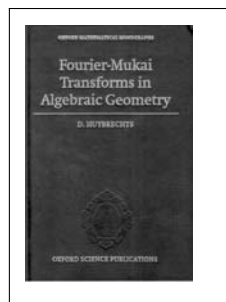


Boekbesprekingen

| Book Reviews

Eindredactie: Hans Cuypers en Hans Sterk
 Redactieadres: Review Editors NAW - HG 9.93
 Dept. of Math. and Computer Science
 Technische Universiteit Eindhoven
 Postbus 513, 5600 MB Eindhoven
 Webpagina: www.win.tue.nl/wgreview
 e-mail: wgreview.win@tue.nl



D. Huybrechts
Fourier-Mukai Transforms in Algebraic Geometry

Oxford Mathematical Monographs

Oxford: Clarendon Press, 2006

307 p., prijs £ 59

ISBN 0-19-929686-3

Afgeleide categorieën van coherente schoven op gladde projectieve variëteiten bestaan al sinds de jaren zestig, toen Grothendieck en Verdier die categorieën invoerden om op een conceptueel handige manier met cohomologie van schoven op een variëteit te kunnen omgaan. Bijvoorbeeld dualiteit voor coherente schoven op een variëteit laat zich goed op die manier uitdrukken. Maar afgeleide categorieën (van zulke abelse categorieën) werden voornamelijk op een theoretische manier gebruikt en niet als interessante invarianten van een variëteit. Waarom ook, zou de vraag kunnen zijn. Immers, als X en Y twee gladde projectieve variëteiten zijn zodat de begrensde afgeleide categorieën van coherente schoven equivalent zijn, dan zijn X en Y isomorf als de kanonieke of anti-kanonieke bundel van X ampel is, zoals we nu weten. Maar de laatste jaren is er een intensieve belangstelling ontstaan voor de afgeleide categorieën van coherente schoven op gladde projectieve variëteiten als invarianten van zulke variëteiten. De oorsprong van die belangstelling gaat terug op het werk van Mukai begin jaren tachtig waarin hij op meetkundige manier functoren tussen zulke categorieën construeerde en equivalenties tussen afgeleide categorieën van niet-isomorfe variëteiten verkreeg (voor abelse variëteiten en K3-oppervlakken). Deze zogenaamde Fourier-Mukai-functoren zijn een algebraïsch-mmeetkundig analogon van de Fouriertransformatie en vormen dan ook een krachtig hulpmiddel.

Maar het kwam pas goed op gang toen Kontsevich voorstelde de mysterieuze, door de snarentheorie geïnspireerde, spiegelsymmetrie van Calabi-Yau variëteiten te interpreteren als een equivalentie tussen de afgeleide categorie van coherente schoven op een Calabivariëteit en de zogenaamde Fukayacategorie van de symplectische meetkunde van de spiegelvariëteit.

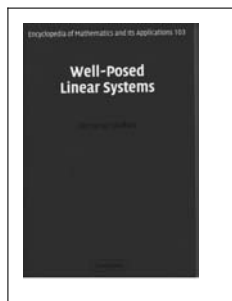
Werken met de afgeleide categorieën maakt het mogelijk allerlei 'lineaire' constructies uit te voeren met O_X -modulen in plaats van direct met variëteiten te werken. In dit verband is het aardig op te merken dat resoluties van schoven vroeger voornamelijk een theoretisch hulpmiddel waren, maar men heeft gemerkt dat als je cohomologie op de computer uit wilt rekenen resoluties zo ongeveer de enig doenlijke manier van werken vormen.

Voor diegenen die aansluiting zoeken bij de zich sterk ontwikkelende frontlinie op dit gebied is dit boek een zeer geschikte inleiding. De eerste drie hoofdstukken brengen getrianguleerde en afgeleide categorieën in herinnering, waarna de auteur afstevent op Orlov's resultaat dat zegt dat equivalenties van afgeleide categorieën van Fourier-Mukai functoren komen. Helaas wordt deze stelling in het boek niet bewezen. De centrale vraag van het boek is onder welke omstandigheden verschillende gladde projectieve variëteiten equivalente afgeleide categorieën van coherente schoven hebben. Aparte hoofdstukken behandelen de gevallen van abelse variëteiten, K3-oppervlakken, het effect van flips en flops, en oppervlakken. In het laatste hoofdstuk worden enige verwij-

zingen naar de nieuwste ontwikkelingen gegeven. Die ontwikkelingen borduren voort op spiegelsymmetrie en gaan door het leven als de 'stabiliteitscondities van Bridgeland'. Deze ontwikkelingen zien er veelbelovend uit, maar de spectaculaire doorbraak moet nog komen.

De auteur doet duidelijk moeite om de lezer wegwijs te maken in de achtergronden en het boek is helder en duidelijk, zij het niet echt opwindend geschreven. Maar dat komt wellicht ook doordat de recente theorie nog geen hoogtepunten kent.

Gerard van der Geer



Olof Staffans
Well-Posed Linear Systems

Encyclopedia of Mathematics and its Applications, no. 103
Cambridge: Cambridge University Press, 2005
776 p., prijs £97
ISBN 0-521-82584-9

Well-posed linear systems zijn een klasse van abstracte lineaire, tijdsinvariante systemen, waarin vele (zo niet alle) partiële differentiaalvergelijkingen (pdv's) met besturingen en waarnemingen kunnen worden beschreven. Het uitgangspunt van deze klasse is echter niet de pdv, maar de oplossing. Een systeem wordt gekarakteriseerd door middel van drie Banach ruimtes, U , X , en Y , en vier begrensde lineaire operatoren $\mathfrak{A}_0^t$, $\mathfrak{B}_0^t$, $\mathfrak{C}_0$ en $\mathfrak{D}_0$. Het systeem wordt weergegeven als

$$\begin{aligned}x(t) &= \mathfrak{A}_0^t x_0 + \mathfrak{B}_0^t u \\ y &= \mathfrak{C}_0 x_0 + \mathfrak{D}_0 u\end{aligned}$$

Hierin is $x_0 \in X$ de begintoestand, u de ingang (een functie met waarden in U), en y de uitgang (een functie met waarden in Y). Dus X is de toestandsruimte, en $\mathfrak{A}^t$ is een sterk continue halfgroep op X , $\mathfrak{B}_0^t$ is de afbeelding van de ingang naar de toestand, enz.

De eenvoudige pdv

$$\frac{\partial x}{\partial t}(t, \eta) = \frac{\partial x}{\partial \eta}(t, \eta) \quad \eta \in (0, 1), t \geq 0, \quad x(0, \eta) = x_0(\eta)$$

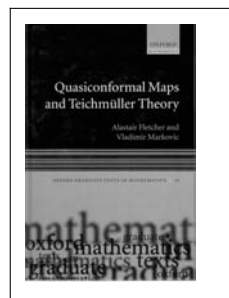
$$x(t, 1) = u(t)$$

$$x(t, 0) = y(t)$$

heeft als oplossing $x(t, \eta) = f(t + \eta)$, waarbij $f(\xi) = x_0(\xi)$ voor $\xi \in (0, 1)$ en $f(\xi) = u(\xi - 1)$ voor $\xi > 1$. Hieruit zijn gemakkelijk de operatoren $\mathfrak{A}, \dots, \mathfrak{D}$ te achterhalen. Verder zien we dat de klasse toegelaten ingangs-, uitgangs- en toestandsfunctie een verband hebben. *Well-posed* geeft nu precies aan dat men de juiste keuze heeft gemaakt. Dus elke toegelaten ingangsfunctie leidt tot een oplossing in de toestandsruimte, die weer een toegelaten uitgangsfunctie geeft.

Ofschoon de inspiratie voor de problemen die in het boek besproken worden duidelijk uit regelproblemen voor pdv's of tijdsvertraagde systemen komen, vindt men deze link nauwelijks terug in het boek. De benadering en formulering blijven zeer sterk operator-theoretisch. Dit heeft als groot nadeel dat het nauwelijks onderzoekers zal aantrekken die geen sterke basis hebben in functionaalanalyse, maar wel geïnteresseerd zijn in regelproblemen voor pdv's. Aan de andere kant geeft het boek voor een onderzoeker met een solide kennis van functionaalanalyse een schat

aan informatie. Zo wordt bijvoorbeeld het verband gelegd tussen de klasse van *well-posed* systemen en de Lax-Phillips halfgroepen. Verder heeft de auteur vele recente resultaten over deze belangrijke klasse van systemen verzameld, zoals stabiliteit, stabiliseerbaarheid, regelbaarheid, realisatietheorie, enzovoort. Hans Zwart



Alastair Fletcher en Vladimir Markovic
Quasiconformal Maps and Teichmüller Theory

Oxford graduate texts in mathematics, no. 11
Oxford: Oxford University Press, 2007
189 p., prijs £49.95
ISBN 0-19-856926-2

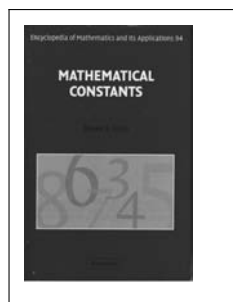
Een oriëntatie-behoudend homeomorfisme f van een gebied $G \subset \mathbb{C}$ heet quasiconform als voor iedere rechthoek R in G met zijden evenwijdig aan de assen geldt: 1) f is op bijna ieder horizontaal en op bijna ieder verticaal lijnstuk in R absoluut continu (hier volgt uit dat f bijna overal partiële afgeleiden heeft), en 2) er is een constante $k < 1$ zo dat $\sup |\partial f / \partial \bar{f}| \leq k$ bijna overal op G . Conforme afbeeldingen zijn quasiconform: we kunnen $k = 0$ kiezen.

Quasiconforme afbeeldingen zijn flexibeler dan conforme en daarom als gereedschap vaker inzetbaar in die gevallen waar conformiteit niet echt vereist is. Hun grootste interesse ontleen ze aan het feit dat je het moduli probleem voor Riemann oppervlakken goed kunt beschrijven met behulp van quasiconforme afbeeldingen. In de jaren tussen 1940 en 1943 heeft Teichmüller gewerkt aan de constructie van een ruimte waarvan de punten klassen van conform equivalente Riemann oppervlakken zijn en waarbij de afstand tussen twee punten groter is naarmate de conforme structuren van representanten van die punten meer verschillen. Zijn formuleringen waren erg onduidelijk en hij bewees maar enkele van zijn beweringen. Het is de verdienste van Ahlfors en van Bers dat uit de vage ideeën van Teichmüller een wiskundige theorie gemaakt is. Ahlfors is de eerste die de naam Teichmüllerruimte gebruikt heeft. Ahlfors heeft een mooie beknopte versie van die theorie gepresenteerd in het uiterst informatieve boekje *Lectures on Quasiconformal Mappings*, dat in 1966 verscheen. Omdat Teichmüller's theorie over Riemann oppervlakken gaat is er natuurlijk ook een algebraïsch-meetkundige versie.

Het boek van Fletcher en Markovic geeft, na een inleiding over quasiconforme afbeeldingen, een aantal versies van de analytische theorie van Teichmüllerruimten. Veel aandacht gaat naar de analytische structuur die op de Teichmüllerruimte van Riemann oppervlakken van geslacht $g > 1$ aangebracht kan worden. De auteurs geven een acceptabele introductie tot Teichmüller's theorie, maar ik heb desondanks nogal wat op- en aanmerkingen. Allereerst het erg houterige Engels dat gebruikt wordt. Oxford University Press had er goed aan gedaan de tekst te laten bekijken door een eindredacteur. In de tweede plaats permitteren de auteurs zich nogal wat slordigheden; kleinigheden zoals: een functie μ uit een of andere verzameling heet 'uniquely extremal' als voor alle functies ν uit die verzameling geldt $\|\mu\|_\infty < \|\nu\|_\infty$, maar ook grotere onachtzaamheden. Een ander blijk van onzorgvuldigheid is het (meer dan eens) verkeerd spellen van namen. Zo kom je zowel Grötzsch (correct) als Grötszh en Grötszch tegen. Daarnaast zijn er veel drukfouten en verschrijvingen. Voorts

doet het wat onnozel aan om een eenvoudig gevolg van de convexiteit van de functie $x \rightarrow x \log x$, een lemma uit de statistische mechanica te noemen; duidelijk onderscheid tussen eenvoudige zaken en diepe beweringen wordt niet altijd gemaakt. Er had ook best wat meer aandacht aan de index mogen worden besteed. Een wiskundig onderlegde eindredacteur zou de tekst aanmerkelijk hebben kunnen verbeteren.

Er zijn over dit onderwerp al een aantal boeken op de markt. Ik noemde al het beknopte maar bijzonder elegante boek van Ahlfors, *Lectures on Quasiconformal Mappings*, en daarnaast is er het werk van Lehto uit 1987, *Univalent Functions and Teichmüller Spaces*. Hierover schreef ik in een recensie in de *Mededelingen van het Wiskundig Genootschap* in 1987: "Recensent kan dit boek van harte aanbevelen". Na 20 jaar vind ik dat nog steeds. Voor niet-specialisten die kennis willen maken met Teichmüllerruimten zijn deze klassieke meesterwerken een meer voor de hand liggende keuze dan het boek van Fletcher en Markovic. Ronald Kortram



Steven R. Finch

Mathematical Constants

Encyclopedia of Mathematics and its Applications, no. 94

Cambridge: Cambridge University Press, 2003

602 p., prijs £74

ISBN 0-521-81805-2

Toen ik dit boek opensloeg was mijn eerste reactie verbazing over het onderwerp. Natuurlijk spelen constanten in alle takken van de wiskunde een rol. Maar, zo dacht ik, waarom zou het begrip *constante* een zinvolle invalshoek zijn voor een boek? Komt wiskunde niet het beste tot zijn recht in een behandeling van een stuk theorie op een consistente en redelijk volledige wijze? Daarin kunnen constanten wel een rol spelen, maar niet de hoofdrol.

Welnu, dit boek heeft mij van gedachten doen veranderen. Het blijft een beetje een merkwaardig boek, omdat het vele honderden — belangrijke en (naar mijn smaak, de uwe zal anders zijn) minder belangrijke — constanten behandelt, die vaak niets met elkaar te maken hebben. Daardoor krijgt het boek een wat fragmentarisch karakter. Maar de constanten worden wel thematisch ingedeeld, verwante constanten zo veel mogelijk bij elkaar behandeld, en altijd staat de context waarin een constante optreedt centraal. Hoewel vaak kort (een à twee pagina's voor een groepje verwante constanten) is de behandeling overal netjes, leesbaar, redelijk compleet, en voorzien van een overvloed aan verwijzingen.

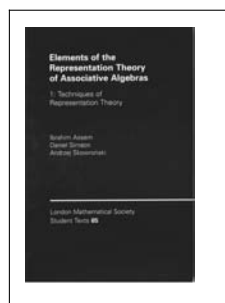
Al lezend in het boek kom je juweeltjes tegen. Regelmatig zie je dat een bepaalde constante in verschillende contexten terugkomt. Dat opent het zicht op dwarsverbanden die je in thematische tekstboeken minder gauw zult tegenkomen. Ook is het mij al enkele malen gebeurd dat ik, bezig met een of ander wiskundig probleem, op een mij onbekende constante stuitte waarvan ik wel eens wat context wilde weten. Iedere keer vond ik die direct in dit boek, en daarom ben ik uiteindelijk voor dit boek gevallen.

Na een eerste hoofdstuk over bekende constanten (zoals e , π , γ , enzovoort) behandelt het boek constanten gerelateerd aan: getaltheorie, analytische ongelijkheden, functie-approximaties, tellen van discrete structuren, functie-iteratie, complexe analyse, en meetkunde. Noem de in uw specialisme belangrijkste constanten,

en de kans is groot dat ze er in staan. Natuurlijk heeft de auteur subjectieve keuzes gemaakt, maar ik ben onder de indruk van de breedte, diepgang en ogenschijnlijke volledigheid in dit boek, tot en met recente literatuur.

Het boek bevat een index, geordend naar decimale ontwikkeling. Dat deed me denken aan *Plouffe's Inverter* (<http://pi.lacim.uqam.ca/eng/>), een website met achterliggende database en slimme software, waarin je de decimale ontwikkeling van een getal kunt intikken, en dan suggesties krijgt wat het getal zou kunnen voorstellen. Het boek van Finch gaat, veel meer dan Plouffe's Inverter dat kan, in op de wiskunde achter de constanten. Samen, en ieder op hun eigen wijze, zijn boek en website een krachtig hulpmiddel voor het traceren van de context van constanten, en helpen ze de onderzoeker verbanden te leggen.

Van harte aanbevolen, en een verplichte aanschaf voor academische bibliotheken. Benne de Weger



Ibrahim Assem, Daniel Simson en Andrzej Skowronski

Elements of the Representation Theory of Associative Algebras: Vol. 1, Techniques of Representation Theory

London Math. Soc. Student Texts, no. 65

Cambridge: Cambridge University Press, 2006

458 p., prijs £28.99

ISBN 0-521-58631-3

Gedurende de jaren dertig van de afgelopen eeuw begon Emmy Noether de representaties van associatieve algebra's als module te interpreteren. Dat maakte het mogelijk dat het arsenaal van technieken, ontwikkeld voor de studie van halfenkelvoudige algebra's, van homologische algebra en categorieëentheorie toepasbaar werd op de studie van representaties. Als zodanig is de theorie de afgelopen dertig jaren sterk gegroeid. Nu wordt het bestuderen van representaties van een eindig-dimensionale algebra over een algebraïsch afgesloten lichaam bekeken vanuit de classificatie van (eindig voortgebrachte) onontbindbare module over die algebra en hun onderlinge homomorfismen.

De schrijvers bouwen in dit eerste deel het volgende op. Achtereenvolgens vinden we theorie/definities voor algebra's en module, quivers, representaties en module, Auslander-Reiten theorie, Nakayama algebra's, zogenaamde hellingstheorie, representatie-eindige overerfbare en hellende algebra's, enzovoort, om te eindigen met zogeheten richtende module en na-projectieve bestanddelen. Elk hoofdstuk bevat een aantal opgaven. Er staat veel in dit boek; de schrijvers vermelden dat de stof goed is voor een cursus van acht maanden, maar noemen niet de hoeveelheid tijd die men geacht wordt erin te steken, zowel wat de docent betreft als de student.

De inhoud is tamelijk volledig en, voorzover in kort bestek valt te beoordelen, heel nauwkeurig opgeschreven. Er zijn 149 referenties.

De eerlijkheid gebiedt me te zeggen dat het ontrafelen van de grote hoeveelheid van dergelijke algebraïsche structuren op zichzelf mogelijk nodig is om ermee te kunnen werken, maar dat dit alles wel zwaar op de maag drukt. Bibliotheken kunnen het boek aanschaffen, particulieren alleen indien echt nodig.

Kortom, het strekt de schrijvers tot eer dit alles bijeen te hebben gebracht. En dat is het wel zo'n beetje. Rob van der Waall