van de overlap bevindt.

De studiegroep gebruikte zowel een één- als een tweedimensionaal model voor het onderzoeken wat de beste manier is om sensoren in een gebied te plaatsen. Nelly Litvak, Denis Miretskiy, Michel Vellekoop (UT), Muhammad Umer Altaf, Alina Barbu, Ertan Onur, Julius Harry Sumihar (TU Delft), Sudhir Jain (Aston



Figuur 1 Een sensor die in een draadloos sensornetwerk gebruikt kan worden.

University, UK), Leila Mohammadi (LUMC), Jos in 't Panhuis, Sandra van Wijk (TU/e) en Rob Bisseling (UU) bestudeerden het probleem. Litvak vertelt: “De belangrijkste conclusie uit beide modellen is dat het alleen zin heeft om de sensoren te laten overlappen wanneer de waarschijnlijkheid om het object op een bepaalde plaats te vinden sterk varieert als functie van de plaats. We konden ook een vuistregel afleiden voor hoe onregelmatig deze functie moet zijn voordat het zinvol is om sensoren te laten overlappen.”

Wanneer de a priori kans om een object op een bepaalde plaats te vinden overal even groot is, dan is de optimale plaatsing van de sensoren exact bekend. Litvak: “De optimale plaatsing is dan die van cirkels neergelegd op een hexagonaal grid; dat is een grid bestaande uit zeshoeken. Elke zeshoek heeft zijden met lengten van twee maal de straal van de cirkel. Als je de sensoren precies op de hoekpunten van de zeshoeken plaatst, wordt de ruimte maximaal opgevuld en is de overlap minimaal, namelijk nul.”

Reconstructie

Aan het probleem van de objectdetectie begonnen de wiskundigen met twee statistische methoden: hypothese-testing en een Bayesiaanse aanpak. Hypothese-testing laat zien dat, als sensoren elkaar niet overlappen, het eenmalig aflezen van een enkele sensor niet genoeg is om een object efficiënt op te sporen. Dat kan worden opgelost ofwel door sensoren wel te laten overlappen, ofwel door meerdere waarnemingen achter elkaar te gebruiken.

In de Bayesiaanse aanpak gaan de wiskundigen uit van niet-overlappende sensoren. Deze aanpak drukt de kans dat een object in het sensorbereik zit uit in (1) de a priori waarschijnlijkheid dat het object in het gebied aanwezig is, (2) de detectiekans, (3) de vals-alarmkans en (4) het aantal aanwezige sensoren. Deze aanpak is in principe ook toepasbaar op opeenvolgende sensoraflezingen.

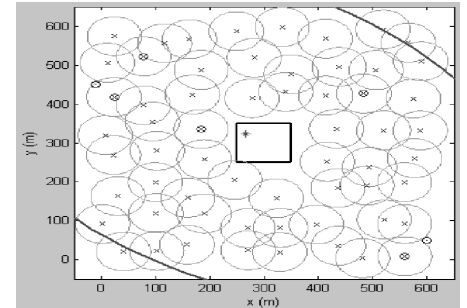
De a posteriori waarschijnlijkheid wordt dan in een volgende afleesstap als nieuwe a priori waarschijnlijkheid gebruikt.

Ten tweede gebruikten de wiskundigen een nieuwe methode voor opeenvolgende observaties van de sensoren: een *hidden Markov model*. Dit is gebaseerd op een stochastisch proces dat gemodelleerd is als een Markovketen waaraan ruis wordt toegevoegd. De ruis is het gevolg van het feit dat de sensoren niet perfect zijn, en zowel een gemiste-detectie- als een vals-alarmkans hebben. Waar in een gewoon Markov-model de volgende toestand in het model alleen afhangt van de vorige, hangt in een hidden Markov model de huidige toestand af van de hele voorgeschiedenis.

Met deze aanpak kan men uit een lange reeks actuele observaties van individuele sensoren — weergegeven als een rij nullen (geen object aanwezig) en enen (object aanwezig) — reconstrueren wat de meest waarschijnlijke reeks van ‘ware’ detecties is. Stel dat een enkele sensor op opeenvolgende afleestijdinstippen de reeks 00011101000 geeft, dan is de ‘ware’ reeks waarschijnlijk 00011111000. Als de sensor steeds een object detecteert, opeens een keer niet, en daarna weer wel, dan is er waarschijnlijk een gemiste detectie geweest. Aan de andere kant is de kans groot dat de waargenomen reeks 0001000 eigenlijk alleen maar uit nullen moet bestaan, omdat die ene detectie geheel uit de toon valt. Het bestaande Viterbi-algoritme, gebaseerd op dynamisch programmeren, lost dit reconstructieprobleem in zijn algemeenheid op.

Litvak: “Voor het eenvoudige voorbeeld van een enkele sensor hebben we deze methode uitgewerkt. Voor gecompliceerdere gevallen met meerdere sensoren hebben we aangegeven hoe het probleem in principe opgelost kan worden. Omdat het aantal berekeningen exponentieel toeneemt met het aantal sensoren, hebben we ook een slimme methode bedacht om het aantal berekeningen te beperken. Het voordeel van deze methode is dat je in principe vooraf, en dus offline, al kunt berekenen welke waarnemingspatronen vertellen dat er een object is, en welke niet.”

Ten slotte hebben de wiskundigen een numerieke simulatie ontwikkeld die gebaseerd is op zowel het handig plaatsen van sensoren, als het bepalen of een detectie goed of fout is. Een combinatie dus van beide bestudeerde problemen. In de praktijk van een sensornetwerk moeten beide problemen namelijk tegelijk opgelost worden, meende de studiegroep. Waar mogelijk, zijn de simulatiere-



Figuur 2 Sensornetwerk in een gebied van 650 bij 650 meter.

sultaten vergeleken met de eerder verkregen analytische resultaten voor eenvoudige gevallen. Litvak: “De resultaten laten zien dat we voor een efficiënt sensornetwerk onze oplossingen voor beide problemen succesvol kunnen combineren. Bovendien kan de methode in principe ook worden gebruikt om een object te volgen in het gebied van het sensornetwerk, en dat is toch het ultieme doel van Thales.”

Onverwachte oplossingen

“De studiegroep heeft veel gedaan in een week”, reageert Yvo Boers van Thales op de resultaten van de studiegroep. “Vooraf hoopde ik dat deze week ons een aantal onverwachte methoden of inzichten zou opleveren, en dat is gelukt. Wij zijn er tot nu toe steeds vanuit gegaan dat de plaatsing van de sensoren een gegeven is waar we ofwel helemaal geen controle over hebben, ofwel dat we de sensoren intuïtief neerleggen. De wiskundigen hebben op een formele manier laten zien hoe de verdeling van de sensoren afhangt van het verwachte gedrag van een object. De studiegroep heeft in wiskundige stellingen gevat wat wij alleen ad hoc hadden gedaan.

“De wiskundigen hebben ook een veelbelovende suggestie gedaan waar we zelf niet aan hadden gedacht: de suggestie dat het wel eens handig kan zijn om de sensoren van een klein geheugen te voorzien. Dat geheugen kan bijvoorbeeld de laatste tien waarnemingen opslaan en ze dan eens in de tien tijdstappen in een keer doorgeven aan de centrale. Technisch gezien kan dat. Zeker weten doen we het niet, maar dat zou best een handige aanpak kunnen zijn.” Boers wil met zijn NWO-Casimirsubsidie specifiek deze suggestie verder onderzoeken. Hij verwacht trouwens niet dat een draadloos sensornetwerk al op korte termijn praktisch wordt. Daarvoor moet nog wel extra onderzoek gebeuren. “Maar,” zegt hij, “we weten dat er vraag naar bestaat, en ook andere bedrijven werken aan dit soort netwerken.”