Boekbesprekingen

Book Reviews

M.H. Sitters
Sybrandt Hansz Cardinael, 1578-1647
Rekenmeester en wiskundige
Zijn leven en zijn werk
Hilversum: Uitgeverij Verloren, 2008
654 p., prijs €59,–
ISBN 9789087040024

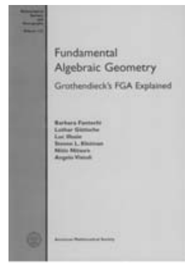
Op 16 november 2007 promoveerde te Groningen Harry Sitters bij Henk Broer en Jan van Maanen op een breed opgezet onderzoek naar de uit Harlingen afkomstige wiskundige Sybrandt Hansz Cardinael (1578-1647). Sitters wilde met zijn onderzoek de betekenis van het werk van Sybrandt Hansz Cardinael duidelijk maken en diens leven beschrijven. Tot dusverre was alleen bekend dat Cardinael een aanzienlijk wiskundige was, meer niet. Cardinaels grootse werk *Hondert Geometrische Questien* staat centraal in het onderzoek. Inderdaad passeren honderd meetkundige vraagstukken de revue. Ergens daarin gebruikt Cardinael een regel die, indien in algebraïsche termen vervat, gelijkwaardig zou zijn aan de latere stelling van Stewart (genoemd naar M. Stewart, 1717–1785). Vanwege zijn grondige meetkundekennis verdiende Cardinael volgens Joost van den Vondel de erenaam 'De Vriesche Euclides'. Cardinael was er in de *Hondert Geometrische Questien* in geslaagd een veelheid aan meetkundige vraagstukken zuiver meetkundig op te lossen — en Sitters slaagde erin deze te doorgronden. Zuiver meetkundig wil zeggen: zonder algebraïsche hulpmiddelen. Cardinael gebruikte in principe nooit algebra, maar wel stelde hij een onbekende lengte soms gelijk aan 1, waarmee hij verder rekende tot hij een gegeven lengte ontmoette. Dit zette hij voort totdat hij een gegeven lengte tegenkwam, waarna hij een evenredigheid kon opstellen om zo de onbekende lengte te berekenen. Een enkele maal schreef hij toch ook $GE = 2.EF$ (in Questie 32, opgemerkt door Sitters) als hij een evenredigheid zal hebben bedoeld. De beperking tot zuivere meetkunde valt op, omdat in de tijd van Cardinael algebraïsche hulpmiddelen opkwamen en gewaardeerd werden. Cardinael wist hier ook van. Het is zelfs zo dat Descartes hem bezocht, overigens niet om Cardinael te wijzen op efficiëntere methoden, maar om zich nader op de hoogte te stellen van diens zienswijze omtrent het copernicaanse stelsel. Cardinael schreef namelijk een werk waarin hij het stelsel van Copernicus afwees. Sitters vond uit waar in dat werk een discutabele stap werd gezet. De *Hondert Geometrische Questien* is en blijft Cardinaels hoofdwerk. Het gaat hoofdzakelijk om planimetrische vraagstukken, waarvan sommige behoorlijk pittig zijn. In bovengenoemde Questie 32 gaat het om een driehoek ABC met top A, basis $BC = 26$ en hoogte 12. Gevraagd wordt AB en AC te berekenen als hun lengtes zich verhouden als $2:3$. Sitters schreef bij deze opgave een analyse om de methoden van Cardinael in het juiste licht te plaatsen. Talrijk zijn de verdelingsvraagstukken, zoals Questie 77: gegeven zijn een driehoek ABC met $AB = 13$, $BC = 15$ en $CA = 14$, en een punt D tussen B en C met $DC = 6$; gevraagd wordt punten E en F op AB respectievelijk AC te vinden, zodanig dat de lijnstukken DE en DF de driehoek in drie delen met gelijke oppervlakte verdelen. Questie 77 is nog niet bijzonder lastig, maar er volgen andere die wel lastig mogen heten. De 13-14-15-driehoek die Cardinael in Questie 77 had gekozen is voor puzzelaars een goede bekende, omdat de oppervlakte

Eindredactie: Hans Cuypers en Hans Sterk
Redactieadres: Review Editors NAW - HG 9.93
Dept. of Math. and Computer Science
Technische Universiteit Eindhoven
Postbus 513, 5600 MB Eindhoven
Webpagina: www.win.tue.nl/wgreview
e-mail: wgreview.win@tue.nl

ervan een geheel getal is. Deze driehoek wordt door Cardinael ook gebruikt in een stereometrisch vraagstuk, Questie 76, waarin een viervlak voorkomt waarvan alle zijvlakken een 13-14-15-driehoek zijn, en waarvan onder meer de hoogte moet worden berekend. De berekening verloopt plezierig, wat wel met de keuze van dit viervlak te maken heeft. Het is een gelijkvlakkig viervlak (ook gelijkbenig of gelijkzijdig viervlak genoemd). Molenbroek geeft een berekening van de hoogte in een algemeen gelijkvlakkig viervlak (P. Molenbroek, *Leerboek der Stereometrie*, Groningen, 1934, pp. 169–172). Elders blijkt waardoor de berekening zo prettig verloopt (N.A. Court, *Modern Pure Solid Geometry*, New York, 1964, pp. 103–111): het omgeschreven parallellepipedum van een gelijkvlakkig viervlak is rechthoekig.

Cardinael verdiept zich niet in existentiekwesties. Hoe hij aan zijn vraagstukken komt is niet zomaar te zeggen. Het zijn oefeningen voor de geest, en tegelijk uiteraard producten van de toenmalige tijd; men ziet geen vraagstukken over de bijzondere punten in een driehoek. Op het titelblad van de *Hondert Geometrische Questien* staat een dissectiebewijs van de stelling van Pythagoras, dat in tot nu toe bekende overzichten van bewijzen van deze stelling niet voorkomt. Het lijkt geen toeval dat Cardinael dit bewijs op het titelblad plaatste. Het plaatje alleen is reeds voldoende om het te begrijpen. Cardinael is niet mededeelzaam over de grondslagen voor zijn methoden. Sitters concludeert dat Cardinaels werkwijze heel gewoon was. Men rekent, zonder een goede fundering, met lengtes en oppervlakten en al dan niet met wortelvormen. Sitters verheldert zijn beschouwing hierover met uitleg over het denken van tijdgenoten als Viète, Stevin en Descartes. Cardinael schreef ook rekenboeken, die nog tot ver na zijn overlijden werden gebruikt, met name door zijn dochter, die het onderwijs dat hij gaf voortzette. Niet voor niets was Cardinael rekenmeester, en het lijkt erop dat hij zo in zijn levensonderhoud kon voorzien. Met landmeten en wijnroeien was hij zeer zeker vertrouwd. Het brede onderzoek dat Sitters uitvoerde betreft ook de herkomst van Cardinael uit Harlingen, zijn doopsgezinde overtuiging, zijn verhuizing naar Amsterdam, zijn lidmaatschap van een commissie die zich moest buigen over het probleem van de lengtemeting op zee, en zijn kortdurende professoraat aan de academie van Samuel Coster. Dit alles is bijzonder interessant, onder meer omdat duidelijk wordt waarom Cardinaels professoraat zo kort duurde (1617–1618). De rechtzinnigheid vierde hoogtij, en Cardinael, met name als doopsgezinde, mocht daarom geen colleges meer geven. Amsterdam had in 1606 nog goedgekeurd dat doopsgezinde huwelijken in eigen kring plaatsvonden, met alleen een kennisgeving aan het stadsbestuur (W.J. Kühler, *Geschiedenis der Nederlandse Doopsgezinden in de zestiende eeuw*, Haarlem, 1961, p451). Als de kennisgeving zoekraakte is er van zo'n huwelijk geen officieel bewijs meer. Cardinael huwde in 1607, mogelijk in Amsterdam. Sitters ging Cardinaels familiebetrekkingen na en verdiepte zich in stromingen onder de doopsgezinden, waardoor hij het wedervaren van Cardinael kon doen begrijpen. Misschien stond Cardinaels conservatieve manier van meetkunde bedrijven in verband met zijn geestelijke overtuiging. Tegelijk blijken Cardinaels contacten met de kaartenmakers Willem Blaeu en Plancius, met de letterkundigen Vondel, Hooft en Brederode, en met de rekenmeester Willem Bartjens, terwijl Descartes hem bezocht en Christiaan Huygens les kreeg uit een werk van hem. Hij was een geacht wiskundige. Sitters heeft een mooi boek geschreven over Sybrandt Hansz Cardinael, de Friese Euclides. Zijn onderzoek werd mogelijk door een NWO-beurs in het kader van het project Leraar in Onderzoek. Harry Sitters was de eerste die zo'n onderzoek kon bekronen met een promotie.

Martinus van Hoorn



B. Fantechi, L. Göttsche, L. Illusie, S.L. Kleiman, N. Nitsure, A. Vistoli

Fundamental algebraic geometry: Grothendieck's FGA explained

Mathematical Surveys and Monographs, 123
Providence: American Mathematical Society, 2005 342 p., prijs $ 79.00
ISBN 0-8218-3541-6

In 1957–1962 Alexander Grothendieck gave eight talks in Séminaire Bourbaki, collected under the title *Fondements de la Géométrie Algébrique* (FGA). His texts have been on the desks of algebraic geometers since. Here we see the birth of a revolutionized algebraic geometry. Reading these texts is a fascinating and rewarding task.

Grothendiecks ideas have been expanded and partly incorporated in later texts such as the *Séminaire de Géométrie Algébrique*, the seminars 1960–1969, and in *Eléments de Géométrie Algébrique* by J. Dieudonné and A. Grothendieck 1960–1967. However, the contents of FGA is still worth studying.

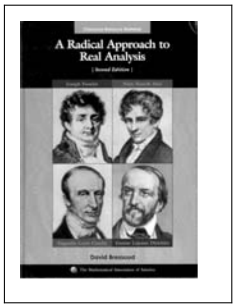
M. S. Narasimhan took up the plan to have the contents of FGA explained in a summer school at the ICTP in Trieste, Italy. That plan materialized in 2003. The contents of the lectures is recorded in the present volume.

Throughout the whole book we feel the admiration for the original text and its author: "The book is not intended to replace [FGA]; indeed, nothing can ever replace a master's own words, and reading Grothendieck is always enlightening." The authors made some fundamental choices: "This book is not meant to provide a quick and easy introduction. Rather, it contains demanding detailed treatment." I enjoyed every page of this book, seeing difficult theory well explained, original ideas by Grothendieck placed in historical context and presented in a transparant but also thorough way. Furthermore, the authors, although their styles in the five parts are very different, come to a nice coherent treatment of these central ideas in algebraic geometry. The authors made the wise choice to include some further developments, and to follow modern language and notation (for example, a 'simple morphism' is now called a 'smooth morphism'). But that is only the outside: the original ideas of Grothendieck are central and very well exposed.

Here is a short survey of the five contributions:
Angelo Vistoli: 'Grothendieck topologies, fibered categories and descent theory'; Nitin Nitsure: 'Construction of Hilbert and Quot schemes'; Barbara Fantechi and Lothar Göttsche: 'Local properties and Hilbert schemes of points'; Luc Illusie: 'Grothendieck's existence theorem in formal geometry with a letter of Jean-Pierre Serre'; Steven L. Kleiman: 'The Picard scheme'.

Every one of these has great merits. As I read them, I found on several occasions points of view which were new to me, but which were present in seminal form in Grothendieck's writings, and which are explained and exposed well by these authors.

This volume is ideal as detailed study material, for coming to a further understanding of the topics treated, to see the inside of Grothendieck's first attempts to reconstruct the foundations of algebraic geometry. The authors describe the 'Advanced school in basic algebraic geometry' in 2003 by: "Everyone had a memorable experience". We are lucky that it also gave them the opportunity to create this volume full of ideas and reading material for everyone interested, students, but also the experienced researcher. *Frans Oort*



D.M. Bressoud
A Radical Approach to Real Analysis
Classroom Resource Materials Series
Washington, D.C.: The Mathematical Association of America, 2007 (2nd ed.)
323 p., prijs $ 52.95
ISBN 0-88385-747-2

A: Zijn die epsilons en delta's nou allemaal echt nodig?
B: Jawel. Strikte definities en bewijzen maken juist het verschil tussen de calculus als verzameling van rekenmethodes en de analyse als wiskundige theorie.
A: Dat zal wel, maar dat bedoel ik niet. Ik wil immers vooral rekenen, en dat kan toch net zo goed zonder epsilons en delta's?
B: Dit klopt niet helemaal. Het blijkt namelijk dat puur intuïtief rekenen en toepassen van op zich redelijke rekenregels in bepaalde situaties tot tegenstrijdigheden en onzinnigheden leidt...
A: Oh ja? En waar gebeurt dat dan? En hoe?

Dialogen van deze soort zijn bij iedereen bekend die — in de rol van B — de noodzaak van strikte definities en bewijzen in het analyse-onderwijs van de grondslagen tot geavanceerdere onderwerpen als Fourierreeksen verdedigt.

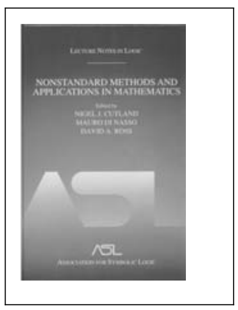
Bressouds boek is een uitstekende informatiebron voor B als die op A's laatste vraag zo overtuigend mogelijk antwoord wil geven, namelijk door te verwijzen naar de historische ontwikkeling van het vak. De rekenprocedures van de calculus (sommaties, differentiatie, integratie, reeksontwikkelingen enzovoort) zijn immers meer dan een eeuw ouder dan hun precieze rechtvaardiging door het vinden van exacte voorwaarden voor hun geldigheid, in het tegelijkertijd op te bouwen kader van hiervoor geschikte begrippen. Het werk hieraan door negentiende-eeuwse wiskundigen als Cauchy, Riemann, Weierstrass en anderen, is de insteek van dit bijzondere analyseleerboek. De centrale definities en stellingen verschijnen in hun historische context, dat wil zeggen als uitkomst van een onderzoeksproces.

De auteur draagt niet alleen een grote hoeveelheid wiskundig, historisch en didactisch interessant materiaal aan, maar geeft ook een levendigheid aan zijn verhaal die het boek tot een waardevolle toevoeging maakt op een plaats tussen traditionele leerboeken en werken over geschiedenis van de wiskunde. Zo worden bijvoorbeeld, uitvoerig en gedetailleerd, de pogingen van Cauchy tot het bewijs van de middelwaardestelling beschreven, en wordt uitgelegd waar en waarom deze ontoereikend bleken. Hierdoor opent de auteur een nieuwe weg voor de lezer naar een dieper begrip van de onderliggende problemen en een betere appreciatie voor de uiteindelijk gevonden oplossingen. Op deze manier levert het boek de 'historisch echte' motivaties voor de gebruikelijke basisconcepten van de moderne analyse, die in klassieke boeken en curricula vaak onderbelicht (moeten) blijven.

Desalniettemin deelt de recensent niet de mening van de auteur dat de benadering van de reële analyse langs haar historische onwikkeling de juiste manier voor een eerste kennismaking met deze theorie is. De prijs die hiervoor betaald wordt, ligt in een soort achterwaartse ordening van de stof: er moeten functiereeksen voor reeksen aan de orde komen, reeksen voor rijen, differentieerbaarheid voor continuïteit enzovoort. Dit lijkt mij hooguit dan haalbaar als de studenten al over zeer uitgebreide voorkennis en vaardigheden in de calculus beschikken. Zo begint het boek met een beschrijving van de crisis in de grondslagen van de analyse die onstond door Fouriers werk over trigonometrische reeksen in verband met de warmtevergelijking. Dit is boeiend uit historisch en wiskundig oogpunt, maar vereist (tenminste in onze Nederlandse situatie) een niveau van voorkennis dat duidelijk het niveau van een eerste- of tweedejaars wiskundestudent ontstijgt.

Een groot aantal opgaven van verschillende moeilijkheidsgraad en aanvullend materiaal op internet (http://www.macalester.edu/aratra) maken inhoudelijke verdieping voor verschillende onderwerpen mogelijk en verhogen de bruikbaarheid van het boek voor zelfstudie. Op de website staan ook enkele correcties, waaronder een, betreffende helaas gepleegd misbruik van het begrip 'analytisch' in plaats van C^∞.

Het boek lijkt mij uitermate geschikt als materiaal voor cursussen of zelfstudie over geschiedenis van de wiskunde, een onderwerp dat recentelijk hernieuwde belangstelling geniet met het oog op academische vorming in onze curricula. *Georg Prokert*



N.J. Cutland, M. Di Nasso, D.A. Ross (eds.)
Nonstandard Methods and Applications in Mathematics
Lecture Notes in Logic 25
Natick, MA: A.K. Peters, Ltd., 2006
262 p., prijs $ 75.00
ISBN 1-56881-291-4

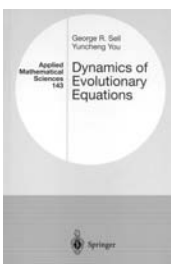
Voor wie het nog niet wist: de niet-standaard analyse is een logische onderbouwing van het aloude rekenen met infinitesimalen. Wie, bijvoorbeeld, de werken van Euler inkijkt, komt regelmatig oneindig kleine reële getallen en oneindig grote natuurlijke getallen tegen. Wat die dingen waren werd nooit geheel duidelijk maar de resultaten die Euler en anderen er mee behaalden leren wij nu nog aan onze studenten, zij het dat we alles nu formuleren in termen van ϵ en δ of met behulp van convergente rijen.

Rond 1960 bedacht A. Robinson een manier waarop die oneindig kleine en grote getallen zinvol ingevoerd kunnen worden. Op basis van een paar bekende stellingen uit de logica en modeltheorie is een model van de theorie van $\mathbb{R}$ te maken waar $\mathbb{R}$ zelf een deellichaam is en waarin positieve getallen voorkomen die kleiner zijn dan elk positief element van $\mathbb{R}$ zelf. Dat grotere lichaam is een andere, niet-standaard, versie van $\mathbb{R}$ en zo is de term niet-standaardanalyse ontstaan.

Wat de niet-standaardanalyse betreft beschouw ik mij als een geïnteresseerde buitenstaander en deze bundel, die voortgekomen is uit een conferentie in 2002, leek mij een aardige gelegenheid voor een hernieuwde kennismaking. Het kan aan mij liggen, maar het viel mij tegen. Ik kon me niet aan de indruk onttrekken dat er minder nieuws onder de zon is dan de redacteuren ons in hun voorwoord willen doen geloven. Van de tien artikelen zijn er zeker zes die oude en nieuwe fundamenten bespreken, standaard resultaten op een niet-standaard manier pogen te doen of zich afvragen waarom de rest van de wereld de niet-standaard methoden niet omarmt. Zo kan men *acht* manieren vinden om niet-standaardanalyse te onderbouwen. Die veelheid komt voort uit twee problemen. Wie niet-standaardanalyse wil bedrijven moet een gevoel ontwikkelen voor wat wel en niet kan met de infinitesimalen en daar is enige kennis van de logische achtergrond toch wel nodig; sommige onderbouwingen proberen die logica weg te moffelen, met wisselend succes. Het andere probleem betreft het 'universum' waarin men wil werken; als het alleen om $\mathbb{R}$ gaat is een ultramacht genoeg, maar als men maat- en integratietheorie en functionaalanalyse wil bedrijven is er meer nodig — machtsverzameling, functieruimten, ... — en een beschrijving van dat 'meer' kost onevenredig meer moeite.

De andere artikelen laten enige toepassingen zien in de getaltheorie en bij het oplossen van stochastische Navier-Stokes-vergelijkingen. Het allerlaatste artikel beschrijft het gebruik van infinitesimalen op een middelbare school in Genève; op de website van de auteurs blijkt dat de vreugde over de positieve resultaten alweer getemperd is: juist het verschil tussen wat wel en niet 'mag' bleek toch weer een struikelblok.

K.P. Hart



G.R. Sell, Y. You
Dynamics of evolutionary equations
Applied mathematical sciences, vol. 143
New York : Springer Verlag, 2002
670 p., prijs €94,95
ISBN 0-387-98347-3

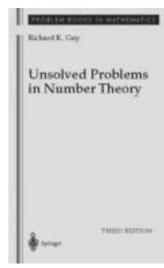
Vanaf het begin heeft men geprobeerd de geometrische theorie van gewone differentiaalvergelijkingen, die teruggaat op Poincaré, dienstbaar te maken aan de analyse van niet-lineaire partiële differentiaalvergelijkingen, door deze op te vatten als evoluties in een oneindig dimensionale ruimte, vaak een Banachruimte. Het standaardvoorbeeld is de moderne theorie van de Navier-Stokesvergelijkingen.

De strategie is om begrippen die in het eindigdimensionale geval hun nut hebben bewezen te generaliseren naar oneindig veel dimensies en omgekeerd om de oneindig dimensionale dynamica, daar waar dat mogelijk is, te reduceren tot een eindig dimensionale evolutie op een zogeheten 'inertiaalvariëteit' van het systeem; dit laatste maakt vrijwel altijd gebruik van één of andere vorm van dissipativiteit.

Dit is het programma van het voorliggende boek, maar voordat dit programma vruchtbaar gemaakt kan worden, moet de lezer geschoold worden in de technische kanten van evoluties op Banachruimten; het hoofdzakelijke probleem is dat de stelling van Picard-Lindelöf (existentie en eenduidigheid van oplossingen) ontbreekt, en dat daarom vaak de oplossings-'(semi-)flow' moeizaam geconstrueerd moet worden. De auteurs gaan er prat op dat ze alle details van deze constructies geven, en dat doen ze ook. Wie het boek heeft doorgeworsteld, houdt er een flinke inleiding in de theorie van niet-lineaire evoluties aan over, met een speciaal hoofdstuk gewijd aan semi-flows van de Navier-Stokes vergelijkingen voor vloeistoffen.

Dat was het voornaamste gedeelte van het boek; wat nog volgt zijn het oneindig dimensionale analogon van de storingstheorie van invariante variëteiten, en de existentie van inertiaalvariëteiten, samen met algemenere opmerkingen over (voornamelijk) de eindig-dimensionale dynamische systemen, gelardeerd, zoals trouwens overal elders in het boek ook, met uitgebreide literatuurverwijzingen. Om de pijn van de toch veelal erg droge stof te verzachten, bezigen de auteurs een vlot taalgebruik, dat soms een tikje jolig wordt. Al met al een boek voor doordouwers.

F. Wagener



Richard K. Guy
Unsolved Problems in Number Theory
Problem Books in Mathematics
Unsolved problems in intuitive Mathematics, vol 1
New York : Springer Verlag, 2004 (3rd ed.)
437 p., prijs €64,15
ISBN 0-387-20860-7

Dit boek richt zich op mensen die graag met getaltheorie bezig zijn en inspiratie zoeken voor hun onderzoek. Het bevat een enorme hoeveelheid materiaal, open vragen en onopgeloste problemen, opgediept uit de oudere en recente literatuur, van de meer centrale klassieke gebieden in de getaltheorie tot diep in allerlei uithoeken. Daarbij heeft de auteur wel een duidelijke voorkeur voor de elementaire, combinatorische, of zo u wilt wat meer laag bij de grondse getaltheorie. De abstractere getaltheorie die aanleunt tegen algebra en algebraïsche meetkunde, en ook de zwaardere analystische getaltheorie, zijn ondervertegenwoordigd. Dat is wel te begrijpen, want de onopgeloste problemen in die gebieden zijn doorgaans minder makkelijk in enkele zinnen neer te zetten, en vereisen veel meer specialistische voorkennis van de oplosser.

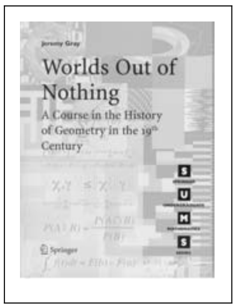
De doelgroep van dit boek is echter breed, en de auteur richt zich expliciet ook op amateurs en beginnende beroepswiskundigen. Wiskundigen op zoek naar een getaltheoretisch probleem om hun tanden in te zetten (of dat hun promovendi, studenten, vrienden, enzovoort te laten doen), hebben ze hier voor het oprapen. Er zitten problemen bij waar zowel ervaren professionals als vrolijke amateurs enthousiast mee aan de slag kunnen. De geselecteerde problemen liggen wel duidelijk op onderzoeksniveau, het zijn geen opgaven zoals die bij een college opgegeven zouden kunnen worden. Ieder opgelost probleem zou goed kunnen zijn voor een serieus artikel.

Een typische paragraaf bestaat uit een beschrijving van een aantal resultaten en gerelateerde problemen of vragen door elkaar heen. Met andere woorden, bij de onopgeloste problemen wordt altijd een stukje relevante context kort beschreven. Dat maakt dat het boek niet alleen maar een problemenverzameling is geworden, maar ook zijn nut kan hebben als naslagwerk.

De eerste editie van dit boek verscheen in 1981, en telde 161 bladzijden. De tweede editie, uit 1994, had al 285 bladzijden. Nu is er de derde editie, die is uitgedijd tot 437 bladzijden. Wellicht kan dat gezien worden als een fraaie illustratie van de gedachte dat voortgang in de wetenschap niet alleen gemeten dient te worden aan het aantal opgeloste problemen, maar ook, of misschien wel juist, aan het aantal onopgeloste. Bladeren in dit boek maakt je wel bescheiden... Niettemin blijft het de bedoeling van de auteur dat het boek zo snel mogelijk achterhaald zal blijken te zijn, omdat er weer het nodige is opgelost.

Vergeleken met de tweede editie is er een klein aantal paragrafen bijgekomen. De verdikking komt vooral doordat in de bestaande paragrafen de tekst flink is uitgebreid. Zo ook de lijsten met verwijzingen, die een substantieel en zeer waardevol deel van het boek zijn gaan vormen.

Dit is een boek dat een groot publiek verdient, met voor elk wat wils. Jammer is dat de uitgever de laatste versie voor de drukker niet goed nagegaan heeft op onjuiste TEX-code: er is een aantal heel storende fouten blijven hangen, de eerste zelfs vetgedrukt op de eerste tekstbladzijde (bladzijde 3). *B.M.M. de Weger*



Jeremy Gray
Worlds Out of Nothing:
A course in the history of geometry in the 19th century
London : Springer-Verlag, 2007
Springer Undergraduate Mathematics Series
396 p., prijs €35,26
ISBN 1-84628-632-8

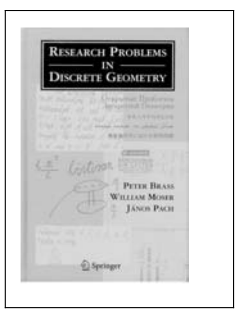
De grote bloei van de meetkunde vond plaats in de eeuwen voor onze jaartelling bij de Grieken. In feite is het daarna met het vastleggen van het bouwwerk van de euclidische meetkunde die als absolute en enige meetkunde werd beschouwd een kleine tweeduizend jaar stil geweest. Een hernieuwde bloei kwam met name in de negentiende eeuw toen de fundamenten van de meetkunde werden herbeschouwd. Het verifiëren van die fundamenten leidde via allerlei bevestigingen, vertwijfelingen, vooral naar nieuwe en spectaculaire ontdekkingen, zoals die van de projectieve meetkunde, de niet-euclidische meetkunde, het vervolg op de analytische meetkunde en de differentiaalmeetkunde.

Jeremy Gray heeft deze periode beschreven in zijn nieuwe boek *Worlds Out of Nothing*, waarvan de titel verwijst naar een zin uit een brief van Bolyai, die hij schreef aan zijn vader toen hij de niet-euclidische meetkunde had 'uitgevonden'. Het is een prachtig boek geworden. We kennen Jeremy Gray van zijn inspanningen om de geschiedenis van de wiskunde op een begrijpelijke maar toch indrukwekkende manier neer te zetten en daar materiaal bij te leveren dat inspirerend is voor studenten. Hij maakte onder andere, samen met Fauvel, het indrukwekkende bronnenboek voor de Open University: *The History of Mathematics*.

Veel van de hoofdstukken in het nieuwe boek zijn neerslagen van zijn colleges, waarbij ook verwerkingsopdrachten zijn opgenomen. Andere stukken zijn geschreven als verbindingen tussen die neerslagen van colleges om de geschiedenis van de meetkunde in de negentiende eeuw compleet te beschrijven. Hij heeft daarbij de chronologie als uitgangspunt genomen, maar de hoofdstukken gecentreerd rond personen die in die tijd belangrijke bijdragen geleverd hebben. Die aanpak is meestal goed gelukt.

Het eerste deel van het boek beschrijft uitvoerig de ontwikkelingen van de projectieve en niet-euclidische meetkunde waarvan Poncelet, Monge, Gauss, Bolyai en Lobachevskii de grote namen waren. Na die periode (tot 1850 ongeveer) volgt in het boek een hoofdstuk (12) met aanwijzingen voor studenten hoe zij een werkstuk over de voorafgaande hoofdstukken verstandig kunnen aanpakken, een nuttige pas op de plaats, waardoor het aan waarde voor gebruik in een lessituatie wint. Er volgen nog twee van dergelijke hoofdstukken in het boek (21 en 31). Het volgende deel van het boek gaat over de ontwikkeling van de invoering van (verschillende soorten) coördinaten in de meetkunde, zoals de barycentrische en de homogene. Daarbij is veel aandacht voor de parametrisering van krommen in het platte vlak. Natuurlijk volgen dan ook de Riemannoppervlakken en de differentiaalmeetkunde. Na hoofdstuk 21, *Writing*, gaat het laatste deel van het boek vooral over de hernieuwde fundamenten van de meetkunde zoals in de projectieve meetkunde en de meetkunde van Hilbert en Poincaré. De laatste hoofdstukken raken de fysische toepassingen en met name de (filosofische) discussies rond de grondslagen. Het boek sluit af met een appendix, over von Staudt, waarvan het niet zo duidelijk is waarom die daar is opgenomen en niet gewoon in de hoofdstukken (met name in hoofdstuk 22, *Projective Geometry as the Fundamental Geometry*) verwerkt kon worden.

Het boek is rijkelijk voorzien van originele teksten en verwijzingen naar bronnen. In die zin is het zeer compleet, een prachtig boek met zeer veel goed gedocumenteerde geschiedenis van de wiskunde. Die periode van de negentiende eeuw komt er uit naar voren als een wiskundig zeer rijke en inspirerende periode waarin de basis is gelegd voor moderne ontwikkelingen. Het boek schuwt de wiskunde zelf zeker niet. In die zin is het volledig genoeg, met veel bewijzen die, jammer genoeg, veelal analytisch zijn, terwijl in sommige gevallen, gezien de periode die op dat moment besproken wordt, een meetkundig bewijs meer voor de hand zou liggen. Het is voor studenten zeker niet een eenvoudig boek, maar met enkele verstandige keuzes is het zeer inspirerend en zullen studenten zeker de rijkheid van de ontwikkelingen ervaren. Het is jammer dat in een dergelijk boek toch zoveel storende fouten staan. Dat betreft met name typografische fouten zoals accentjes, letters en indices, die in wiskundige teksten zeer storend kunnen zijn, maar ook links die niet werken en slechte tekeningen, die gewoon niet kloppen. Desondanks is het een boek dat zeer de moeite waard is en niet mag ontbreken in de boekenkast van een meetkundig en historisch geïnteresseerde wiskundige. *Hans Krabbendam*



P. Brass, W. Moser, J. Pach
Research Problems in Discrete Geometry
New York : Springer Verlag, 2005
499 p., prijs €58,80
ISBN 0-387-23815-8

Dit boek verschilt aanzienlijk van meer gebruikelijke wiskundeboeken. In plaats van te vertellen wat er bekend is in een vak-gebied, stelt dit boek vragen. Dit wordt op een bijzonder heldere manier gedaan. Elke sectie van het boek begint met een beknopte definitie van de relevante concepten, en gaat al snel door met het beschrijven van de problemen en vermoedens. Het geeft aan welke deelresultaten er bekend zijn, en aan het einde van de sectie staat een uitgebreide bibliografie.

De behandelde problemen gaan meestal over configuraties van objecten in een metrische ruimte. Vragen over de dichtheid van stapelingen en overdekkingen, over stevigheid, en over beperkingen op de onderlinge afstanden vormen een groot deel van de behandelde problemen. Opvallend is vaak dat zelfs met grote beperkingen op de objecten en de toegestane transformaties (bijvoorbeeld de beperking tot verzamelingen bollen met vaste straal en met hun middelpunt op een roosterpunt) niet bijzonder veel over een probleem gezegd kan worden. Later in het boek verschuift de focus naar configuraties van punten en tekeningen van grafen. Maar vrijwel alle problemen vallen onder de 'klassieke' meetkunde: eigenlijk altijd ligt er wel een metrische ruimte (in veel gevallen $\mathbf{R}^n$, en vaak met $n = 2, 3$) aan de problemen ten grondslag.

Sommige problemen zijn obscuur, andere zijn al bekend onder een breed publiek. Maar geen van alle lijken ze eenvoudig, en waarschijnlijk zijn ook gedeeltelijke oplossingen al interessant. Dat het beantwoorden van de opgeworpen vragen toch niet onmogelijk is blijkt uit de website die door de derde auteur wordt bijgehouden. Daar is een lijst te vinden van meer dan twintig problemen uit het boek die sinds de uitgave geheel of gedeeltelijk opgelost zijn.

Een obstakel dat een geïnteresseerde lezer zal tegenkomen, is het maken van een keus uit de gepresenteerde problemen: zelfs als je interesse in een specifiek deelonderwerp ligt, is er nog een keur aan problemen beschikbaar. Voor beginnende onderzoekers is het nuttig als startpunt van onderzoek, wellicht in overleg met een begeleider. En zelfs als men al aan een probleem in dit gebied werkt, dan kan het boek een waardevolle context leveren.

Ik heb de materie met plezier doorgenomen, en verwacht het boek in de toekomst nog regelmatig open te slaan. *Stefan van Zwam*

C.T.C. Wall
Singular Points of Plane Curves
London Mathematical Society Student Texts, no. 63
Cambridge : Cambridge University Press, 2004
370 p., prijs £32.00
ISBN 0-521-547741

Dit boek is zowel een goed inleidend leerboek over krommesingulariteiten als een prima introductie tot het moderne onderzoek op dit gebied. De eerste vijf hoofdstukken zijn gebaseerd op M.Sc. colleges in Liverpool, gegeven vanaf 1975. Hierop volgen nog zes hoofdstukken op hoger niveau.

Singulariteitentheorie ligt op het snijvlak van algebra, algebraïsche meetkunde, topologie en combinatoriek. Een goed voorbeeld van de interactie van ideeën, methoden en technieken van verschillende oorsprong wordt gevormd door het meest klassieke deel van de theorie, de studie van krommesingulariteiten.

Hoe singulier een analytische kromme lokaal is, kan op verschillende manieren gemeten worden. De doorsnede van een kromme door de oorsprong in $\mathbf{C}^2$ met de rand van een voldoende kleine bol geeft een knoop (of schakel, als de kromme meer dan een tak heeft) in een 3-sfeer, en wel een geïtereerde torusknoop. Topologische equivalentie van zulke knopen kan ook algebraïsch-meetkundig beschreven worden. De eerste methode gaat terug op Newton en Puiseux. In een singulier punt geldt de impliciete functiestelling niet meer, maar we kunnen y toch als machtreeks in x schrijven, als we gebroken machten toelaten. Een andere manier maakt gebruik van de ingebedde resolutie. Beide methoden leveren discrete invarianten, die het topologische type volledig bepalen.

Het eerste deel van het onderhavige boek geeft een samenhangende beschrijving van al deze benaderingen. Met volledige bewijzen heeft de schrijver hier toch slechts 130 pagina's voor nodig. Daarbij komen zaken aan de orde, die anders moeilijk te vinden zijn, zoals het feit dat het Alexanderpolynoom van de knoop de Puiseuxinvarianten bepaalt — dit via een elegante beschrijving van cyclotomische polynomen. Voor het eerst in boekvorm vinden we de Eggers-Wallboom (hier natuurlijk Eggersboom genoemd).

De tekst bevat geen literatuurverwijzingen, maar ieder hoofdstuk wordt afgesloten met een aparte paragraaf met opmerkingen, zowel van historisch karakter als over generalisaties (bijvoorbeeld karakteristiek p of het reële geval). Hier blijkt de grote ervaring en het enorme overzicht van de auteur. Ook zijn er altijd opgaves.

Centraal in het tweede deel staat de Milnorvezeling. Verscheidene berekeningsmethoden voor het Milnorgetal komen aan bod. In een apart hoofdstuk worden de ideeën toegepast op projectieve krommen, voor een bewijs van de meest algemene vorm van de Plückerformules. Kleinsformule voor reële krommen wordt à la Viro bewezen met het formalisme van construeerbare functies. Daartoe geeft de schrijver eerst een erg nuttige beknopte inleiding tot de algemene theorie daarvan.

De volgende hoofdstukken gaan over de berekening van de monodromie. Hier komt ook de topologische zetafunctie aan de orde. De kanonieke decompositie van het complement van de schakel wordt behandeld. Nieuw hier is het verband tussen Eisenbud-Neumanndiagrammen en de Eggers-Wallboom. Over de klassifikatie van Seifertvormen gaat een heel hoofdstuk, waarin duidelijk te merken is dat de schrijver een expert is op het gebied van kwadratische vormen. Tenslotte geeft het laatste hoofdstuk een verfrissende kijk op de theorie van volledige idealen en clusters.

Dit boek heeft veel te bieden. Het is inderdaad zowel geschikt als collegetekst en als standaardwerk over vlakke krommesingulariteiten. *J. Stevens*