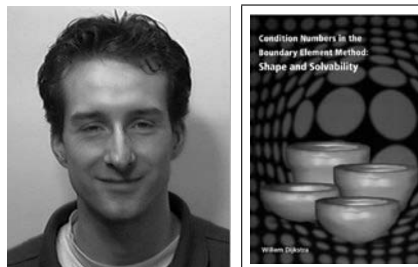


In de verdediging

| In defence

Pas gepromoveerden brengen hun werk onder de aandacht.

Redacteur: Geertje Hek
la Voie-du-Coin 7
1218 Grand-Saconnex
Zwitserland
G.M.Hek@uva.nl



Condition numbers in the boundary element method: shape and solvability

Willem Dijkstra

“Het is een misvatting dat wij steeds meer weten. Weliswaar vergaart het mensdom steeds meer kennis, de doorsnee mens heeft echter steeds minder kennis.” Zo luidt één van de stellingen bij het proefschrift *Condition numbers in the boundary element method: shape and solvability* van Willem Dijkstra. Op 17 april 2008 promoveerde hij aan de TU/e bij Bob Mattheij en Michiel Hochstenbach. Willem vond het fijn om eens een keer een onderwerp tot op de bodem uit te zoeken, maar beseft dat zulk diepgaand onderzoek een keerzijde heeft. Dat is een reden voor deze stelling: naar eigen zeggen gaat de kennis die hij de afgelopen vier jaar heeft opgedaan weliswaar vrij diep, maar is die kennis gelijk ook heel smal. De stelling zinspeelt daarnaast op de algemene doelstellingen met betrekking tot het vergaren van kennis, die voortdurend naar beneden worden bijgesteld: van basisschool tot en met universiteit wordt het curriculum steeds verder uitgekleeft.

Schaal van een gebied is bepalend voor oplosbaarheid

In zijn proefschrift heeft Willem de conditieggetallen van matrices in de Boundary Element Method (BEM) onderzocht. De BEM is een numerieke methode om randwaardeproblemen mee op te lossen. In de BEM moet uiteindelijk een lineair stelsel vergelijkingen worden opgelost. De oplosbaarheid van dat stelsel wordt onder andere bepaald door het conditieggetal van de bijbehorende systeemmatrix. Dat conditieggetal wordt berekend door de grootste en kleinste singuliere waarde van de matrix op elkaar te delen; bij symmetrische matrices kunnen de grootste en kleinste eigenwaarden gedeeld worden. Als het conditieggetal klein is, dat wil zeggen, dicht bij een, dan is de matrix goed geconditioneerd, en kan het bijbehorende stelsel gemakkelijk worden opgelost. Als het conditieggetal oneindig groot is, dan is het stelsel niet op te lossen.

Het belangrijkste resultaat in het proefschrift is dat de schaal van een gebied uitmaakt of een randwaardeprobleem oplosbaar is met de BEM. Dit gaat geheel in tegen de intuïtie; of een gebied nu wordt geschaald in centimeters of inches, dat zou geen verschil mogen maken voor de oplosbaarheid van het probleem. Voor de BEM is dit dus voor sommige problemen wel het geval. Sterker nog, voor dergelijke problemen blijkt het conditieggetal van matrices in de BEM niet alleen af te hangen van de grootte van het gebied waarop het randwaardeprobleem gedefinieerd is, maar kan elk gebied dusdanig geschaald worden dat het conditieggetal oneindig groot wordt. Dit geldt voor verschillende randwaardeproblemen, zoals de Laplacevergelijking, de bi-harmonische vergelijking, en de Stokesvergelijkingen. Bijvoorbeeld, voor de Laplacevergelijking op een cirkel is het conditieggetal oneindig groot als de straal van de cirkel één is. In dat geval kan de BEM dus niet gebruikt worden om het probleem op te lossen.

Willem legt uit, dat de oorzaak voor dit verschijnsel ligt bij de inte-

graalvergelijkingen waarop de BEM gebaseerd is. In die vergelijkingen komt een logaritmische term voor, afkomstig van de fundamenteeloplossing voor de differentiaaloperator. Deze term zorgt ervoor dat een herschaling van het gebied verandert in een additieve term. Dit wijzigt het karakter van de integraalvergelijkingen dusdanig dat ze singulier kunnen worden bij bepaalde schalingen. Dit heeft dan weer directe gevolgen voor de lineaire stelsels in de BEM; ook die kunnen singulier worden. Uiteraard geeft het proefschrift een aantal strategieën om ervoor te zorgen dat de stelsels wel altijd oplosbaar zijn.

Puzzelstukjes vallen op hun plaats

Hoewel Willems promotieonderzoek naar eigen zeggen behoorlijk soepeltjes is verlopen, waren er toch ook lastige periodes. Vooral wanneer hij een numeriek bewijs had dat zijn hypothese wel klopte, maar het wiskundige bewijs niet rond kreeg, had hij het weleens moeilijk. Maar net als hij de moed bijna had opgegeven, kwam dan toch de doorbraak, en was het bewijs alsnog waterdicht. Mooie momenten als beloning voor stug doorzetten!

Gevraagd naar een specifieke goede herinnering, noemt Willem een congres over de BEM, waar hij zijn werk had gepresenteerd. Een wiskundige uit Zuid-Afrika sprak hem na afloop aan om te vertellen dat hij nu eindelijk begreep waarom zijn BEM-implementatie verkeerde resultaten gaf op de eenheidscirkel. Veiligheidshalve schaalde hij zijn cirkels altijd naar cirkels met een straal kleiner dan één, al had hij geen idee waarom hij dan wel goede resultaten kreeg. Nu vielen alle puzzelstukjes op hun plaats.

Vrijheid

Willem roemt de vrijheid die je als aio hebt. Hij vond het heerlijk om zelf zijn weg te vinden, zijn onderzoek te sturen. Wat dat betreft is hij zijn promotor dankbaar dat die hem zoveel heeft vrijgelaten, en ook altijd vertrouwen had in een goed afloop. Zoals gezegd vond hij het ook fijn om eens een keer een onderwerp tot op de bodem uit te zoeken, iets wat hij tijdens zijn afstudeerproject wel een beetje had gemist. Naast zijn promotor was er ook nog de copromotor, met wie hij heerlijk heeft kunnen steggelen over wiskundige details. Het was zeer inspirerend om gezamenlijk door een bewijs heen te lopen, en het indien nodig te verbeteren. De samenwerking was altijd erg plezierig en heel vruchtbaar.

Hoewel Willem het duidelijk erg naar zijn zin heeft gehad tijdens zijn promotieperiode, heeft hij toch de overstap gemaakt naar het bedrijfsleven. Sinds mei 2008 werkt hij als technisch specialist bij Mecal, een ingenieursbureau in Veldhoven. Hij voert op consultancybasis thermische analyses uit voor bedrijven in de halfgeleidersindustrie. Daarvoor wordt veelal de eindige elementen methode gebruikt. Intussen probeert hij wel om toch een beetje contact te houden met 'de echte wiskunde', en hij sluit zelfs niet uit dat hij ooit nog terugkeert naar de academische wereld. Maar voorlopig probeert hij zijn draai te vinden als technisch consultant.



Crack propagation on highly heterogeneous composite materials

Miguel Dias

Before he came to the Netherlands, Miguel Patrício Dias studied pure mathematics in Portugal, his home country. Even though he learned a lot, he figured that he would be better motivated by something more applied. When he asked around to find out where to go, The Netherlands and in particular the group of Bob Mattheij in Eindhoven were among the places that were recommended. At the time, Miguel happened to have a brother living in The Netherlands, and when visiting him, he took the opportunity to also pay a visit to the Technical University of Eindhoven. He met up with Bob Mattheij, had a brief chat with him and was then guided around by a Ph.D. student. Everything was very unpretentious and practical and people were very open, so that he immediately realised that the group working in CASA was what he was looking for: a great group with a very practical spirit that enables them to do mathematics that the industry can use.

Disappointing lunches

As a result, Miguel became a member of CASA four years ago, and on September 23 he successfully defended his Ph.D. thesis *Crack propagation on highly heterogeneous composite materials*. He enjoyed being a student in The Netherlands, where he easily felt like at home. In CASA, the work environment was great, people were friendly and he had lots of fun with his colleagues. The only problem Miguel still has with the Netherlands, is the Dutch food: in particular lunch has always been a disappointment for him. Although he is afraid he will never get used to the food, The Netherlands have become like a second home country. At the time of writing, he didn't know yet what would be the next step in his career, but he was certain that his next job would be either in Portugal or in The Netherlands.

Crack propagation in heterogeneous media

The problem Miguel worked on was mostly a theoretical problem that is however definitely of practical interest and was posed by Bert de With, a TU/e chemist. His thesis, written under guidance of Bob Mattheij and Michiel Hochstenbach, deals with the problem of crack growth in composite materials, which are composed of several different linear elastic constituents that do not dissolve or blend into each other. This heterogeneity makes the problem much more complicated, both to model and to solve, than a similar problem in a homogeneous material. Based on the existing model for crack propagation in homogeneous linear elastic media and on studies of crack behaviour at the interface between two materials, Miguel and his advisors tried to model the situation where the crack is propagating in composite materials. Their basic idea was to look at this problem at the length scale of the constituents only in the vicinity of the crack tip and at the macroscale everywhere else.

The more complicated bit was that several elasticity problems had to be solved. As the crack propagates, its tip changes position and,

since the crack is modelled as a long ‘hole’, the geometry of the problem changes as well. Therefore, in every next numeric step, the crack tip occupies a different position and the geometry of the problem is updated. As for homogeneous materials, the next position of the crack tip is found as a function of the stresses in the crack tip region. This implies that the underlying elasticity problem needs to be solved at every step (i.e., the stresses and displacements fields must be determined everywhere for the cracked plate). To complicate things even more, the highly heterogeneous material now implies that the coefficients of the partial differential equations vary along the domain. Thus, employing something like finite element methods directly is not an option, because very fine meshes would have to be employed, which would lead to prohibitive computational costs. Now, Bert de With, an experienced chemist, wanted the best of both worlds, a process that was accurate but computationally feasible. This is why Miguel started to look at the problem on the two scales mentioned above. His ‘hybrid approach’ is to solve the problem on short length scales around the crack tip. Then homogenisation techniques are employed far away from the crack tip, and finally domain decomposition is used to couple this analysis with the analysis over the crack tip region. Indeed, if homogenisation were used everywhere, the heterogeneous nature of the problem would be disregarded. But when one is interested in crack propagation, the heterogeneities far away from the crack can indeed be ignored.

Several best moments

The first couple of years of Miguel’s Ph.D. were a bit hard. The problem he had to deal with was very complex and it had little to do with his experience until then. He tried employing several different approaches but it seemed like he would always bump into complications and dead ends. It was a period of doing a lot of work but not seeing the results, which was frustrating. On the other hand, it was quite a learning experience and he perhaps learned his most valuable lessons during this period. Of course he had many good moments, too, for example when he

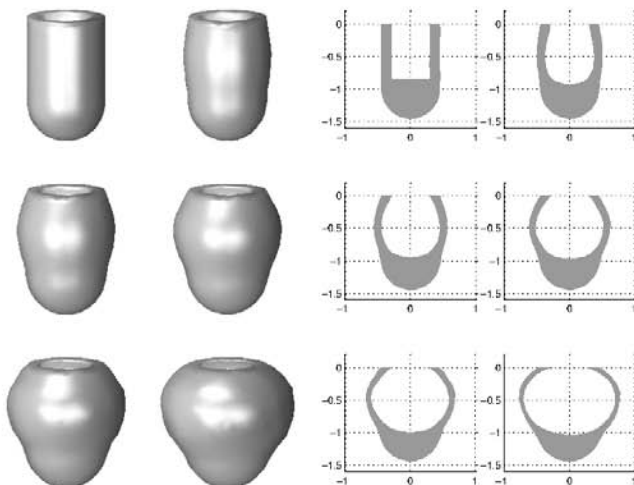
got his first paper accepted, whenever he had the chance to present his work to colleagues and get their feedback and naturally when he handed in the draft and later the final version of his thesis. But the first ‘best moment’ that comes to mind is a conference he went to. He was not very keen on going to such events because they often felt a bit useless, particularly in the first couple of years of his studies. That’s why he did not attend any major conference during a long period. His thesis advisor, who was not very pleased with this, then made him go to a conference which happened to be in Hawaii. Not only did Miguel learn a lot, but – needless to say – he also had a lot of fun.

With his thesis advisor Bob Mattheij he had weekly meetings, where they talked about mathematics and many other things. Every aspect of Miguel’s work was discussed with him. Bert de With had a very important role, too. The idea for the project originally stemmed from his experience and his discussions with professor Mattheij, and Miguel also had regular meetings with him. Finally, his thesis co-advisor was always critical and gave many useful tips. He helped Miguel out many times when he had smaller questions and in the review of his work.

Pretty modest

When Miguel was asked which of the results in his thesis is his favourite or the most important one, he answered that most of his results are pretty modest per se, but that he particularly likes the algorithm in the last chapter of the thesis. It gives a way to predict the path that will be followed by a crack propagating in a layered material. According to Miguel it is sometimes important to write things in the form of algorithms, because it allows people to reproduce the results easily by themselves and even to adapt the procedures for their own problems. He likes this algorithm in particular because even though it is simple, it required so much work. It was only possible to write it after all other chapters were complete.

With such rewarding results, it is not surprising that he hopes to stay in academia to continue scientific research. ←



Enkele glasblaasmodellen uit het proefschrift van Willem Dijkstra

