

Bennie Mols

Kijkduinstraat 121-2
1055 XW Amsterdam
bmols@orange.nl

Studiegroep Wiskunde met de Industrie 2007

Minder verstoringen in MRI-beelden

MRI-scanners gebruiken steeds hogere magneetvelden. In principe moet dat tot meer gedetailleerde beelden leiden, maar in de praktijk treden er beeldverstoringen op als gevolg van een interactie tussen het elektromagnetische veld en het menselijk lichaam. Wiskundigen zoeken naar een manier om die storingen te voorkomen door de scanner anders in te stellen.

Voor het opsporen en in kaart brengen van tumoren in de baarmoederhals of in de prostaat gebruikt de afdeling radiotherapie van het *Universitair Medisch Centrum Utrecht (UMCU)* een MRI-scanner. Een MRI-scanner gebruikt een sterk magneetveld om de waterstofatomen in het lichaam langs dit externe veld te richten. Het menselijk lichaam zit vol met waterstofatomen, die allemaal als kleine magneetjes werken. Met radiogolven kan de MRI-scanner het lichaam vervolgens aftasten. De waterstofatomen in het lichaam absorberen de energie van de radiogolven en worden zo tijdelijk in een andere richting gedwongen. Vervolgens klappen de waterstofatomen weer terug naar hun oorspronkelijke oriëntatie en daarbij zenden ze zelf radiogolven uit. De MRI-scanner meet deze golven. De sterkte en frequentie van de uitgezonden golven geeft gedetailleerde informatie over de structuur en samenstelling van het weefsel in het lichaam. Een MRI-beeld laat die verschillen in weefselstructuur en -samenstelling zien. Op die manier moeten artsen tumoren onderscheiden van gezond weefsel. Het UMCU beschikt over MRI-scanners met een magneetveld van 1,5 tesla (tegenwoordig dé standaard in ziekenhuizen), en eentje van 3 tesla. Spoedig schaft het ziekenhuis zelfs een 7-tesla-scanner aan. Dat zijn magneetveldsterktes die tienduizen-

den malen hoger zijn dan die van het aardmagnetisch veld. Een sterker magneetveld betekent in theorie een betere verhouding tussen beeldcontrast en ruis, en dus kan de scanner in principe meer zien. Maar er zit een adder onder het gras. Hoe hoger het magneetveld, hoe meer je je best moet doen daar profijt uit te trekken. Het gemeten signaal dooft sneller uit en je moet langer wachten tussen verschillende experimenten. Hoe hoger het magneetveld, hoe hoger ook de frequentie van de radiogolven waarmee je de waterstofatomen moet aanslaan: 64 megahertz bij een magneetveld van 1,5 tesla; 128 megahertz bij 3 tesla en 300 megahertz bij 7 tesla. Met die toenemende frequentie, neemt de golflengte af en dat wordt een probleem als de golflengte van de orde grootte van de afmetingen van de patiënt of kleiner wordt. Bij een magneetveld van drie tesla, en in nog sterkere mate bij zeven tesla, zorgt de interactie tussen de golven en het menselijk lichaam voor serieuze verstoringen in het beeld. Er ontstaan staande golven die op sommige plekken voor veel signaal en op andere plekken voor weinig signaal zorgen. In het MRI-beeld ontstaan dan ofwel geheel zwarte vlekken, ofwel geheel witte vlekken, zonder informatie over de weefselstructuur. Een ander nadeel is dat de radiogolven zorgen voor een opwarming van

het menselijk lichaam. En hoe hoger de frequentie, hoe meer energie er in die golven zit, en hoe groter de opwarming.

Patiënt als ellips

“We staan voor twee uitdagingen”, vertelt Nico van den Berg van het UMCU. “De eerste is om de beeldkwaliteit te verbeteren. De tweede is om die opwarming binnen de perken te houden.”

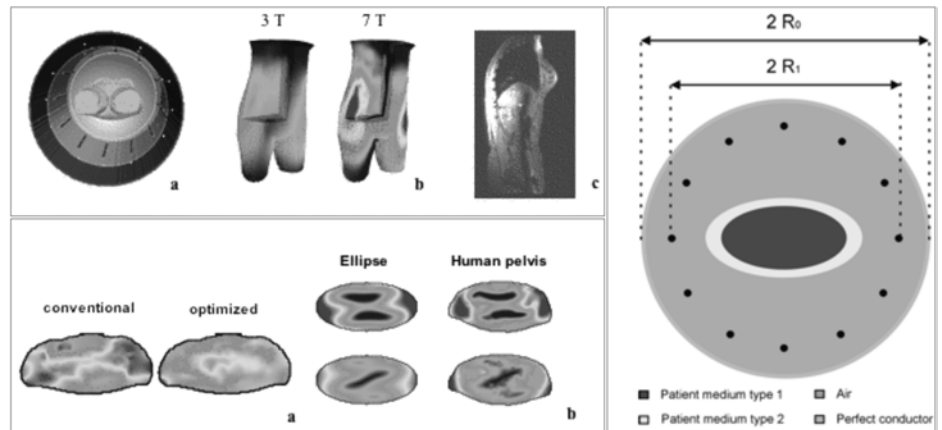
Het probleem dat het UMCU voorlegde aan de studiegroep richt zich op het buik- en bekkengebied. Het globale patroon van het elektromagnetische veld in dit gebied wordt bepaald door een combinatie van de geometrie van het gebied en de mate waarin weefsels het elektromagnetische veld toelaten: de diëlektrische eigenschappen van bijvoorbeeld vetweefsel, spierweefsel of botweefsel. Voor de eenvoud wordt er een ellipsvormige wand aangenomen met de diëlektrische eigenschappen van vetweefsel, en een ellipsvormig binnenste met overal dezelfde diëlektrische eigenschappen, gebaseerd op een soort gewogen gemiddelde van alle verschillende weefsels in het inwendige van de patiënt. Het probleem is tweedimensionaal.

“De opdracht voor de wiskundigen was”, vertelt Van den Berg, “om het elektromagnetische veldpatroon in de patiënt te optimaliseren. Optimaliseren betekent in dit verband dat het veld zo homogeen mogelijk moet zijn en tot zo min mogelijk opwarming van menselijk weefsel moet leiden. Dat kun je proberen te doen door de fase en de amplitude te va-

riëren van de radiogolven die elke antenne uitzendt. Daarmee verander je de interferentie van al die radiogolven in de patiënt.” In de toekomst moet zo’n optimalisatieprogramma geïntegreerd worden in de MRI-scanner. Het scenario is dan als volgt: de patiënt gaat in de MRI-scanner liggen en de scanner berekent eerst de beste ‘fitting ellips’. Een dikke patiënt zal een dikkere buikwand hebben dan een dunne patiënt, en dat levert een andere interactie tussen het elektromagnetische veld en het lichaam. Als de geometrie bekend is, berekent een model wat de beste fase- en amplitude-instellingen zijn van de antennes om zo min mogelijk beeldverstoringen te krijgen en zo min mogelijk weefselopwarming. De scannerinstelling wordt dus per patiënt geoptimaliseerd. “Het kost ons iets van twee uur om de numerieke modellen die we nu hebben op te lossen”, zegt Van den Berg. “Dat is in de praktijk niet werkzaam, omdat de patiënt dan veel te lang in de scanner zou moeten liggen. We hebben de wiskundegroep daarom gevraagd te zoeken naar een model dat wel een snelle oplossing levert voor hoe we de antennes moeten instellen voor een optimaal beeld. En met snel bedoel ik een oplossing binnen een of twee minuten. We hadden een sterke voorkeur voor een analytisch model, omdat je dan ook de afhankelijkheid tussen alle parameters in kaart hebt gebracht. Een analytisch model geeft meestal meer inzicht dan een numeriek model.”

De clou zit in de Besselfuncties

De wiskundigen stonden nu voor de taak om de Maxwellvergelijkingen — differentiaalvergelijkingen die het gedrag van een elektromagnetisch veld beschrijven — op te lossen binnen een holle cilinder (de MRI-scanner) met daarin een ellipsvormige patiënt. De patiënt bestaat in goede benadering uit twee gebieden: een buikwand, die wat vetter is, en een binnenste met vlees, spier en bot. “Het grootste probleem”, vertelt wiskundige Rogier Swierstra van de studiegroep, “zit in wat er met de oplossingen van de Maxwellvergelijkingen bij de drie randen gebeurt: van het binnenste van de patiënt naar de buikwand, van de buikwand naar de lucht, en van de lucht naar het buitengebied van de scanner. We hebben het probleem aangepakt voor één antenne. Ons idee was dat het UMCU met de analytische beschrijving van hoe het met één antenne gaat de rekentijd al tot enkele seconden kan verkorten. Als je weet wat één antenne doet, kun je daarna gemakkelijk de bijdragen van een reeks antennes bij elkaar optellen en de



Linksboven: a) In een MRI-scanner is de patiënt omringd door antennes die radiogolven uitzenden. b) De inhomogeniteit van het RF-veld dat de antennes opwekken wordt bij een magneetveld van 7 Tesla een serieus probleem. c) Door interferentie levert het MRI-beeld bij 7 Tesla op sommige plaatsen een zwart beeld. *Links onder:* a) Door de amplitude en de fase van het RF-veld van de individuele antennes te variëren, kan het MRI-beeld verbeterd worden. b) De doorsnede van het bekkengedeelte van het menselijk lichaam kan in goede benadering als een ellips worden beschouwd. *Rechts:* Het model dat gebruikt wordt om de interactie tussen de radiogolven en het lichaam te beperken, berekent het magnetisch veld in deze geometrie: (1) een cirkelvormig koperschild (een perfecte geleider) ligt om het experiment heen en schermt versturende elektromagnetische invloeden van buiten af. (2) Een ellips bestaande uit elliptische lagen, elk met zijn eigen dielektrische eigenschappen, staat model voor een doorsnede van het lichaam: de buikwand en het inwendige. (3) De patiënt is omringd door N gelijk verdeelde antennes.

totale bijdrage optimaliseren.” De oplossingen van de Maxwellvergelijkingen laten zich in het algemeen formuleren als een som van verschillende functies van een bepaalde soort. Welk type functie handig is, hangt af van de geometrie van het probleem. De studiegroep onderzocht twee aanpakken. In de eerste aanpak werd de oplossing uitgeschreven als een som van Besselfuncties. Dat zijn functies die handig zijn bij ronde geometrieën. Voor dit probleem lijkt dat handig rondom de antenne, maar minder handig in en om de ellipsvormige buik. Daarom onderzocht een tweede groep een oplossing die uitgeschreven werd in een som van Mathieufuncties. Deze functies zijn handig bij elliptische geometrieën. Voor dit probleem is dat geschikt in en om de buik, maar minder geschikt nabij de antennes. Swierstra: “Besselfuncties leveren voor dit probleem meer complicaties op aan de randen dan Mathieufuncties. Maar Mathieufuncties doen het rond de antennes weer slechter dan Besselfuncties. Bovendien bestaat er voor Besselfuncties veel meer numerieke software dan voor Mathieufuncties. Beide groepen hebben een oplossing gevonden, maar uiteindelijk bleek een oplossing in Besselfuncties in de praktijk beter te werken. Het in een programma implementeren van Mathieufuncties duurde te lang.” Na afloop van de studieweek hebben enkele wiskundigen nog verder gewerkt aan het probleem. Op basis van de oplossing met Besselfuncties hebben ze toen een optimalisatieprogramma gemaakt dat in minder dan twee minuten rekenen — op een gewone desktop computer — bepaalt hoe de amplitude en frequentie van de antennes geregeld

moet worden om het veld in de buik te homogeniseren.

Praktijktest

“Het lijkt erop dat we de resultaten kunnen gebruiken”, blikt Van den Berg terug op de resultaten van de studiegroep. “Het model kunnen we binnen een paar minuten oplossen, en dat is wat we zochten. Samen met Philips Research gaan we later dit jaar testen hoe goed deze methode in de praktijk werkt.” Ook heeft de semi-analytische oplossing enkele nieuwe inzichten opgeleverd. “We kunnen in de formule expliciet zien wat het effect is van bijvoorbeeld een overgang van vetweefsel naar spierweefsel voor de verdeling van het elektromagnetische veld. En ook hoe dat veld verandert als bijvoorbeeld de vetlaag dikker is. Daarnaast zien we de resonantiefrequenties van de radiogolven van de MRI-scanner keihard terug in de oplossing. Dat inzicht kunnen we gebruiken om die resonantiefrequentie af te stemmen op de resonantiefrequentie van de waterstofkernen. Op die manier kunnen we een beter beeld krijgen.” “Ik ben zelf een fysicus”, zegt Van den Berg. “Voor mij was het verfrissend om met wiskundigen samen te werken, omdat zij vanuit een ander perspectief naar hetzelfde probleem kijken. Dat leverde interessante discussies. Ik ben als fysicus bijvoorbeeld gewend om het probleem eerst te schetsen in termen van de geometrie, de typische afstanden en de gebruikte frequenties. Toen ik die informatie op het bord schetste, vroegen de wiskundigen meteen om de Maxwellvergelijkingen op te schrijven. Want die staan voor hen aan de basis van de oplossing.”