

Boekbesprekingen

| Book Reviews

Redactie: Hans Cuypers en Hans Sterk
Adres: Review Editors NAW - HG 9.93
Dept. of Math. and Computer Science
Technische Universiteit Eindhoven
Postbus 513, 5600 MB Eindhoven
Webpagina: www.win.tue.nl/wgreview
e-mail: wgreview.win@tue.nl

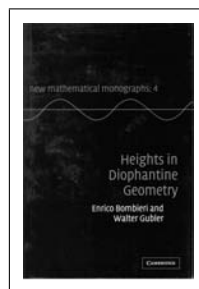


Barry Cipra, Erik D. Demaine, Martin L. Demaine, Tom Rodgers (eds.)
Tribute to a Mathemagician
Wellesley, MA: A.K. Peters Ltd., 2005
262 p., prijs \$ 49.00
ISBN 1-56881-204-5

Ter ere van Martin Gardner, de grootste popularisator van de wiskunde uit de vorige eeuw, die vooral bekend is geworden door zijn column *Mathematical Recreations* in het tijdschrift *Scientific American*, worden van tijd tot tijd conferenties georganiseerd onder de titel *Gathering for Gardner (G4G)*. De conferentiebijdragen worden verzameld in bundels. Deze derde bundel is gebaseerd op de vijfde G4G, gehouden op 5, 6 en 7 april 2005 in Atlanta. Alle stukken hebben betrekking op Gardners brede interesse-terrein dat samengevat kan worden onder de noemer recreatieve wiskunde, met inbegrip van puzzels, spellen en goocheltrucs. Zoals te verwachten was, vormen de 34 artikelen een bont scala aan vermakelijke hersenkrakers, ingenieus in elkaar gezette constructies, verbazingwekkende paradoxen en diepgravende analyses. Ik noem hier slechts een paar auteurs: Smullyan met logische paradoxen, van Deventer met twee mooie 3D-puzzelbijdragen, het trio Farrell, Gardner en Rodgers over Configuration Games, Golomb met een nieuw Pentomino Problem en Frederickson over scharnierende dissectiepuzzels. Ook is er een behartenswaardig stuk van Dudley waarin hij de draak steekt met de huidige trend om schoolwiskunde te verpakken in zogenaamde realistische toepassingen die in werkelijkheid niets met toepassingen, maar alles met stupiditeit en gekunstelde pseudoprobleempjes te maken hebben. Hij stelt daar de recreatieve puzzels tegenover die de eeuwen getrotseerd hebben en die nog steeds de geest scherpen van ieder die daar gevoelig voor is. Niet omdat ze praktisch nut zouden hebben, maar omdat ze intellectuele uitdagingen vormen die de moeite waard zijn. *Vive Recreational Mathematics* is zijn toepasselijke titel, en daar sluit ik me van harte bij aan.

De liefhebbers van dit genre zullen in deze bundel weer veel van hun gading vinden. De verzorging is voorbeeldig en de prijs redelijk.

Jan van de Craats



Enrico Bombieri en Walter Gubler
Heights and Diophantine Geometry
New Mathematical Monographs, no. 4
Cambridge: Cambridge University Press,
2006
652 p., prijs £37 (pb)
ISBN 521846153 (hb), 780521712293 (pb)

Over Diophantische meetkunde bestaan al enkele standaardwerken, onder andere van Lang, van Serre en van Hindry-Silverman. Hierin worden de grote eindigheidsresultaten uit de Diophantische approximaties en de theorie van krommen en abelse variëteiten over getallenlichamen behandeld, verbonden met namen als Siegel, Mordell-Weil, Roth en Faltings.

Dit boek voegt op een aantal belangrijke punten iets toe aan deze lijst. Zo krijgt hier de theorie van kleine punten op deelva-

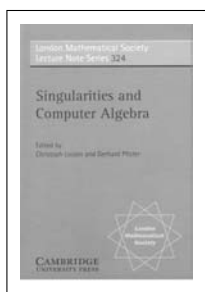
riëteiten van tori een prominente plek, met als hoeksteen een veelgeroemd resultaat van Zhang. Zhangs bewijsmethode gebaseerd op gelijkverdeling van speciale punten is een belangrijke recente techniek met veel potentieel verstrekkende gevolgen die niet in de eerdere werken te vinden is. Erg interessant is de toepassing van Zhangs resultaat op de eenhedenvergelijking naar een artikel van Beukers-Schlickewei. De eenhedenvergelijking krijgt hiermee een behandeling die verschilt van de klassieke, gebaseerd op Diophantische approximaties in de stijl van Siegel-Mahler-Roth.

Een ander belangrijk gezichtspunt in dit boek is dat voor Siegels klassieke resultaat over gehele punten op krommen men in feite toekan zonder resultaten uit de aritmetiek van abelse variëteiten (bijvoorbeeld Mordell-Weil). Deze mogelijkheid wordt in Serre's boek *Lectures on the Mordell-Weil Theorem* kort genoemd, maar niet verder uitgewerkt; hier vindt men een presentatie volledig langs deze lijnen door de weergave van een recent argument van Corvaja-Zannier dat Siegels resultaat uit Schmidts deelruimtestelling laat volgen.

Ten slotte wil ik de behandeling van het *abc*-vermoeden noemen. Dit vermoeden wordt op verhelderende wijze in een breed meetkundig perspectief geplaatst door in detail een link te leggen met vertakking op krommen en Vojta's vermoedens.

Dit boek bevat een schat aan informatie voor ieder die zich op de hoogte wil stellen van de moderne state-of-the-art Diophantische meetkunde. Daarbij is de benodigde hoeveelheid voorkennis niet groot; de plaatsen waar meer geavanceerde wiskunde wordt gebruikt zijn heel overzichtelijk in een kleiner lettertype gedrukt. Wel is het zo dat de meer in toepassingen geïnteresseerde lezer wat moeite zal hebben om zich door de eerste twee hoofdstukken heen te werken. In deze hoofdstukken worden hoogtes geïntroduceerd als doel op zichzelf, en niet als een middel dat aangewend kan worden om een bepaald ruw idee nauwkeurig te maken. Hiermee wordt de presentatie in die eerste hoofdstukken nogal technisch, soms zelfs dusdanig dat men liever een verwijzing naar een researchpaper of een opgave had gehad.

Robin de Jong



Christoph Lossen, Gerhard Pfister (Eds.)
Singularities and Computer Algebra
London Mathematical Society Lecture Note Series 324
 Cambridge: Cambridge University Press, 2006
 371 p., prijs £46.00
 ISBN 0-521-68309-2

Ter gelegenheid van de 60e verjaardag van Gert-Martin Greuel vond van 18 tot 20 oktober 2004 een conferentie aan de Technische Universiteit van Kaiserslautern plaats. Van de 16 voordrachten op deze conferentie zijn er elf tot een artikel uitgewerkt, die in dit boek zijn gepubliceerd. Verder zijn er vijf andere artikelen die met het werk van Greuel verband houden, waaronder één van Christoph Lossen en Gerhard Pfister getiteld: *Aspects of G.-M. Greuel's Mathematical Work*. In het laatstgenoemde artikel wordt een overzicht van het wetenschappelijke werk van Greuel gegeven.

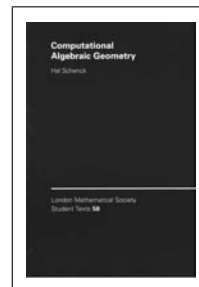
Er zijn twee belangrijke hoekstenen in het werk van Greuel: singulariteiten en computeralgebra. Om met het laatste te beginnen: Greuel is, samen met Pfister en Schönemann, één van de

auteurs van het invloedrijke computeralgebrasysteem SINGULAR. Dit systeem is gratis te verkrijgen. SINGULAR rekt in polynoomringen, quotiënten van polynoomringen en localisaties daarvan. Dit systeem is vandaag de dag een belangrijk instrument in het wiskundig onderzoek. Verschillende artikelen in het boek berichten hierover.

Ook in de theorie van singulariteiten zijn er vele belangrijke bijdragen van Greuel. Ik noem hier slechts zijn resultaten over de Gau-Manin connecties voor geïsoleerde singulariteiten van volledige doorsnijdingen, zijn onderzoek op het gebied van kromme-singulariteiten (met bijvoorbeeld Buchweitz), maximale Cohen-Macaulay modulen, en zijn aanzet voor de studie van equisinguliere families van projectieve krommen. Aan dit laatste thema hebben diverse studenten van hem gewerkt. In totaal heeft Greuel meer dan 80 artikelen gepubliceerd, het allergrootste deel daarvan in vooraanstaande tijdschriften.

Het is natuurlijk onmogelijk om in deze boekbespreking uitvoerig op alle artikelen die in dit boek gepubliceerd zijn in te gaan. Ik vermeld daarom slechts, dat vrijwel alle direct of indirect verband houden met het werk van Greuel.

Theo de Jong



Hal Schenck
Computational Algebraic Geometry
Series: London Mathematical Society Student Texts, no. 58
 Cambridge: Cambridge University Press, 2003
 193 p., prijs €21.99
 ISBN 0-521-53650-2

Dit boekje telt 162 bladzijden, plus inleiding en appendices. Gemiddeld een kwart van de bladspiegel is gevuld met commando's in Macaulay 2, een computeralgebrasysteem voor het rekenen met polynomen. Maakt dat het boek onleesbaar? Integendeel.

In razend tempo passeren heel wat onderwerpen uit de commutatieve algebra de revue. Bij bijna alle concepten ligt de nadruk op het feit dat je ze met Macaulay 2 kunt uitrekenen. Voor bewijzen van veel stellingen wordt naar standaardwerken zoals *Commutative Algebra with a View Toward Algebraic Geometry* van Eisenbud verwezen, of anders worden ze in opgaven verwerkt.

Het materiaal is ruwweg op te delen in vier categorieën, die ik maar even basale algebra, homologische algebra, meetkunde, en combinatoriek doop. In de eerste categorie vallen stellingen over quotiënten van polynoomringen en modulen daarover, alsmede Gröbnerbases en eliminatietheorie. Tot de tweede categorie behoren projectieve resoluties, de lokalisatie-, hom-, en tensorproduct-functor, afgeleide functoren en als speciaal geval daarvan Ext en Tor. De schrijver realiseert zich dat de student bij zoveel abstractie wel eens zou kunnen afhaken. Hij probeert dat onder andere te voorkomen door in een opgave te schetsen hoe het feit dat Tor symmetrisch is, Hilbert's stelling over de lengte van projectieve resoluties impliceert.

Aan (algebraïsche) meetkunde wordt niet zoveel extra gedaan: er is een wel heel beknopt hoofdstuk over schoven, cohomologie, krommen en Riemann-Roch, en een hoofdstuk over Hilbert-functies van eindige verzamelingen punten — maar misschien is dat laatste eerder combinatoriek. In deze vierde categorie vallen zeker de Stanley-Reisnerringen en Stanley's bewijs dat cyclische

polytopen de maximaal mogelijke facet-telvectoren hebben onder alle triangulaties van sferen. Dit bewijs maakt gebruik van Reisker's karakterisering van aritmetisch Cohen-Macaulay Stanley-Reiskerringen, dus ook de (a)CM-eigenschap wordt kort behandeld.

Al met al een mooi boekje met veel *hands-on* reken- en programmeer-voorbeelden. Als zelfstudiemateriaal voor Master's-studenten lijkt het me te hoog gegrepen, maar het boek kan goed gebruikt worden als leidraad voor een Master-cursus van een of twee semesters.

Jan Draisma



Edward B. Burger, Robert Tubbs
Making Transcendence Transparent
 An intuitive approach to classical transcendental number theory

New York: Springer Verlag, 2004

263 p., prijs €42,75

ISBN 0-387-21444-3

De auteurs van dit boek zijn specialisten in Diophantische approximatie en transcendentietheorie. Burger heeft een aantal artikelen geschreven over meetkunde der getallen, Diophantische ongelijkheden en transcendente getallen, en Tubbs over transcendente getallen en Drinfeld-modulen.

De transcendentietheorie is onder niet-specialisten berucht vanwege de technische bewijzen met argumenten die voor niet-ingewijden vaak uit de lucht komen vallen. Burger en Tubbs willen leken met dit boek een inleiding geven tot de theorie van transcendente getallen, en daarbij de bewijsmethoden op een 'natuurlijke' manier introduceren. Afgezien van wat analyse en een klein beetje algebra wordt geen voorkennis verondersteld.

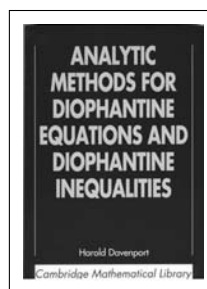
Naar mijn mening zijn de auteurs uitstekend in hun opzet geslaagd. In de eerste twee hoofdstukken van het boek behandelen ze enkele niet al te moeilijke zaken, zoals enkele algemeenheden over rationale en irrationale getallen en Liouville's constructie van transcendente getallen. Daarna voeren ze de moeilijkheidsgraad geleidelijk op, en bewijzen verderop in het boek enkele behoorlijk geavanceerde resultaten. De auteurs introduceren de nieuwe ideeën steeds stapsgewijs en besteden veel tijd aan de motivatie van die ideeën, bijvoorbeeld door eerst een bewijsmethode te proberen die niet blijkt te werken, en die daarna zóaan te passen dat die wel werkt. Om de lezer vertrouwd te maken met de te gebruiken technieken behandelen de auteurs vaak eerst een speciaal geval voordat ze het algemene resultaat bewijzen. In veel gevallen wordt de lezer gevraagd door middel van 'challenges' zelf bepaalde bewijsstappen uit te werken.

Zoals gezegd beginnen de auteurs met Liouville's constructie van transcendente getallen. Daarna behandelen ze de stellingen van Hermite, Lindemann en Weierstrass over de transcendentie van e en π en over de algebraïsche onafhankelijkheid van $e^{\alpha_1}, \dots, e^{\alpha_M}$ met algebraïsche exponenten $\alpha_1, \dots, \alpha_M$. Daarna bewijzen ze de stelling van Gelfond-Schneider over de transcendentie van α^β waarbij α en β algebraïsche getallen zijn. Vervolgens behandelen ze Mahlers classificatie van transcendente getallen, waarin transcendente getallen in drie groepen worden verdeeld afhankelijk van hoe goed ze door algebraïsche getallen kunnen worden benaderd. Verder geven de auteurs een inleiding tot de

elliptische functies van Weierstrass, en bewijzen Schneiders resultaat dat de perioden van een Weierstrass elliptische functie \wp transcendent zijn wanneer de coëfficiënten g_2 en g_3 van de differentiaalvergelijking $\wp' = 4\wp^3 - g_2\wp - g_3$ algebraïsch zijn. In het laatste hoofdstuk van hun boek gaan de auteurs in op transcendentieresultaten over functielichamen van karakteristiek $p > 0$. Ze voeren de exponentiële functie van Carlitz $e_C(z)$ in, bewijzen enkele eigenschappen van deze functie, en geven een klein inkijkje in het werk van Drinfeld.

Het boek geeft een erg aardige inleiding tot de transcendentietheorie en lijkt me zeer geschikt voor een Master college of voor zelfstudie. Het enige wat naar mijn mening ontbreekt zijn literatuurverwijzingen naar meer geavanceerde resultaten voor diegenen die zich na het doorwerken van het boek verder in transcendentietheorie willen verdiepen. De eerste hoofdstukken van het boek zijn misschien wat langdradig, omdat de auteurs uitgebreid de tijd nemen om allerlei zaken uit de elementaire algebra te behandelen die bij de lezer kennelijk niet bekend worden verondersteld.

Jan-Hendrik Evertse



Harold Davenport

Analytic Methods for Diophantine Equations and Diophantine Inequalities

Cambridge Mathematical Library

Cambridge: Cambridge University Press, 2005

140 p., prijs £27,99

ISBN 0-521-60583-0

Harold Davenport (1907-1969) was een van de invloedrijkste getaltheoretici in de jaren vijftig en zestig van de vorige eeuw, door zijn onderzoeksresultaten, en zijn bestuurlijke en didactische kwaliteiten. Dat laatste blijkt uit leerlingen zoals Baker, Coates en Montgomery en uit ook nu nog populaire boeken zoals *The Higher Arithmetic en Multiplicative Number Theory*. Cambridge University Press heeft daarom besloten een college dat Davenport gegeven heeft als inleiding tot zijn eigen onderzoeksgebied als boek uit te geven. De 140 bladzijden lange tekst over de Hardy-Littlewood methode en haar toepassingen is praktisch onveranderd gepubliceerd.

In de 40 jaar na het schrijven van de tekst is op dit gebied veel vooruitgang geboekt, onder andere door Vaughan en Heath-Brown. Die latere ontwikkelingen worden in zeer lezenswaardige overzichten van elk vier bladzijden samengevat, voor Waring's probleem door Vaughan, voor de homogene polynoomvergelijkingen in veel variabelen door Heath-Brown, en voor de bijbehorende ongelijkheden door Freeman. Ze noemen ook enkele bewijzen in Davenport's boek die nu eenvoudiger behandeld kunnen worden. Met dit 'Voorwoord' is Davenport's boek nog steeds een uitstekende inleiding tot het vakgebied.

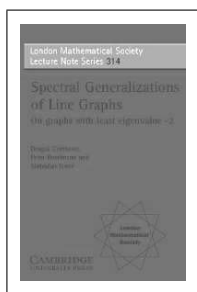
Het probleem van Waring (1770) stelt dat voor elke gehele $k > 1$ een s bestaat zódat elk positief getal de som is van s k -de machten van niet-negatieve gehele getallen. De bewering werd in 1909 door Hilbert bewezen. De kleinste bij k horende s is inmiddels bekend, en groeit exponentieel. De cruciale grootheid is echter de kleinste s als eindig veel uitzonderingen worden toegestaan, aangeduid met $G(k)$. Het belangrijkste resultaat in deze richting, Vinogradov's bovengrens $Ck \log k$ voor een constante C ,

wordt in dit boek bewezen.

Stel $F(x_1, \dots, x_n)$ is een homogeen polynoom van graad d met gehele coëfficiënten. Heeft de vergelijking $F(x_1, \dots, x_n) = 0$ dan een niet-triviale oplossing in gehele getallen? Voor $d = 2$ wordt het antwoord gegeven door de stelling van Hasse-Minkowski. Een belangrijk deel van het boek is gewijd aan het geval $d = 3$ met als resultaat dat $n = 17$ voldoende is. In 1983 verkreeg Heath-Brown de voor $d = 3$ best mogelijke waarde $n = 10$. Als d even is, moet natuurlijk geëist worden dat niet alle coëfficiënten hetzelfde teken hebben. Een schatting voor de minimale n van Birch voor $d > 3$ en schattingen van Davenport en Heilbronn voor het aantal oplossingen van ongelijkheden van de vorm $|a_1 x_1^d + \dots + a_n x_n^d| < C$ worden in de laatste hoofdstukken bewezen.

Dit boek is een welkome inleiding in de Hardy-Littlewood methode en haar toepassingen.

Rob Tijdeman



D. Cvetkovic, P. Rowlinson and S. Simic
Spectral Generalizations of Line Graphs

London Mathematical Society Lecture Note Series, no. 314
Cambridge: Cambridge University Press, 2004
298 p., prijs £44.00
ISBN 0-521-83663-8

Beschouw een graaf G (ongericht, zonder lussen en meervoudige kanten). De lijngraaf $L(G)$ van G is de graaf met als knopen de kanten van G , waarin twee knopen verbonden zijn als de corresponderende kanten een knoop van G gemeen hebben. Lijngrafen hebben de eigenschap dat de kleinste eigenwaarde van de verbindingsmatrix tenminste -2 is. Andere grafen met alle eigenwaarden groter dan of gelijk aan -2 zijn de cocktailpartygrafen (volledige grafen waaruit de kanten van een perfecte matching zijn verwijderd) en de gegeneraliseerde lijngrafen (een gemeenschappelijke generalisatie van lijngrafen en cocktailpartygrafen).

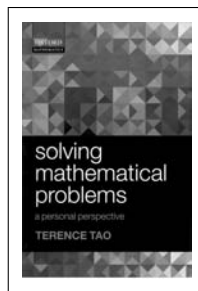
In 1976 publiceerden Cameron, Goethals, Seidel en Shult (*Journal of Algebra* 43, pp. 305–327) de stelling dat, op eindig veel uitzonderingen na, elke samenhangende graaf met kleinste eigenwaarde tenminste -2 van bovengenoemd type is. Het bewijs gebruikt niet-Euclidische meetkunde en wortelsystemen en het resultaat zegt in feite dat de uitzonderingen (exceptionele grafen genoemd) te vinden zijn in het wortelsysteem E_8 .

Sindsdien is er, voornamelijk door de schrijvers van dit boek, veel energie gestoken in het vinden van alle exceptionele grafen. Dit werk is rond de eeuwwisseling in zekere zin afgerond door het bepalen van alle maximale exceptionele grafen. Het boek bundelt alle hiervoor relevante resultaten. Het begint met oude resultaten over lijngrafen en gegeneraliseerde lijngrafen, behandelt het bovengenoemde bewijs van de hoofdstelling, introduceert de (relatief nieuwe) 'star-complement'-techniek, geeft hiermee een alternatief bewijs van de hoofdstelling, en een methode om alle maximale exceptionele grafen te vinden. In appendices staan onder andere lijsten van de 473 maximale exceptionele grafen, van de 187 exceptionele reguliere grafen en de 573 exceptionele grafen met kleinste eigenwaarde strikt groter dan -2 .

Het boek is zeer welkom voor specialisten in algebraïsche grafentheorie. Het is prettig geschreven, daarom ook toegankelijk voor degenen die zijdelings in het onderwerp geïnteresseerd zijn.

Het geeft bovendien een aardige kijk in de keuken van de spectrale grafentheorie.

Willem Haemers



Terence Tao
**Solving Mathematical Problems
A Personal Perspective**

Oxford: Oxford University Press, 2006
128 p., prijs £16.00
ISBN 978-0-19-920560-8

Terence Tao is een grote naam: winnaar van de Fields medal in 2006 en in 2007 nog in Nederland om samen met Ben Green de Ostrowski-prijs in ontvangst te nemen tijdens het NMC in Leiden. Wellicht minder bekend is dat hij als 14-jarig jochie al voor het eerst deelnam aan de Internationale Wiskunde Olympiade (International Mathematical Olympiad, IMO). In '86, '87 en '88 behaalde hij daar achtereenvolgens een bronzen, zilveren en gouden medaille. Wie weet van welke toekomstige grote wiskundigen we zullen kunnen zeggen dat ze in 2011 hebben deelgenomen aan de IMO in Nederland?!

Op die jonge leeftijd schreef hij een boekje over 'problem solving' op wiskundeolympiadeniveau, dat recentelijk opnieuw is uitgekomen. In een zestal hoofdstukken neemt hij de lezer mee door het 'IMO-landschap', langs Euclidische meetkunde, combinatoriek, elementaire getaltheorie en algebra. De 26 problemen die daarbij de revue passeren, geven een goed beeld van de wiskunde die vandaag de dag op de IMO aan bod komt. Bovendien hebben de gepresenteerde uitwerkingen een duidelijke meerwaarde door de discussie die er steeds aan vooraf gaat, waarin hij uitgebreid ingaat op heuristieken en oplosstrategieën.

Er is helaas wel een groot aantal typo's in deze uitgave geslopen. Op blz. 7 moet 196 vervangen worden door 192 en moet $4d2$ juist $4d4$ zijn. Op blz. 9 blijkt 876 niet te werken, maar 376 gelukkig wel. Op blz. 53 staan de haakjes fout en op blz. 58 moet AB juist AC zijn. Een lijst van meer dan 50 typo's is te vinden op <http://olympiads.win.tue.nl/imo/books.html#Tao> (met dank aan Tom Verhoeff).

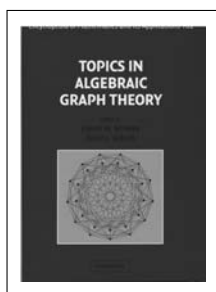
Is dit nu de nieuwe *How to solve it?* van Polya? Nee, Polya blijft op een veel elementairder wiskundig niveau hangen en is veel strikter in het indelen van het proces van probleemoplossen in zijn vier fases. Tao gaat alleen in het eerste hoofdstuk expliciet in op de verschillende onderdelen van Polya: het probleem begrijpen, de gegevens en het doel begrijpen, goede notatie invoeren, het probleem een beetje aanpassen, enzovoort. In de volgende hoofdstukken maakt hij die link steeds minder expliciet.

Volgens de flaptekst is het boek geschikt voor studenten en voor iedereen vanaf 14 jaar met een interesse voor zuivere wiskunde. Hier wil ik toch een kanttekening bij plaatsen. Iemand die de meeste basistechnieken beheerst en voor wie Heron, de rechte van Euler, de rechte van Simson/Wallace, de ongelijkheid van Cauchy-Schwarz, of Ptolemaeus, modulorekenen, primitieve wortels enzovoort allemaal gesneden koek is, zal zich goed kunnen vermaken met dit boek en zich er goed door uitgedaagd voelen. Als je echter verwacht dat je genoemde gereedschappen wel en passant door het lezen van dit boek zult oppikken, kom je van een koude kermis thuis en zou het lezen van dit boek een frustratie

rende ervaring kunnen worden. Het boek gaat nergens in op de theorie; stellingen worden aangeroepen maar niet bewezen. Alleen op de core business van de problem solving wordt gefocust. Voor basistechnieken moet men zich dus eerst met andere literatuur scholen, bijvoorbeeld met Arthur Engels *Problem-Solving Strategies*.

Elk jaar organiseert de Stichting Nederlandse Wiskunde Olympiade een IMO-training voor de groep van 30 leerlingen die de voorrondes hebben gewonnen. Voornaamste doel is de kloof tussen middelbareschoolwiskunde en het IMO-niveau enigszins te dichten. Van deze 30 grote talenten plaatsen er zich uiteindelijk zes voor het Nederlandse team. Dit boekje is zeker geschikt voor hen die al tenminste één jaar aan deze training deelnemen. En voor wie goud op de IMO wil halen, nu of in 2011 in Nederland, moet dit boekje eigenlijk gewoon kinderspel zijn. Net als het was voor de jonge Terence Tao zelf!

Quintijn Puite



Lowell W. Beineke, Robin J. Wilson, Peter Cameron (eds.)

Topics in Algebraic Graph Theory

Encyclopedia of Mathematics and its Applications, no. 102

Cambridge: Cambridge University Press, 2004

276 p., prijs £63.00

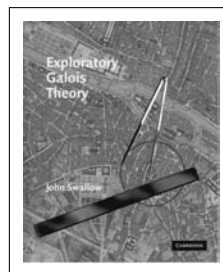
ISBN 0-521-80197-4

Tussen 1978 en 1988 verschenen de drie delen van *Selected Topics in Graph Theory*, samengesteld door Lowell Beineke en Robin Wilson. Het hier te bespreken boek is het eerste in een (geplande) serie 'topic'-boeken, waarvan elk deel een bepaald gebied binnen de grafentheorie zal bestrijken. Opgemerkt zij dat in de drie bovengenoemde delen al enkele hoofdstukken met algebraïsche grafentheorie voorkwamen, namelijk *Eigenvalues of graphs* door Schwenk en *Strongly regular graphs* door Cameron in deel 1, *Automorphism groups of graphs* door Cameron in deel 2, en *Isometric embeddings of graphs* door Graham in deel 3. Bij het te bespreken boek over algebraïsche grafentheorie hebben de samenstellers zich laten adviseren door Peter Cameron - een voor de hand liggende keuze. Zoals Cameron in zijn voorwoord schrijft, zijn er twee algebraïsche technieken die binnen de grafentheorie een rol spelen. Enerzijds is dat lineaire algebra, via bijvoorbeeld de verbindingsmatrix van een graaf, en anderzijds is dat groepentheorie, via de automorfismen van een graaf. De eerste vier inhoudelijke hoofdstukken zijn echte lineaire algebra hoofdstukken (*Eigenvalues of graphs* door Doob, *Graphs and matrices* door Brualdi en Shader, *Spectral graph theory* door Cvetkovi en Rowlinson, en *Graph Laplacians* door Mohar), en de andere, met uitzondering van het hoofdstuk over sterk reguliere grafen, zijn echte groepentheorie hoofdstukken (*Automorphisms of graphs* door Cameron, *Cayley graphs* door Alspach, *Finite symmetric graphs* door Praeger, *Distance-transitive graphs* door Cohen, en *Computing with graphs and groups* door Soicher). In het uitzonderlijke hoofdstuk *Strongly regular graphs* door Cameron komen beide technieken samen.

Ondanks het mooie streven van de samenstellers om onderwerpen uit de algebraïsche grafentheorie samen te brengen, vind ik het resultaat teleurstellend. Het algehele gevoel dat ik krijg bij het doorbladeren en lezen van stukken uit dit boek is er één van gezapigheid. In meer dan één hoofdstuk worden uitgemol-

ken koeien uit de sloot gehaald, of betreft het marginale beweringen van stukken die elders verschenen zijn. Ik mis bij meerdere (maar zeker niet alle!) hoofdstukken recente resultaten, vragen, en problemen. Ik vrees dan ook dat dit boek niet vaak uit mijn boekenkast gehaald zal worden. Wellicht kan het dienen als basis voor cursussen algebraïsche grafentheorie, maar bij meerdere hoofdstukken zal de betreffende docent er dan wel een dikke schep bovenop moeten doen!

Edwin van Dam



John Swallow

Exploratory Galois Theory

Cambridge: Cambridge University Press, 2004

208 p., prijs £22.99

ISBN 0-521-54499-8

In iedere goed onderhouden wiskundige bibliotheek zal men een redelijke hoeveelheid boeken over Galois theorie vinden, en het is in eerste instantie een vraag van smaak op welk concreet exemplaar de keuze van de lezer valt. Als er een nieuw boek over Galois theorie verschijnt, is het dan ook een voor de hand liggende vraag of dit een verrijking is die iets nieuws aan de verzameling boeken over het onderwerp toevoegt.

In zijn inleiding geeft de auteur van *Exploratory Galois Theory* aan, dat hij Galois theorie op een concrete manier wil ontwikkelen die toegankelijk is voor bachelorstudenten. In plaats van het meest elegante en efficiënte pad naar de hoofdstelling van de Galois theorie te bewandelen, kiest hij er daarom voor natuurlijke vragen over algebraïsche getallen en lichaamsuitbreidingen te benadrukken.

De indeling van het boek laat zien dat de beloofde aanpak inderdaad ook gevolgd wordt. Op de eerste 100 bladzijden (de helft van het boek) worden elementaire vragen over algebraïsche getallenlichamen behandeld. De eigenlijke Galois theorie beslaat dan de volgende 50 pagina's, waarbij veel aandacht besteed wordt aan het bepalen van Galois groepen met behulp van resolventen. De laatste 40 pagina's van het boek zijn gewijd aan een aantal klassieke onderwerpen, waaronder oplosbaarheid door radicalen, constructies met passer en liniaal, maar ook eindige lichamen.

Volgens de filosofie van het boek worden de benodigde algebraïsche begrippen zo concreet als mogelijk ingevoerd, in het bijzonder worden algebraïsche getallen als deelverzameling van de complexe getallen beschouwd. Alhoewel dit natuurlijk voor de aanschouwing behulpzaam is, leidt het opschuiven van een abstractere toegang (met getallenlichamen als quotiënten van veeltermringen) op een aantal plekken tot onnodig omslachtige bewijzen.

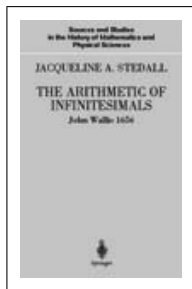
In een aparte sectie worden een aantal concrete algoritmen voorgesteld, die informatie over algebraïsche getallen berekenen, bijvoorbeeld minimumveeltermen en normaalvormen. Sommige van deze algoritmen zijn volledig triviaal, andere vereisen behoorlijk gevorderde methoden, zoals de factorisatie van veeltermen over willekeurige getallenlichamen. Omdat de algoritmen nauwelijks toegelicht worden, zijn het voor de beoogde lezer met weinig achtergrondkennis helaas niet meer dan black-box methoden die op geheimzinnige manier een resultaat produceren.

De eigenlijke Galois correspondentie wordt op een redelijk traditionele manier behandeld. Kleine problemen komen om de hoek kijken, omdat niet alle stellingen in de benodigde algemeenheid bewezen zijn. Deze gaten worden door verwijzingen naar de opgaven opgevuld.

Een groot deel van het hoofdstuk over de Galois correspondentie is gewijd aan het bepalen van Galois groepen met behulp van resolventen. Voor het geval van polynomen van graad 4 wordt expliciet een stelsel van resolventen aangegeven die de verschillende transitieve permutatiegroepen van graad 4 onderscheiden. Er wordt echter ook geconstateerd, dat het toepassen van de voorgestelde methode al voor graad 5 in sommige gevallen moeilijk wordt. Een opmerking over state-of-the-art technieken en hun bereik ontbreekt helaas volledig. Hierdoor wordt ten onrechte de indruk gewekt, dat het praktische nut van de Galois theorie erg beperkt is, terwijl met de moderne technieken het berekenen van Galois groepen tot graad 15 weinig problemen oplevert.

Samenvattend valt te zeggen, dat het ontwikkelen van de Galois theorie vanuit natuurlijke vragen over algebraïsche getallen op zich een goed plan is, maar dat de realisatie in het besproken boek niet helemaal geslaagd lijkt. Op veel punten had wat meer abstractie tot een overzichtelijkere presentatie van het materiaal kunnen leiden. De aangegeven concrete algoritmen zijn slechts van beperkt nut, omdat de onderliggende technieken niet voldoende toegelicht worden.

Bernd Souvignier



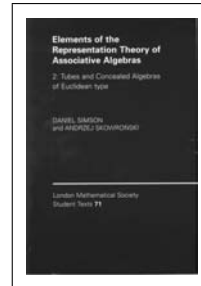
Jacqueline A. Stedall (ed.)
The Arithmetic of Infinitesimals
John Wallis 1656

Sources and Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences
New York: Springer Verlag, 2004
192 p., prijs €96,25
ISBN 0-387-20709-0

Sinds de publicatie van haar proefschrift *A Discourse Concerning Algebra: English Algebra to 1685* (OUP, 2003) heeft Jacqueline Stedall bepaald niet stil gezeten. Inmiddels zijn er behalve haar proefschrift nog diverse andere boeken met haar naam verkrijgbaar. Dit bespreken boek is een vertaling van John Wallis' *Arithmetica Universalis* van 1656. Voor de tekst zelf en alle wiskundige uitdrukkingen is moderne typografie gebruikt. De figuren en de tabellen zijn direct van Wallis overgenomen, ofschoon de tekst in de tabellen door een Engelse vertaling is vervangen. Zoals Stedall in haar inleiding competent uiteenzet (en ook in haar proefschrift valt na te lezen), speelde Wallis' werk een belangrijke rol bij de overgang van de wiskunde van Descartes en Fermat naar de 'moderne' wiskunde van Newton. Waarschijnlijk het meest bekende resultaat (en één van de hoogtepunten) in de tekst is het oneindige product van Wallis $\frac{2 \times 4 \times 4 \times 6 \times 6 \dots}{3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \dots}$ voor $\pi/4$. Deze verta-

ling maakt het de moderne lezer gemakkelijker zelf te volgen met welke hindernissen Wallis zich bij de afleiding van dit resultaat en andere resultaten geconfronteerd zag. Het boek is dan ook van harte aan te bevelen aan een ieder die in de geschiedenis van de 17de-eeuwse wiskunde geïnteresseerd is.

Eisso Atzema



Daniel Simson en Andrzej Skowronski
Elements of the Representation Theory of Associative Algebras: Vols. 2, 3

London Math. Soc. Student Texts 71/72
Cambridge: Cambridge University Press, 2007
308/456 p., prijs £27.99/£29.99
ISBN vol. 2: 0-521-54420-7; vol. 3: 0-521-70876-0

De delen 2 en 3 besluiten het voorliggende boekwerk onder review. Deel 1 is besproken in NAW 5/10, nr. 1 maart 2009. Ingaan op details is hier onmogelijk, maar laat vermeld zijn, dat het hele werk indrukwekkend genoemd mag worden.

In deel 2 treft men de theorie van buizen (tubes) aan, een volledige beschrijving van moduulcategorieën over algebra's van Euclidisch type, alsmede dito reguliere modulen, tubes, Auslander-Reiten quivers, onontbindbare modulen en tubes over hereditaire algebra's van Euclidisch type. Als middelen om dit alles te beschrijven worden tilting theorie, gehele kwadratische vormen en meetkunde van tubes gebruikt. Deel 2 besluit met minimale representatie-oneindige algebra's. Het heeft 284 referenties in de literatuurlijst, qua publicatiedata voor het overgrote deel na 1980. Iets dergelijks zien we in deel 3, maar daar betreft het wel 703 referenties!

Wat er in deel 3 te vinden is? Wel, mooie dingen als tubulaire uitbreidingen van algebra's, vertakkingsalgebra's, tilted algebra's al dan niet van zogeheten wild type. Het laatste hoofdstuk gaat over de richting van toekomstig onderzoek en er is een sectie die betrekking heeft op onderwerpen uit alle drie de delen.

De totale hoeveelheid bladzijden in de drie delen bedraagt 1222. De tekst bevat overall een grote hoeveelheid voorbeelden; aan het eind van elk hoofdstuk staan veel opgaven vermeld. Bewijzen van stellingen worden in detail gepresenteerd. Als zodanig is het gehele werk geschikt voor seminars en colleges. Of het ook voor zelfstudie geschikt is, zoals op de achterflappen der drie delen staat? Misschien wel, maar dan moet men wel over veel tijd beschikken en een bron van permanente inkomsten hebben.

De conclusie van dit alles is, na gesprekken door de reviewer met enkele experts, dat het hier een standwerk van zeer hoge orde betreft, dat in geen enkele wiskundebibliotheek mag ontbreken.

Robert van der Waall