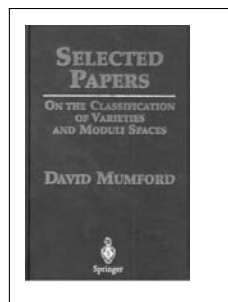


Boekbesprekingen

| Book Reviews

Eindredactie: Hans Cuypers en Hans Sterk
 Redactieadres: Review Editors NAW - HG 9.93
 Dept. of Math. and Computer Science
 Technische Universiteit Eindhoven
 Postbus 513, 5600 MB Eindhoven
 Webpagina: www.win.tue.nl/wgreview
 e-mail: wgreview.win@tue.nl



David Mumford
Selected papers.
On the classification of varieties and moduli spaces

New York: Springer Verlag, 2004

796 p., prijs €99,95

ISBN 0-387-21092-6

This book contains a selection of the papers of David Mumford (born in 1937) in algebraic geometry. Even today, his papers are a rich source of information, of truly new ideas, and of inspiration. A complete edition of all of his papers in algebraic geometry would be most welcome. The present volume, 'selected papers', alas, brings together just over half of his papers published in the period 1959–1982. Three commentaries by David Gieseker, Georg Kempf and Herbert Lange, and Eckart Viehweg, respectively, complete the collection. These describe aspects of Mumford's work and of developments in algebraic geometry.

Meeting Mumford and attending lectures by him always meant an encounter with sparkling new ideas. The same holds true for his papers. Each of the ten books and fifty papers Mumford wrote in the years 1959–1982, when he was active in algebraic geometry, carries fundamentally new insights, such as:

- revival of old ideas and techniques, long forgotten, and reactivated by Mumford in a totally new spirit,
- unexpected insight, questions, and directions in mathematics, and
- a deep understanding of the studied material, developing a sure and precise grip on the essence of topics.

The above is illustrated by a conversation I had with Alexander Grothendieck on a beautiful morning in January 1961 on our way to attend a course by Serre. Grothendieck spoke excitedly about a young American mathematician named Mumford developing a theory that was very different from ideas current in Paris in those days. Grothendieck recognized the depth and the impact of those ideas. Let us recall the question and the issue.

In algebraic geometry (from Riemann on), we have tried to understand moduli ('parameters on which a geometric structure depends'), especially in the case of algebraic curves. It was fashionable in Paris in those days to describe constructions by first defining a functor, and then showing that the functor is representable, a beautiful and successful method, of which Grothendieck was one of the great initiators. However, not everyone followed this method; see the talk of Samuel in Séminaire Bourbaki (Exp. 228 in 1961/62), where we find a description of Igusa's construction of the moduli space of curves of genus two in all characteristics (*Ann. Math.* **72** (1960), 621–649). Samuel starts by saying that Igusa's construction does not follow from representing a functor. At that time we did not understand well what to do, and it was Mumford who showed us the way. (*Existence of the moduli scheme for curves of any genus*, PhD-thesis Harvard University 1961). His work not only (again) laid the foundations for 'geometric invariant theory', it also gave us back that beautiful geometric feeling that was getting more and more lost in the algebraization and the functorialization of geometry.

In 1962 Mumford showed us a different aspect of his way of thinking and feeling. This time he did not present a breathtaking

new theory, but considered a question ('completeness of families'), which had remained unsolved in the Italian geometry of the first half of the twentieth century. The question was to see whether a universal family (a moduli scheme) of certain space curves is reduced at its generic point. Modern terminology helped in phrasing the problem in this way, but the theory of schemes did not answer the question. In his 'Further pathologies in algebraic geometry' (*Amer. Journ. Math.* **84** (1962), 642–648) Mumford performed a startling computation. He showed that a maximal family of space curves of degree 14 and genus 24 has dimension at most 56, while the tangent space at the generic point to the moduli scheme of such curves has dimension at least 57. This four-page computation shows the virtuoso abilities of a daring young geometer. It is almost unbelievable that someone could come up with such an idea, and then also have the courage to perform this complicated computation to a final conclusion.

Certainly, Mumford was 'standing on the shoulders' of another great man. I witnessed Zariski saying at lunch at the Harvard Faculty Club: "you young mathematicians prove such wonderful theorems". Not only the stimulating admiration of Zariski, also his insight and teaching in algebraic geometry laid the foundations of a school of algebraic geometry that would produce many excellent mathematicians, amongst whom several Fields Medalists.

In the preface of the present volume Mumford writes: "So often, new ideas come out of a casual conversation . . .". Certainly that is true for many of us when Mumford was the other person in the conversation. He was very generous with his ideas, although it was not always easy to keep pace with the speed and depth of his insight.

This is also present in his writing. His style is unique and fascinating. In a period of time when writing mathematics was more and more done in a way where every symbol had many indices, where trees of definitions and concepts were difficult to climb, Mumford found a mathematical language that is clear, and leads you straight to the central idea, without losing precision. In reading Mumford you'd better have a piece of paper and pencil at hand, because many arguments have to be worked out in greater detail by the reader himself, only to discover at the end that the author is correct, that he must have thought through all details of the situation that is being considered. This alone already makes reading Mumford's papers fascinating. In addition, next to all the new theory we find remarks that can be used as a starting point for new research.

Let me give just one more or less randomly chosen example. In 'An algebraic surface with K ample...' (*Amer. Journ. Math.* **101** (1979), 233–244) Mumford constructs the first example of a 'fake projective plane' (A fake projective plane is a non-singular complex surface that is not the complex projective plane but has the same Betti numbers as the complex projective plane.) Mumford writes in the introduction of that paper: "But it seems a difficult matter to find some way of enumerating all such surfaces." Indeed difficult, but after many more examples were found (Ishida, Kato, Keum), more than 25 years later, a complete classification is available (Gopal Prasad, Sai-Kee Yeung, 'Fake projective planes', *math.AG/0512115*). This is just one little example of the impact of Mumford's ideas.

A complete survey of developments resulting from ideas by Mumford would not only be vast, but also produce a wonderful

vista. His pioneering work on many aspects of algebraic geometry, his theories, his examples, his deep insight, led to many new developments. And the possibilities of further research based on his ideas are still not exhausted.

The scientific career of David Mumford up to now can be divided into the period 1959–1982, research in algebraic geometry, and 1983–present, research in vision. On the verge of his transition from the first to the second period, I was fortunate enough to attend two talks that he gave at the University of Warwick. The first was a masterpiece, a survey of classes on moduli spaces of curves, a topic in which he contributed so many new ideas. The audience, specialized algebraic geometers, were dazzled by the broad new ideas, the insight, but when we looked somewhat puzzled David said something along the lines of: "this was perhaps not all yet well documented, but in any case this is what and how it should be, one should have some hope, have no fear, and say what should be true" (certainly his words were better chosen). This, for me, was a once in a lifetime experience. A few days later Mumford gave a talk on vision. The room was packed. Certainly the talk was a beautiful survey of a large field. But was this the same person talking? This time we listened to a researcher on the verge of a period of new ideas.

But let us get back to the volume under review. Material in this volume is brought together in three parts, each with commentaries: *Geometric invariant theory and moduli of curves*, 9 papers and a commentary by David Gieseker; *Theta functions and the moduli of algebraic varieties*, 12 papers and a commentary by George Kempf and Herbert Lange; *The classification of surfaces and other varieties*, 9 papers and a commentary by Eckart Viehweg.

It seems artificial to split up a connected field in this way. The result is that papers describing the same method for different objects appear in different sections. It is not clear why *all* papers by Mumford from his algebraic geometry period should not be published. A chronological order would have been much better. Important papers are missing, such as the influential paper by Deligne and Mumford from 1969. Also missing are papers where hidden ideas cry out for further study; it would have been wise to incorporate such papers, to put the focus on ideas that could lead to new developments.

The volume contains five different lists of references. No two agree. There are painful mistakes such as page numbers that are omitted or wrong; names that are misspelled; references that are unsystematically abbreviated, even within the same list; papers from the volume itself that are referred to by a different title. It would have been a simple and very useful service to scholars to check all biographical details and to make the lists in the volume correct and uniform. As it is, the present volume is of little use for checking biographical data. It would also have been easy and very useful to start every reproduced paper with the exact biographical data.

From the present volume it is hard to find out which questions asked by Mumford have been answered and which have led to new developments.

The lead could have been taken from what David Gieseker, in his commentary, writes on page 9: "Mumford's ideas have been greatly influential in algebraic geometry. [...] Many algebraic geometers have been strongly influenced by Mumford's papers. Yet the ideas in these papers are far from exhausted. Young algebraic geometers would do well to study these papers. They contain a

wealth of ideas waiting to be developed.”

it could also have been taken from the concluding words of Mumford at the end of his introduction to this volume: “When I was a student in the 1950s, I doubt there were more than a dozen or so active researchers in the field. Now it is a river in full flood. I am sure there are marvelous things waiting to be uncovered. To everyone in the field, good luck in this exciting enterprise.”

Frans Oort



M. Kindt, A. van der Roest
**Babylonische Wiskunde
een verkenning aan de hand van
kleitabletten**

Reeks: Zebra-reeks, 20

Utrecht: Epsilon, 2005

56 p., prijs €9,00

ISBN 90-5041-090

In dit boek brengen de auteurs de wiskunde onder de aandacht die in de laatste 3000 jaar voor onze jaartelling in Mesopotamië, het huidige Irak, bedreven werd. Dit boek, evenals de overige delen van de Zebra-reeks, is in eerste instantie geschreven voor de hoogste leerjaren van het vwo en is bedoeld om door deze groep leerlingen zelfstandig doorgewerkt te worden. De vele opgaven, die soms iets te veel van het goede zijn en die af en toe iets te ver van het onderwerp afdwalen, getuigen hiervan.

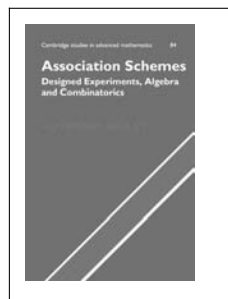
De wiskunde van de Babyloniërs wordt in het boek behandeld aan de hand van de vele bewaard gebleven kleitabletten waarop berekeningen in spijkerschrift worden aangetroffen. Naast een spijkerschrift maakten de Babyloniërs ook nog gebruik van een zestigtalig stelsel om getallen uit te drukken. In drie hoofdstukken wordt de lezer bijgebracht hoe de Babyloniërs in dit talstelsel getallen en breuken noteerden en hoe ze allerlei rekenkundige operaties uitvoerden, hoofdstukken die na het weglaten van een aantal pittige opgaven en bij voldoende begeleiding ook zeer geschikt zijn voor lagere leerjaren van het havo en het vwo. In de hoofdstukken die hierop volgen is meer wiskundige bagage, met name op het gebied van algebra, vereist. Zo wordt er in het vierde hoofdstuk stilgestaan bij het algoritme dat de Babyloniërs vermoedelijk gebruikten om irrationale getallen te benaderen. Uit het vijfde hoofdstuk blijkt dat de Babyloniërs ook zeer bedreven waren in het oplossen van stelsels vergelijkingen. Hierbij spelen, evenals bij het vermenigvuldigen van getallen, kwadraten van getallen een belangrijke rol. De Babyloniërs waren ook thuis in de meetkunde: ze beschikten over de stelling die later naar Pythagoras is vernoemd en waren ook in staat om oppervlakten van trapezia te berekenen. Het voorgaande komt aan bod in het zesde hoofdstuk, dat daarnaast nog diverse opgaven bevat die gemaakt kunnen worden door leerlingen van lagere leerjaren.

In het laatste hoofdstuk wordt er uitgebreid stilgestaan bij de Plimpton 322, de bekendste kleitablet. Uit deze kleitablet blijkt dat de Babyloniërs in staat waren om grote tabellen met pythagoreïsche drietallen te maken.

Kort samengevat acht ik het boek zeer geschikt om, wel na het maken van een selectie van hoofdstukken en opgaven, voor diverse doeleinden ingezet te worden in de dagelijkse onderwijspraktijk van zowel het voortgezet als het hoger onderwijs. Daarnaast

is het ook een prachtig boek voor een ieder die geïnteresseerd is in de wiskunde, met name de geschiedenis van de wiskunde.

P.J.G. van Loon



R.A. Bailey

**Association schemes
Designed experiments, Algebra and
Combinatorics**

Series: Cambridge Studies in Advanced Mathematics (No. 84)

Cambridge: Cambridge University Press, 2004

387 p., prijs £50,00

ISBN 0-521-82446-X

Dit boek gaat over de rol van associatieschema's bij statistische proefopzetten. Het probeert een brug te slaan tussen de algebraïsche kant van associatieschema's en de statistische kant van proefopzetten. Ongeveer vijftig jaar geleden introduceerde R.C. Bose met zijn co-auteurs associatieschema's om de wiskundige kant van proefopzetten te onderbouwen en ontwikkelen. Sindsdien zijn associatieschema's van dienst gebleken op compleet andere terreinen zoals coderingstheorie, meetkunde en groepentheorie en is de theorie een eigen leven gaan leiden. Slechts weinigen van diegenen die bekend zijn met associatieschema's zullen het fijne – of zelfs maar iets – weten van de verbanden met de statistiek van proefopzetten waar het uiteindelijk allemaal mee is begonnen. Anderzijds is, althans volgens de auteur, onder proefopzetters weinig bekend over associatieschema's, terwijl deze van essentieel belang zijn voor de statistische eigenschappen van proefopzetten. Onbekendheid met, danwel angst voor de algebra lijkt hier een rol te spelen. Het volgende citaat uit het boek (over stelling 5.2 dat een cruciaal verband geeft tussen variantie en relatieklasse) geeft een goed beeld van de bestaande kloof:

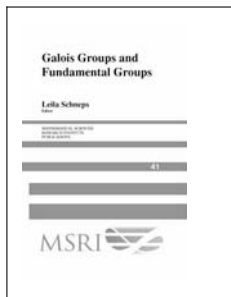
“Theorem 5.2 shows why partially balanced incomplete-block designs were invented. To a combinatorialist the pattern of concurrences which defines partial balance is interesting. To a statistician, the pattern of variances demonstrated by Theorem 5.2 is important, far more important than combinatorial patterns. Some statisticians are puzzled that in general incomplete-block designs the pattern of variances of simple contrasts does not match the pattern of concurrences. The technical condition about p_{ij}^k in the definition of association scheme is there precisely to give Theorem 5.2. The irony is that some statisticians who are interested in the pattern of variances reject the p_{ij}^k condition as “of no importance”.

Het boek, dat goed leesbaar is, geen hoog ingangsniveau vereist en ook opgaven bevat, is als volgt opgebouwd. In de eerste twee hoofdstukken worden associatieschema's en de Bose-Mesner algebra geïntroduceerd. In hoofdstuk 3 worden constructiemethodes van associatieschema's gegeven. Vele van de hier geconstrueerde schema's zijn imprimitief, en deze laat men normaliter links liggen. Het zijn echter vaak deze schema's waarop praktische proefopzetten zijn gebouwd. In hoofdstuk 4 worden block designs en de bijbehorende statistiek behandeld. Hoofdstuk 5 geeft de verbanden tussen block designs en associatieschema's, en hoofdstuk 6 gaat over partities. De auteur beschouwt deze eerste zes hoofdstukken als het hart van het boek. Hoofdstuk 7 behandelt meer gecompliceerde proefopzetten, terwijl in hoofdstuk 8 cyclische designs worden veralgemeend met behulp van groepen.

Opgemerkt zij dat eerder geen groepentheorie gebruikt is, om de statistici over de brug te krijgen. Hoofdstuk 9 gaat over posets en bijbehorende blokstructuren. Kennelijk gebruikten de statistici deze al geruime tijd, voordat ze aangegrepen werden om nieuwe associatieschema's te maken. Hoofdstuk 10 behandelt deelschema's, quotiëntschema's, en duale schema's, terwijl hoofdstuk 11 handelt over de partiële ordening van associatieschema's op een vaste verzameling. De laatste twee hoofdstukken bevatten enerzijds een blik op mogelijk toekomstig werk in dit gebied, en anderzijds een historisch overzicht.

Al met al is het een nobel streven van de auteur om de algebraïsche kant van associatieschema's en de statistische kant van proefopzetten bij elkaar te laten komen. Het boek is ook zeker geslaagd om een brug te slaan. Het is echter de vraag hoevelen deze brug over zullen gaan om een kijkje aan de andere kant te nemen. Enerzijds zal de statistische kant voor vele geïnteresseerden in associatieschema's nog altijd niet (en misschien nooit) aantrekkelijk worden. Als men echter geïnteresseerd is in waar combinatorische designs nu praktisch bruikbaar zijn, dan biedt dit boek de nodige waardevolle achtergrondinformatie. Andersom lijkt het mij onwaarschijnlijk dat vele statistici de brug over zullen gaan, want de algebra (al is het relatief eenvoudige) blijft ook in dit boek een grote rol spelen. Maar dit doet niets af aan het feit dat de auteur er in geslaagd is een goede gelegenheid te bieden die er voordien nauwelijks of niet was.

E. van Dam



L. Schneps (ed.)
Galois Groups and Fundamental Groups

Mathematical Sciences Research Institute Publications 41

Cambridge: Cambridge University Press, 2003

467 p., prijs £50,00

ISBN 0-521-80831-6

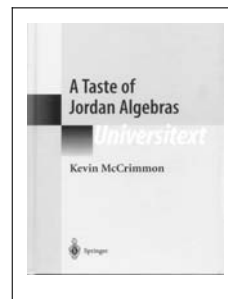
Voor diegenen die geïnteresseerd zijn in fundamenteelgroepen en overdekkingen van algebraïsche krommen, is er de laatste jaren veel interessante literatuur verschenen. Zo leverde Bas Seinhorens SGA-project een prachtige nieuwe uitgave op van SGA 1, verscheen er bij Birkhäuser een mooie band over semi-stabiele krommen en fundamenteelgroepen, en bracht de AMS in de serie *Proceedings of Symposia in Pure Mathematics* in 2002 nog een deel uit over dit onderwerp. Nu is er nog deze band onder redactie van Leila Schneps.

Grothendieck gaf ons het inzicht dat Galoistheorie en de theorie van fundamenteelgroepen twee kanten zijn van dezelfde medaille. Bij dat inzicht is het niet gebleven. Tegenwoordig hebben we kindertekeningen, Grothendieck-Teichmüller theorie, anabelse meetkunde, Tannakaanse fundamenteelgroepen en differentiaal Galoistheorie, om maar een paar thema's te noemen. Een veelheid aan onderwerpen, waartussen interessante relaties en parallellen bestaan.

De hier besproken band is voortgekomen uit een speciaal semester dat in 1999 gehouden werd aan het MSRI. Een inleiding en tien artikelen, waarvan de meeste proberen een opening te maken naar een specialistisch gebied. Zeker Mochizuki, die zelf op een enorm hoog technisch niveau opereert, toont zich opti-

mistisch als hij schrijft: "The result given below (...) is interesting in that it allows one to express the fundamental phenomenon involved using elementary language that can, in principle, be understood even by high school students...". (Cursivering Mochizuki.) Een moedig standpunt, aangezien het hier gaat over het Tate vermoeden, en hoe dit zich verhoudt tot Grothendiecks anabelse vermoedens. Diezelfde moed om moeilijke theorie toegankelijker te proberen te maken vinden we onder andere terug in artikelen van Hain en Matsumoto (over Deligne-Goncharov vermoedens), van Harbater (over *patching* in verschillende contexten) en van Matzat en Van der Put (over differentiaal Galoistheorie). Daarnaast zijn er een aantal artikelen die meer exclusief gericht zijn op de experts. Al met al een rijk boek, waarin veel thema's en ideeën aan bod komen. Voor veel wiskundigen is het misschien te specialistisch om het zelf aan te schaffen, maar ik hoop zeker dat een aantal bibliotheken het in hun collectie zullen opnemen.

B. Moonen



Kevin McCrimmon

A Taste of Jordan Algebras

Series: Universitext

New York: Springer Verlag, 2004

566 p., prijs €59,95

ISBN 0-387-95447-9

Jordan algebra's werden in 1933 ingevoerd door de Duitse fysicus Pascual Jordan, met de bedoeling een nieuw formalisme in te voeren voor de kwantummechanica. De 'gewone' associatieve vermenigvuldiging had in die context geen fysische betekenis, maar het *Jordan product*, $a \bullet b := (ab + ba)/2$, had dit wel. Het resultaat is een algebra die steeds commutatief is, maar in het algemeen niet langer associatief. In plaats daarvan voldoet de algebra aan de *Jordan identiteit*, $((x \bullet x) \bullet y) \bullet x = (x \bullet x) \bullet (y \bullet x)$. Het was dan ook zeer natuurlijk om deze identiteit, samen met de commutativiteit van het product, voorop te stellen als *axioma's* voor een nieuwe klasse van algebra's, die dan later (door A.A. Albert in 1946) de naam *Jordan algebra's* kregen.

De toepassingen van Jordan algebra's hebben ondertussen de fysica ver overstegen, en vindt men bijvoorbeeld in Lie algebra's, differentiaalmeetkunde en incidentiemeetkunde. Sterker nog, in de kwantummechanica was men ontgoocheld over het feit dat er geen oneindige rij exceptionele Jordan algebra's bestaat — de enige exceptionele algebra's zijn de zogenaamde Albert algebra's, die 27-dimensionaal zijn.

Het is voor het eerst dat een boek over Jordan algebra's werd geschreven dat ook de historische evolutie van de hele theorie nauwkeurig behandelt, en Kevin McCrimmon schrijft het hele boek in een uitzonderlijk aangename stijl die ongewoon is voor wiskundeliteratuur (hetgeen misschien al blijkt uit de titel van dit boek!).

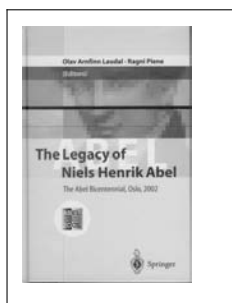
Voor de beginner die nog niet echt weet wat Jordan algebra's zijn, komt dit historisch hoofdstuk wellicht verwarrend over, en is het aan te raden om te starten bij het tweede deel, waarin de theorie heel gestructureerd wordt opgebouwd vanaf het begin. Ook hier mag de lezer zich niet laten afschrikken door de categorietaal waarin alles wordt opgebouwd, die alles er in het begin wat

moeilijker laat uitzien dan het in feite is.

In het laatste deel wordt het beroemde resultaat van Efim Zel'manov in zijn volle glorie stap voor stap bewezen — namelijk dat elke i -exceptionele priem Jordan algebra een Albert algebra is. Vanzelfsprekend vertelt dit deel veel meer dan enkel het bewijs van deze stelling; het is een mooie illustratie van het moderne denken in de theorie van de Jordan algebra's.

Het mag duidelijk zijn dat dit boek een schat aan informatie bevat over Jordan algebra's, waarvan een groot deel niet eerder op een gestructureerde wijze in de literatuur terug te vinden was. Dit boek mag dan ook niet ontbreken op de boekenplank van iedereen die rechtstreeks of indirect te maken heeft met Jordan algebra's.

Tom De Medts



O.A. Laudal en R. Piene (eds.)
The Legacy of Niels Henrik Abel
The Abel Bicentennial, Oslo, 2002

Berlijn: Springer Verlag, 2004

784 p., prijs €106,95

ISBN 3-540-43826-7

Het onderhavige boek is uitgegeven naar aanleiding van een conferentie die in juni 2002 in Oslo werd gehouden ter ere van twee eeuwen Niels Henrik Abel. Het is geen Proceedings-band, maar eerder een bonte collectie van artikelen die iets (of niets) met Abel te maken hebben en dat alles onder de licht pretentieuze titel De erfenis van Niels Henrik Abel. Het wordt ge complementeerd met een CD-ROM met aanvullend (beeld)materiaal. Dat de twee redacteurs van de band (Laudal en Piene) algebraïsch meetkundigen zijn verklaart wellicht dat het merendeel van de artikelen van algebraïsch meetkundige aard zijn. Hoe dan ook, dat de erfenis van Abel in dat vakgebied groot is, daarover bestaat geen twijfel. De begrippen divisor, lineaire equivalentie en de Jacobiaan vinden hun oorsprong in de artikelen van Abel en in het bijzonder in de stelling die naar hem vernoemd is. Wat is de stelling van Abel? Kleiman laat in zijn bijdrage zien dat er in feite vier verschillen de nauw verwante stellingen zijn die de naam Stelling van Abel dragen: een verhelderende bijdrage. Dat veel moderne ontwikkelingen direct voorborden op deze stelling van Abel (over Abelse integralen op krommen) wordt duidelijk in een overzichtsartikel van Griffiths, maar ook in artikelen van Green en Griffiths, en van Clemens die rationale equivalentie van cycles op variëteiten tot thema hebben.

Het is moeilijk in kort bestek recht te doen aan het bonte geheel dat deze band biedt. Sommige artikelen hebben een zeer directe band met Abel; er zijn bijvoorbeeld artikelen van historische aard over het werk van Abel en sommige artikelen geven een moderne interpretatie van werk van Abel of behandelen onderwerpen die als voortzetting van Abels werk gezien kunnen worden. Bij een aantal artikelen ontbreekt een duidelijke band met Abel, is niet-Abelsheid de enige connectie met Abel, of ontbreekt zelfs iedere vermelding van Abel.

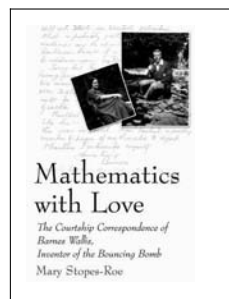
Het eerste van de artikelen met een historische inhoud is een levensschets van Abel door Arild Stubhaug, die een biografie van Abel op zijn naam heeft staan; daarop volgt een artikel van Hou-

zel van ruim 150 pagina's dat een overzicht van het werk van Abel geeft. Dat gebeurt door een gedetailleerd doornemen van de inhoud van de artikelen van Abel. Een blik op de bladspiegel verraaft al dat de auteur dicht bij Abel wil blijven in zijn analyse van de artikelen. Het al genoemde artikel van Griffiths over Abel's stelling (over Abelse integralen op krommen) is van een totaal verschillende aard en plaatst de stelling in modern (en verhelderend) perspectief.

Onder de andere historische bijdragen aan deze band vallen te noemen een artikel van Petri en Schappacher over Kronecker's verwerking van de erfenis van Abel, en een artikel van Brigaglia, Ciliberto en Pedrini over de verwerking van de erfenis van Abel in de Italiaanse School van de algebraïsche meetkunde, dat ik met plezier gelezen heb.

Maar daarnaast bevat deze band veel ander interessant werk, zoals een artikel van Manin, 'ein Alterstraum', over een niet-commutatieve versie van Kronecker's Jugendtraum, een artikel van Graber, Harris en Mazur over rationaal samenhangende variëteiten, enzovoorts. Teveel om op te noemen. Tot slot is er een bijdrage van Catanese, waarvan ik graag de laatste zin van de inleiding citeer: "In any case, in our formerly bourgeois world, idle questions with provocative answers to be defended at tea time at home or in a Café, have often motivated interesting discussions, and it is my hope to be able to do the same thing here." Wellicht heeft u het in Uw stamcafé al gemerkt.

Gerard van der Geer



Mary Stopes-Roe
Mathematics with love.
The courtship correspondence of
Barnes Wallis, inventor of the bounc-
ing bomb

New York: Macmillan, 2005

384 p., prijs £ 19.99

ISBN 1-4039-4498-6

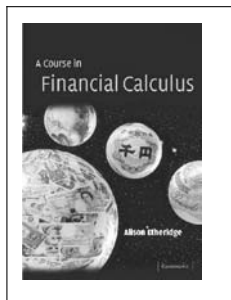
Imagine, you are a man, 35 years old, and an airship engineer. Just before you leave for Switzerland, where you are going to teach boys in a boarding school, you become acquainted with a girl of 17, who is about to start her studies at University College London. Nowadays this would lead to an increase of two mobile phone bills, but in 1922, when the story starts, writing letters was the answer, of course after having asked and received permission from the girl's father. The scene was set for an enjoyable correspondence, which led to a marriage in April 1925. The partners in writing, Barnes Wallis and his cousin Molly Bloxham, later had three children. One of them, Mary, studied the considerable collection (250 letters plus 152 pages of mathematics lessons) and through transcribing, selecting, and commenting, prepared it for publication.

The result is a gentle book, which gives an insight in the development of a relationship, and which, for mathematicians, is especially interesting because it contains a course in mathematics given by a technical practitioner to a science student who, in secondary school, had not done any physics, and whose repertoire included quadratic equations but not much more. At any rate, Molly wrote in one of her first letters (p. 10): "The only thing I didn't understand was about differentiating. How can you say

that $ds/dt = u + at$, and why for acceleration do you say d^2s/dt^2 instead of squaring both d 's or s and t ? I've never heard the expression 'differentiate' before, and I don't know what it means."

Reading the letters and the lectures, in calculus and trigonometry, is a pleasant experience. It shows that the idea of teaching mathematics in context is not an invention of the last few decades. The chain rule, for example, is illustrated by a story of Molly's three sisters, who walk at speeds which have a fixed rate to one another; and the study of velocity is prompted by the story of Jack and the amazingly growing beanstalk. But the book is interesting in many more respects. It gives a picture of England between the two World Wars, of student life at UCL and the position of women in it ("We had an awfully interesting debate at Coll. yesterday. The motion was that 'Women should not continue their professional careers after marriage'. I was for it. There were some awfully good speakers on both sides, and it was only carried by a very small majority. ..."), of the economic and military state of the country and the reconstruction of the military industry, of the language of the young (often, things are 'awfully nice' and receiving a letter or a visit is either 'topping' or 'ripping', and admiration for intelligence is mutually expressed by calling the other 'brainy'. What more shall I say? Let me quote Molly (14 Nov. 1923): "It is bed time and I must stop, though there is heaps more to say."

Jan van Maanen



A. Etheridge
A Course in Financial Calculus

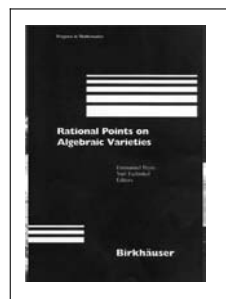
Cambridge: Cambridge University Press, 2002
196 p., prijs £24,99
ISBN 0-521-89077-2

Laat ik beginnen met het meest droge onderdeel van mijn boekbespreking van Etheridge's boek, en wel een korte opsomming van de hoofdstukken: 1. Single period models; 2. Binomial trees and discrete parameters martingales; 3. Brownian motion; 4. Stochastic calculus; 5. The Black-Scholes model; 6. Different pay offs; 7. Bigger models.

In het eerste hoofdstuk wordt het 'no-arbitrage' begrip al geïntroduceerd en er wordt met behulp van de scheidingsstelling van Hahn-Banach een karakterisering van dit begrip gegeven. De lezers maken in dit hoofdstuk ook kennis met equivalente kansmaten en met de notie 'risico-neutrale kansmaat'. In het tweede hoofdstuk worden veel belangrijke begrippen in een discrete tijdscontext geïntroduceerd. Zelfs het begrip 'conditionele verwachting met betrekking tot een s -algebra' wordt geïntroduceerd, en dat redelijk precies. De binomiale boom dient om ook dit begrip intuïtief te verhelderen. De lezers maken in dit hoofdstuk ook al kort kennis met de waardering van Amerikaanse opties, en in deze context wordt ook het begrip stoptijd ingevoerd. Het tweede hoofdstuk eindigt met een ouverture tot modellen in continue tijd. In het derde hoofdstuk wordt onder andere Lévy's constructie van de Brownse beweging gegeven, het reflectie principe wordt kort aangestipt en de gezamenlijke verdeling van de Brownse beweging en z 'n maximum wordt afgeleid. De 'optional

stopping' stelling wordt geformuleerd, niet bewezen. In het vierde hoofdstuk wordt een korte inleiding gegeven tot stochastische integratie en Itocalculus. Alleraardigst vind ik, dat in dit deel duidelijk wordt gemaakt dat continue aandelenprijzen met eindige p -variantie voor $p < 2$ over het algemeen arbitrage mogelijk maken! En dus wordt aannemelijk gemaakt dat het Black-Scholesmodel zo gek nog niet is. In dit hoofdstuk wordt de 'Brownian Martingale Representation Theorem' geformuleerd en schetsmatig bewezen. Natuurlijk ontbreekt ook de Feynman-Kacrepresentatie niet en zelfs wordt er kort aandacht besteed aan de achterwaartse en voorwaartse Kolmogorov partiële differentiaalvergelijking. In hoofdstuk vijf wordt het beroemde Black-Scholesmodel behandeld. In dit hoofdstuk wordt de 'financial sophistication' opgevoerd en op een uiterst zinnige manier wordt in de context van een 'foreign exchange' model over het begrip 'tradable' gesproken. Er wordt ook de nodige aandacht aan de behandeling van dividenden gegeven binnen de context van het Black-Scholesmodel. In hoofdstuk zes worden ingewikkelder opties behandeld, zoals 'lookbacks' en 'barriers', Amerikaanse opties en Aziatische opties. In hoofdstuk zeven worden modellen behandeld met meerdere aandelen, waarbij de aandelenprijsprocessen worden aangedreven door meerdere Brownse bewegingen. Er wordt kort iets gezegd over modellen met sprongen. Het onderdeel 'model error' zegt iets over 'implied volatility' en, heel belangrijk, iets over de fout die je maakt als je 'hedged' met het eenvoudige Black-Scholesmodel, terwijl het ware model veel ingewikkelder is. In inleidende leerboeken wordt zelden duidelijk gemaakt waarom het Black-Scholesmodel zo robuust is, maar dat gebeurt hier wel. Als een inleiding tot 'financial engineering' is dit boek geschikt voor studenten wiskunde en econometrie aan het begin van hun Masteropleiding. Naar mijn idee komen de 'financial engineering' aspecten niet te kort, en zeker niet als de vraagstukken uit dit boek serieus worden genomen. Zij vormen een integrerend bestanddeel van de tekst. Het boek is naar mijn idee niet erg geschikt voor zelfstudie, tenzij de lezer beschikt over een goede wiskundige rijpheid of een goede inleiding tot stochastische processen. In de handen van de juiste docenten komt dit boek echt tot leven en op deze manier maken studenten dan kennis met een schitterend stukje toegepaste wiskunde.

J.W. Nieuwenhuis



E. Peyre, Y. Tschinkel (eds.)
Rational Points on Algebraic Varieties

Progress in Mathematics, Vol. 199
Basel: Birkhäuser, 2001
462 p., prijs €104,86
ISBN 3-7643-6612-4

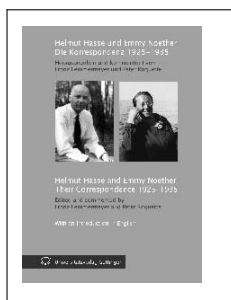
Dit is een bundel onderzoeksartikelen rond het thema van gehele en rationale punten op algebraïsche variëteiten. Over het algemeen gaat het hier om variëteiten van dimensie groter dan 1 die niet van algemeen type zijn, bijvoorbeeld kubische oppervlakken. Dat wil zeggen dat er in het algemeen 'veel' rationale punten te verwachten zijn.

Bijna de helft van de bundel is gewijd aan Manins vermoeden over het asymptotisch gedrag van het aantal punten van begren-

de hoogte op dit soort variëteiten. Ook zijn er verschillende artikelen over kubische oppervlakken. Daarnaast komen onder andere nog generalisaties van het Hasse principe (lokaal-globaal principe) en de Hardy-Littlewood cirkelmethode aan bod.

Dit boek is voortgekomen uit een bijeenkomst in Luminy, en hoewel het niet gepresenteerd wordt als de handelingen van dit congres, heeft het wel degelijk een dergelijk karakter: het is een verzameling losstaande, behoorlijk specialistische artikelen. De kwaliteit ligt over het algemeen hoog, en de artikelen bevatten veel fundamentele technieken en resultaten, dus voor onderzoekers in dit veld valt er veel uit te halen, maar de lezer moet geen uitgebreid overzicht van of inleiding tot de verschillende (deel)thema's verwachten.

Joost van Hamel



F. Lemmermeyer en P. Roquette
**Helmut Hasse und Emmy Noether
Die Korrespondenz 1925-1935**

Göttingen: Universitätsverlag Göttingen, 2006

301 p., prijs €32,00

ISBN 3-9386-1635-0

gratis download: <http://www.univerlag.uni-goettingen.de/hasse-noether/>

De Duitse wiskunde op het eind van de negentiende eeuw en in de jaren tot zo 1940 is bepalend geweest voor de ontwikkeling van de algebra in velerlei opzichten. Grote namen zijn hier bijvoorbeeld Frobenius, Schur, Hilbert, Noether, Hasse, zonder anderen te kort te willen doen. In onze dagen verdient Peter Roquette, een leerling van Hasse, het om voor het voetlicht gehaald te worden vanwege een grote hoeveelheid artikelen die hij schreef en nog steeds schrijft over de geschiedenis van de Duitse algebra, met name dan de algebra tot ongeveer 1940. De briefwisseling tussen Noether en Hasse is veel te belangrijk om te laten rusten en om te laten verstoffen in het Universiteitsarchief van Göttingen. Daarom was het vorig jaar voor uw recensent een volledige verrassing dat hij opeens de uitwerking van die correspondentie kreeg toegestuurd door Roquette, en wel in boekvorm! Wel, superlatieven schieten te kort. Het is fantastisch wat erin staat! Dat ligt natuurlijk niet aan de publicatie van de correspondentie op zichzelf genomen. Nee, het boek biedt buitengewoon veel meer. Wat erin staat?

Het boek begint met een in het Engels geschreven inleiding waarin Lemmermeyer en Roquette volledig, maar toch kort, het belang uiteenzetten van de correspondentie voor de ontwikkeling van de axiomatische algebra, de klassenlichamentheorie, de algebra's en hun 'arithmetics', en de functielichamen. Dan volgt een overzicht (verbatim) van een bijdrage van Van der Waerden over Emmy Noether zoals afgedrukt in *Mathematische Annalen*, Band 111 (1935) en van Leopoldt over Hasse zoals afgedrukt in *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, Band 262/263 (1973). De correspondentie volgt daarna, het zijn 79 brieven en briefkaarten van Noether aan Hasse, en slechts drie van Hasse aan Noether. (In de richting van Hasse aan Noether is veel onvindbaar of verloren gebleken; niettemin valt uit de berichten van Noether aan Hasse op te maken, waaruit veel van de berichten van Hasse aan Noether hebben bestaan.) Alle 82 berichten staan vol met wiskunde, soms persoonlijke berichten, en met zaken die Emmy Noether

'Phantasien' noemt. Dat wil zeggen, zij poneert ideeën die later tot onderzoek hebben geleid. Het is de verdienste van Lemmermeyer en Roquette dat elk van die 82 bijdragen door hen is voorzien van uitvoerig commentaar, zowel geschiedkundig, als wiskundig, dit laatste wat betreft de ontwikkeling in de vorige eeuw maar ook die tot nu toe. Als zodanig een rijke bron van informatie. Vervolgens vindt men in het boek nog 14 brieven en briefkaarten, gezonden door Weyl, Fritz Noether (een broer van Emmy), Brauer, aan Hasse, en van Hasse aan Weyl en Fritz Noether, daar waar het te maken heeft met het overlijden van Emmy Noether in 1935. (Voor de volledigheid, Emmy Noether leefde van 1882 tot 1935, Hasse van 1898 tot 1979.) Hoe volledig, menselijk, wiskundig, en soms ook dramatisch, het commentaar is bij de bijdragen door de schrijvers, moge geïllustreerd zijn met onderstaand commentaar behorend bij de allerlaatste brief uit het boek: "Acht Monate später, am 22. November 1937, wurde Fritz Noether von den sowjetischen Behörden verhaftet und schliesslich unter dem Vorwand, er sei ein deutscher Spion, zu 25 Jahren Gefängnis verurteilt. Im Jahre 1941 wurde er zum Tode verurteilt und sofort hingerichtet. Über das tragische Schicksal Fritz Noethers siehe ... (volgt referentie)". Maar het boek is dan nog niet afgelopen. Zoals het hoort, volgt een volledig namenoverzicht, een volledig trefwoordenoverzicht, een literatuuroverzicht van 19 bladzijden, om tenslotte te eindigen met, heel verrassend na alles wat al aan bod is geweest, een lijst beknopte levensloopberichten van wiskundigen, die voor het behandelde in het boek van belang zijn; dit laatste beslaat 35 bladzijden.

Samenvattend, iedereen die te maken heeft met getaltheorie, algebra's of groepentheorie hoort dit boek in zijn boekenkast te hebben. Als u de inhoud van dit boek niet tot u neemt, om welke reden dan ook, dan denkt u misschien dat u iets weet van de ontwikkelingen van het bewuste vakgebied, maar neemt u van mij aan dat u zichzelf dan ernstig te kort doet. Het is duidelijk: dit is een buitengewoon goed geslaagde bijdrage om heel precies het ontstaan van algebraïsche beginselen te volgen. R.W. van der Waall