

# Boekbesprekingen

| Book Reviews

Eindredactie: Hans Cuypers en Hans Sterk  
 Redactieadres: Review Editors NAW - HG 9.93  
 Dept. of Math. and Computer Science  
 Technische Universiteit Eindhoven  
 Postbus 513, 5600 MB Eindhoven  
 Webpagina: [www.win.tue.nl/wgreview](http://www.win.tue.nl/wgreview)  
 e-mail: [wgreview.win@tue.nl](mailto:wgreview.win@tue.nl)



J. van de Groep  
**Gegoochel met Getallen**  
**Wiskundige Goocheltrucs voor in de Les**

Houten: EPN, 2006  
 62 p., prijs €5,95  
 ISBN 90-11-09944-3

Tijdens de Nationale Wiskunde Dagen in 1999 werd door Job van de Groep een workshop met de titel *Gegoochel met getallen* georganiseerd. Het materiaal voor deze workshop heeft als basis voor dit boek gediend. De trucs in het boek (overigens niet alleen met getallen) zijn gebaseerd op wiskundig getinte principes. In de jaargangen 80 en 81 van Euclides is onder de titel *De wiskundeleraar als goochelaar* ook een zestal voorbeelden hiervan verschenen. In totaal komen in het boek 41 trucs aan bod, verdeeld over vier hoofdstukken: diverse trucs met getallen, trucs met getallen-kaarten, trucs met speelkaarten, topologische trucs. Elk hoofdstuk is onderverdeeld in paragrafen, en in elke paragraaf wordt één truc behandeld. De structuur is voor alle paragrafen min of meer hetzelfde. Allereerst wordt het verloop van de truc beschreven. Daarna wordt (voor de gebruiker) een verklaring gegeven. En tenslotte wordt er een mogelijke transfer naar de les gegeven. Dat kan bijvoorbeeld zijn het vragen aan de leerlingen naar een verklaring, of nadenken over wat er verandert als je sommige dingen net iets anders zou doen. Een enkele keer wordt er in de paragraaf zelf een variant of aanvulling gegeven. De meeste trucs hebben op een of andere manier wel met getallen te maken, maar bijvoorbeeld in het laatste hoofdstuk komen ook trucs met knopen voor. Achterin het boek staat een aantal verwijzingen naar inspiratiebronnen en goochel-lectuur, onder andere verwijzingen naar een aantal boeken van Martin Gardner. In het voorwoord schrijft de auteur dat het boekje gebruikt kan worden wanneer je als leraar iets anders, iets bijzonders wilt doen, en ook dat het de mogelijkheid biedt een ludieke aanvulling te geven op de behandeling van bepaalde wiskunde onderwerpen. Ik denk dat het daar uitermate geschikt voor is. Het is een zeer gevarieerde collectie, en geeft per truc een prima beschrijving van de uit te voeren act. In het onderdeel *transfer naar de les* worden tal van interessante, en naar mijn idee voor leerlingen ook prikkelende vragen gesteld. Een aanrader voor elke docent in het voortgezet onderwijs.

B. van Asch

J. Jorgenson, S. Lang  
**Spherical inversion on  $SL_n(\mathbb{R})$**

*Springer Monographs in Mathematics*  
 Berlijn : Springer Verlag, 2001  
 426 p., prijs €101,60  
 ISBN 0-387-95115-6

De theorie van bolfuncties behoorde vijftig jaar geleden tot de universitaire curricula van wiskunde en natuurkunde, maar is daar nu bijna geheel uit verdwenen. Ze leeft voort op een ander niveau door de ontdekking door Selberg, omstreeks 1950, van een absoluut fantastisch verband met de groepentheorie. Vanuit dat gezichtspunt is en wordt er veel onderzoek verricht. Als men spreekt van groepentheorie spreekt men automatisch

ook van groepsrepresentaties. Harish-Chandra kan beschouwd worden als de grondlegger van deze nieuwe theorie voor semi-simpele Liegroepen ( $SL_n(\mathbf{R})$ ) is een voorbeeld van een semi-simpele Liegroep). Zijn monumentale werk is echter niet erg toegankelijk voor niet-ingewijden. Het vereist veel voorkennis van de structuurtheorie van Liegroepen. Er zijn intussen echter nogal wat boeken gepubliceerd die de kloof tussen specialisten en niet-specialisten hebben verkleind. Als belangrijkste auteurs noemen we in dit verband Helgason, Varadarajan, Knapp, maar ook boeken van Sugiura, Tom Dieck en anderen, die elementair zijn, kunnen worden genoemd. We beperken ons hier tot deze selectie van boeken.

De auteurs van het te bespreken boek, Jorgenson en Lang, zijn niet-specialisten. De inmiddels overleden Lang heeft zijn sporen verdiend als schrijver van 'verklarende' wiskunde. Als voorbeeld, zijn boek over  $SL(2, \mathbf{R})$  ademt de geest van: waarom doen de specialisten zo moeilijk en houden ze zo weinig rekening met niet-ingewijden? Natuurlijk zal een boek, uit deze geest ontstaan, Lang zelf zeker bevredigd hebben. Maar is zo'n boek ook voor anderen aantrekkelijk? Hoe groot is de schare ontevreden, die zelfs niet genoeg heeft aan de boeken van Sugiura en Tom Dieck? Het te bespreken boek gaat over de groep  $SL_n(\mathbf{R})$ . De groep  $SL_2(\mathbf{R})$  (van Lang's andere boek) is niet exemplarisch genoeg voor een semi-simpele Liegroep, zeggen de auteurs. Natuurlijk zit hier een kern van waarheid in, maar als de lezerskring de groep  $SL_2(\mathbf{R})$  als introductie goed vindt, waarom dan nog eens  $SL_n(\mathbf{R})$ ? Het antwoord is, denk ik, eenvoudig: de auteurs hadden de theorie voor de speciale groep  $SL_n(\mathbf{R})$  nodig voor hun eigen onderzoek. Al het geschimp op de 'specialisten' die er een potje van maken, lijkt me daarom ongepast. De lezerskring die de auteurs op het oog hebben blijft overigens onduidelijk. De aanpak van de theorie die de auteurs kiezen is tegendraads. Groepsrepresentaties mogen niet meer, alleen 'echte' analyse mag, de 'heat kernel' moet. Daar is niets op tegen. Maar waarom eigenlijk?

Zoals ook in Lang's boeken, worden begrippen en notaties van de specialisten veranderd. De bekende Langlands ontbinding van een parabolische ondergroep heet nu ook Iwasawa ontbinding, de orthogonale groep  $O(n, \mathbf{R})$  heet  $Uni_n(\mathbf{R})$ , de gebruikelijke notatie KAN (Iwasawa) is nu KAU, de Abel transformatie heet nu Harish transform (om van te rillen), enzovoort, enzovoort. Misschien trekt de toon van deze boekbespreking uw aandacht en wilt U het boek wel kopen. De inhoud is niet zo slecht. U krijgt een niet-conventioneel boek in uw bezit!

G. van Dijk

E. Giusti

### Direct Methods in the Calculus of Variations

London : World Scientific Publishing, 2003

403 p., prijs \$ 58.-

ISBN 981-238-043-4

In many scientific disciplines (e.g., theoretical and mathematical physics) a problem is considered more or less solved, as soon as it has been formulated as a variational problem. All further elaboration thereby is reduced to mathematics. It is at this point where the present book starts.

The calculus of variations is concerned with the following problem. Given an open subset  $\Omega \subseteq \mathbf{R}^n$ , the search is for a func-

tion  $u : \Omega \rightarrow \mathbf{R}^N$  that minimizes an integral functional

$$F(u, \Omega) = \int_{\Omega} F(x, u(x), Du(x)) dx.$$

Here, the function  $u$  has to satisfy suitable conditions. The book is restricted to the celebrated Dirichlet problem, where  $u$  takes prescribed values  $U(x)$  at the boundary  $\partial\Omega$  :

$$u = U \text{ on } \partial\Omega.$$

In the case where  $F$  is of class  $C^1$ , a standard infinitesimal argument leads from the functional to the well-known partial differential equations in  $u$  named after Euler (or Euler-Lagrange)

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\partial F}{\partial z_i^\alpha}(x, u(x), Du(x)) \right) - \frac{\partial F}{\partial u^\alpha}(x, u(x), Du(x)) = 0,$$

for each  $\alpha = 1, 2, \dots, N$ . Satisfying the Euler equations is necessary for  $u$  to be a minimum. In the case  $n = 1$  these Euler equations become ODE's. A great number of examples exists, often dating from the beginning days of infinitesimal calculus, that are all linked to these ODE's. Many of these examples belong to the domain of classical mechanics. At the theoretical level, here is one of the links with the Hamiltonian formalism and symplectic geometry.

The present book entirely focuses on the case  $n \geq 2$ , which means that the Euler equations form a system of PDE's. In the footsteps of Riemann, now a more direct approach is taken, where the integral functional is minimized among all  $u$  satisfying the boundary condition  $u = U$  on  $\partial\Omega$ . In the case where the functional is the so-called Dirichlet integral  $\int_{\Omega} |Du|^2 dx$ , the Euler equation is the Laplace equation and the functions  $u$  have to be harmonic, taking the prescribed values at the boundary  $\partial\Omega$ . In this spirit Riemann introduced the Dirichlet principle, which essentially consists of considering  $F : V \rightarrow \mathbf{R}$ , where  $V$  is the manifold of all functions  $u$  satisfying  $u = U$  on  $\partial\Omega$ . More precisely, these so-called direct methods consist of proving the existence of a minimum (or maximum) of the functional  $F$  and more generally of discovering their properties, without recourse to the Euler equations.

Applying suitable generalizations of the Weierstrass theorem, the existence of minima (and maxima) roughly is based on compactness properties of  $V$  as well as on (semi-) continuity and convexity properties of  $F$ . One of the main problems is to define suitable function spaces (e.g., Sobolev spaces) with an appropriate topology. Once the (e.g., weak) existence of a minimum has been established, its regularity properties become important, such as (Lipschitz or Hölder) continuity of the solution and possibly its derivatives. Many results also have been proven for special cases, e.g., where the functional only depends on the gradient, i.e., where

$$F(u, \Omega) = \int_{\Omega} F(Du(x)) dx.$$

An example of this is the area functional

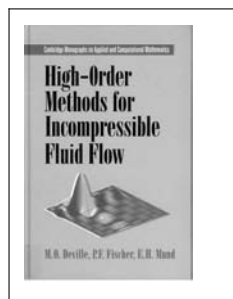
$$F(u, \Omega) = \int_{\Omega} \sqrt{1 + |Du|^2} dx.$$

This is a rich and active area of research with classical roots, to which many mathematicians have contributed, including Hilbert, Lebesgue, Tonelli, De Giorgi, Nash and Moser, just to mention a few of them. The author gives a systematic account of this theory.

The treatment is self-sufficient except for some knowledge of the Lebesgue integral, the first properties of  $L^p$ -spaces and elementary functional analysis. The book is partially based on course notes, but also on research by the author and his collaborators, resulting in a unified treatment of the regularity of the minima of functionals and of the solutions to systems of elliptic PDE's.

The book is written in a clear expository style. The introductory chapter gives a good setting of the problem area. Also the separate chapters have a clear introduction and are, moreover, concluded by a section *Notes and Comments* in which links with the literature are discussed. In this way the reader also gets an impression of the historical development of this domain of research. One comment is that the book greatly lacks examples, particularly in the direction of its many applications. In fact, it has been written in the typical, somewhat inwardly looking, style that has been characteristic for mathematics textbooks over many decades. This being said, the addition of a good number of exercises may render (parts of) it suitable for excellent courses at the master and PhD level. Recommended!

H.W. Broer



M.O. Deville, P.F. Fischer, E.H. Mund  
**High-Order Methods for Incompressible Fluid Flow**

*Cambridge Monographs on Applied and Computational Mathematics, No. 9*  
Cambridge: Cambridge University Press, 2002  
499 p., prijs £65,-  
ISBN 0-521-45309-7

Het boek begint met een korte afleiding van de meest belangrijke behoudswetten in de stromingsleer. Verder wordt de eindige-elementenmethode ingevoerd, waarbij de methoden van Ritz en Galerkin duidelijk aan de orde komen. De auteurs gaan in op de wiskundige principes van deze eindige-elementenmethoden, inclusief een onderbouwing met behulp van wiskundige concepten en stellingen. Voor het bewijs van deze stellingen verwijzen zij naar de literatuur. Er worden specifieke voorbeelden uit de numerieke stromingsleer uiteengezet. Verder worden spectrale elementen ingevoerd en wordt hun invloed op de bandbreedte van de stijfheidsmatrix eenvoudig beschreven. Ook beschrijft het boek kort enige basisprincipes van klassieke iteratieve methoden voor het oplossen van lineaire stelsels. Deze beschrijving is duidelijk maar onvolledig. In de laatste hoofdstukken volgt een behandeling van domein decompositie, multigrid en parallel rekenen. Tenslotte gaan enkele appendices in op wiskundige begrippen uit de functionaalanalyse en approximatietheorie.

De behandeling van de verschillende eindige-elementenmethoden en hun principes is duidelijk. Ook de verzameling van onderwerpen binnen de eindige-elementenstructuur is breed en actueel. Ter motivatie van de principes worden belangrijke wiskundige stellingen gebruikt, waarbij ook de gevolgen van de stellingen hier terecht de bewijzen van dergelijke stellingen. Voor de bewijzen wordt verwezen naar de relevante boeken. Dit brengt echter met zich mee dat de informatie in de eerste appendix over begrippen in de functionaalanalyse voor de rest van het boek niet relevant is. Helaas komen alternatieve methoden als de eindige

differentie en eindige volume methode niet aan de orde, hoewel deze (met name de laatste) veel gebruikt wordt binnen de numerieke stromingsleer. Verder is de beschrijving van domein decompositie, multigrid en parallel rekenen erg beknopt.

Als studieboek zal het boek voor masterstudenten en promovendi geschikt kunnen zijn voor bestudering van eindige-elementenmethoden. Voor een eerste kennismaking met deze methoden is het niveau waarschijnlijk te hoog, hierdoor is het boek waarschijnlijk te specialistisch voor masterstudenten. Voor onderzoekers en docenten die met eindige elementen te maken hebben, is het boek zeer geschikt als naslagwerk... een aanrader! Voor multigrid, iteratieve methoden voor lineaire stelsels, domein decompositie en parallel rekenen zou het gebruik van een ander boek meer geschikt zijn. De titel zou eigenlijk ook het woord eindige elementen dienen te bevatten, om de inhoud beter te weer spiegelen.

F.J. Vermolen

S. Dominich

**Mathematical Foundations of Information Retrieval**

*Mathematical Modelling: Theory and Applications, 12*  
Dordrecht : Kluwer Academic, 2001,  
284 p., prijs €112,30  
ISBN 0-7923-6861-4

*Information retrieval* (IR) onderzoek richt zich op de wijze waarop men relevante informatie van niet-relevante informatie kan onderscheiden. De informatie waar we het dan over hebben, is ongestructureerd; dat wil zeggen dat het geen vooraf gedefinieerde verzameling van feiten is. In een informatica-omgeving richt het information retrieval onderzoek zich op het ontwikkelen en bouwen van een IR-systeem. De basisonderzoeksvraag luidt zodoende: op welke automatische wijze kan men relevante informatie van niet-relevante informatie onderscheiden. IR-systemen kennen altijd twee hoofdactiviteiten: het indexeren van de informatiebehoefte van de gebruiker en de bronnen (de documenten) én het vergelijken van de indexen. De vergelijking vindt plaats op basis van een bepaalde definitie van wat 'relevantie' zou moeten zijn. Deze definitie wordt het onderliggend *information retrieval model* genoemd. Relevantie is in de werkelijkheid vaak een abstract begrip. Dit komt omdat de informatiebehoefte een persoonlijke behoefte is. Een gedachte, een kennishiaat. Het information retrieval probleem werd al eerder gekarakteriseerd met de zinsede: "I don't know what I'm looking for, but I'll know when I find it".

De uitdagende vraag bij information retrieval is steeds: hoe bouw ik een beter IR-systeem? Voor het verbeteren van systemen dienen we te beschikken over een heldere definitie van relevantie. De theorievorming rondom information retrieval is reeds jarenlang een onderwerp van onderzoek en discussie. Zo stelt IR-onderzoeker Blair: "Information retrieval researchers are like automotive engineers who are trying to improve the design of automobiles without being able to measure horsepower or fuel efficiency." Information retrieval onderzoek wordt gekenmerkt door een grote toepassingsgerichtheid, wat leidt tot een grote voorkeur voor de pragmatische, experimentele onderzoeks aanpak. In *Mathematical Foundations of Information Retrieval* tracht Sándor Dominich op theoretische wijze IR te bestuderen. Deze aanpak is lovenswaardig, wiskunde wordt regelmatig gebruikt in IR, veelal

als fundament voor een IR-model. Echter, wiskunde wordt zelden gebruikt in de vorm van een metatheorie voor het bestuderen van IR. Op wiskundige wijze tracht Dominich alle facetten van verschillende IR-modellen te beschrijven. Hij gebruikt hiervoor wiskundige notaties en concepten, onder andere uit de vectortheorie en verzamelingentheorie. Het boek ademt een over-exposure van kennis uit. Dominich heeft 161 pagina's nodig om alle benodigde achtergrondinformatie te geven. Na een introductie van IR die qua presentatie enigszins gedateerd overkomt, wordt een overzicht van wiskundige theorieën gepresenteerd, variërend van verzamelingentheorie, vectortheorie, grafentheorie tot en met neurale netwerken. Daarna komen alle bekende IR-modellen aan bod. In Hoofdstuk 4 (startend op pagina 161!) start hij met zijn modelleerwerk. Met een zeer complexe combinatie van verzamelingen, formules en toegepaste theorieën poneert Dominich een generiek IR-formalisme. Met behulp van deze theorie tracht Dominich enkele bekende concepten zoals de waarden recall en precision en relevance feedback te bestuderen. Echt veel nieuwe conclusies of resultaten levert het formaliseren niet op. Het is wederom een aanpak waarop de waarschuwing van Keith van Rijsbergen en Mounia Lalmas, twee bekende theoretici uit het IR-vakgebied, van toepassing is: "If you can't say it in words, then you had better not whistle it in mathematics either". Dit boek is dan ook voor wiskundigen niet aan te raden, zij krijgen te veel basiskennis gepresenteerd en het modelleerwerk ziet er voor een leek imposant uit, maar zal weinig wiskundeharten sneller laten kloppen. Mocht een wiskundige geïnteresseerd zijn in het vakgebied van IR dan zijn voor een introductie van populaire IR-modellen talrijke betere boeken verkrijgbaar. Voor het andere beoogde publiek: de IR-specialist met weinig kennis van de wiskunde, is het gehanteerde formalisme veel te complex. Zij zullen zeer waarschijnlijk na het lezen van dit boek niet de vele mogelijkheden van wiskunde voor metatheoretische doeleinden voor IR op de juiste waarde kunnen inschatten.

T. Huibers

N. Dyn, D. Leviatan, D. Levin, A. Pinkus (eds.)  
**Multivariate Approximation and Applications**

Cambridge: Cambridge University Press 2001

286 p., prijs £55,-

ISBN 0-521-80023-4

This book is an advanced introduction to multivariate approximation and related topics. It consists of nine chapters written by leading experts surveying many new ideas and techniques and their applications. Each chapter is of a tutorial nature, containing an extensive list of references to recent literature. The book is primarily of interest to researchers in approximation theory and its applications in signal processing, computer vision and computer graphics. It reviews the approximation-theoretic foundations of multiresolution techniques, wavelets and splines. Some background in approximation theory is helpful, and for some chapters even indispensable.

The first five chapters are of a rather theoretical nature, treating multivariate approximation and interpolation by special classes of functions. In particular, radial basis functions (Chapters 1 and 2) and shift invariant function spaces (Chapters 4 and 5) are discussed rather extensively. The discussion of shift invariant function spaces is of particular interest for researchers in wavelets and

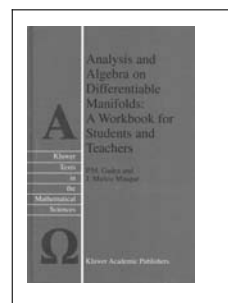
related multiresolution methods. Chapter 3 deals with the representation and analysis of scattered data on spheres, and is relevant for data processing in geophysics and meteorology.

The next two chapters deal with algorithmic aspects of wavelet approximation. Chapter 6 discusses theory and algorithms for spline wavelets on non-uniform partitions of a bounded interval, and focuses in particular on existence and uniqueness of bases and algorithms for decomposition and reconstruction. In Chapter 7 applications of non-linear wavelets to data compression, statistical estimation, and adaptive schemes of partial differential and integral equations are presented.

The last two chapters deal with applications. Chapter 8 discusses subdivision surfaces and multiresolution techniques in computer graphics. In particular, multiresolution editing is presented as a technique for interactive manipulation of complex surfaces of arbitrary topology. Furthermore, ideas based on subdivision are applied to generate a hierarchy of increasingly finer meshes representing such surfaces. Chapter 9 discusses applications to reverse engineering, aiming at the (re)construction of a smooth surface model from a finite point sample of the surface. Several reconstruction techniques are surveyed.

The book is intended to be an ideal introduction to multivariate approximation theory for researchers and graduate students. Although the book definitely gives a nice overview of some core topics, I doubt whether this ambition has been established completely. Furthermore, some knowledge of approximation techniques and the basic ideas of wavelet theory seems indispensable for a good understanding of the more theoretical chapters of the book. It is a little bit disappointing that the link between theory and applications in the first five chapters is not clarified at all. Yet I recommend the book as secondary reading to researchers in signal processing and related fields who want to get an impression of the theoretical underpinning of their field.

G. Vegter



P.M. Gadea, J. Muñoz Masqué  
**Analysis and Algebra on Differentiable Manifolds**  
**A Workbook for Students and Teachers**

Kluwer Texts in the Mathematical Sciences

Dordrecht : Kluwer Ac. Publishers, 2001

478 p., prijs €174,-

ISBN 1-4020-0027-8

De titel 'Workbook' is voor dit boek goed gekozen. De auteurs stellen zich op het standpunt dat de grondslagen van de theorie van differentieerbare variëteiten voor een gemiddelde student snel erg abstract worden, en dat deze er baat bij heeft om zo veel mogelijk concrete gevallen door te werken.

De eerste helft van het boek bestaat dan ook uit zes hoofdstukken met merendeels expliciete problemen, gevolgd door hun oplossingen. De tweede helft wordt gevormd door een hoofdstuk met definities en stellingen die relevant zijn voor het eerste gedeelte, een overzicht van formules, en een handleiding van het programma *Superficies* (Spaans voor oppervlakken), dat op een CD-Rom bij het boek wordt geleverd.

De onderwerpen van de eerste zes hoofdstukken vormen met elkaar oefenstof voor een grondige introductie in de theorie van

differentieerbare variëteiten: de algemene definitie van variëteit en differentiaalstructuur, differentiaalvormen, de stelling van Frobenius over integreerbare distributies, de stellingen van Stokes en de Rham, Liegroepen, vezelbundels, connecties, karakteristieke klassen, Riemannse geometrie, Hodge-steroperator en harmonische vormen.

Voor wie voorbeelden en illustraties bij deze begrippen zoekt, kan dit boek een uitkomst zijn: de auteurs hebben veel moeite gedaan om berekenbare en toch niet-triviale voorbeelden te vinden. Behalve voor het hoofdstuk over Liegroepen en over vezelbundels is hun dat ook aardig gelukt.

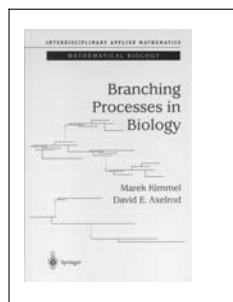
Helaas hebben de auteurs van de ambitie afgezien van het boek een zelfstandig geheel te maken. Het is uitsluitend als hulpmiddel naast een cursus in bovenstaande onderwerpen bedoeld, wat zich ook weerspiegelt in de organisatie: de 'theoretische' hoofdstukken over definities, stellingen en formules zijn naar achteren verbannen, terwijl ze misschien een wel natuurlijkere plaats aan het begin van het desbetreffende hoofdstuk hadden kunnen hebben. Ook het feit dat alle opgaven direct gevolgd worden door hun oplossingen lijkt wat ongelukkig... de verleiding van studenten om 'even verder' te lezen is toch altijd groot. De typografie is tenslotte die van een standaard L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-dictaat, dat vervolgens goed ingebonden is.

F. Wagener

In het boek van Kimmel en Axelrod worden vertakkingsmodellen in oplopende graad van ingewikkeldheid behandeld, steeds gemotiveerd door bepaalde biologische verschijnselen. Het boek bevat zeer veel voorbeelden van (naar mijn indruk) tamelijk realistische toepassingen, waarbij overigens veel biologisch 'jargon' wordt gebruikt. Gelukkig is er een heel nuttig hoofdstuk waar biologische achtergrond en terminologie worden uitgelegd. Een aardig voorbeeld van zo'n toepassing is in Hoofdstuk 6, waar gerekend wordt aan vertakkingsprocessen met meerdere types deeltjes. Het gaat hier om verschillende theorieën betreffende de manier waarop bepaalde cellen muteren. Ruwweg is de vraag of het mechanisme bestaat uit onomkeerbare '1-staps' mutaties, of uit '2-staps' mutaties waarbij de eerste stap omkeerbaar en de tweede onomkeerbaar is. Om dit te beantwoorden worden verschillende modellen doorgerekend en de bijbehorende 'voorspellingen' vergeleken met echte data.

Hoewel het boek (gedeeltelijk in een appendix) een inleiding in de kansrekening en in het bijzonder de kans theoretische vertakkingstheorie geeft, is het volgens mij (wat wiskundigen betreft) vooral aan te bevelen aan diegenen die al met vertakkingsprocessen bekend zijn (bijvoorbeeld via de eerder hierboven genoemde boeken) en nieuwsgierig zijn naar de manier waarop deze expliciet kunnen worden toegepast in de biologie.

J. van den Berg



M. Kimmel, D.E. Axelrod

### Branching Processes in Biology

*Interdisciplinary Applied Mathematics, vol. 19*

Berlijn : Springer Verlag, 2002

230 p., prijs €69,50

ISBN 0-387-95340-X

Vertakkingsprocessen vormen een klassiek onderdeel van de kansrekening. Ze kunnen worden gebruikt om bepaalde groeiverschijnselen te beschrijven. Een aangename eigenschap van deze modellen is dat er veel expliciet rekenwerk aan gedaan kan worden.

Het eenvoudigste geval is het Galton-Watsonproces. Daarbij starten we met één deeltje op tijdstip 0. De tijd wordt discreet verondersteld. Op tijdstip één verdwijnt het deeltje en wordt vervangen door een random aantal 'eerste-generatie deeltjes', volgens een bepaalde kansverdeling (de 'parameter' van het model). Op tijdstip 2 verdwijnt ook elk van deze deeltjes en wordt (onafhankelijk van de anderen) vervangen door een random aantal (met dezelfde verdeling als hierboven) tweede-generatie deeltjes, enzovoort. Voor de hand liggende vragen (die min of meer expliciet beantwoord kunnen worden) zijn: "Wat is de kans dat deze populatie nooit uitsterft, en wat is de verdeling van het aantal deeltjes op een bepaald tijdstip?"

Ingewikkelder modellen zijn die waarbij de tijd continu is, en waarbij we verschillende soorten deeltjes toestaan. Er zijn zeer veel artikelen en diverse voor een wiskundig publiek geschreven boeken verschenen, zoals de klassiekers *The theory of branching processes* (1963) van Harris, en *Branching Processes* (1972) van Athreya en Ney.

N.M.J. Woodhouse

### Special Relativity

*Springer Undergraduate Mathematics Series*

Berlijn : Springer Verlag, 2003

192 p., prijs €35,-

ISBN 1-85233-426-6

Speciale relativiteitstheorie behoort in een bachelorstudie wis-kunde steeds vaker tot het programma, al dan niet als keuzevak. Dit boekje van N. Woodhouse, een ervaren mathematisch fysicus, is met name bedoeld voor wiskundestudenten die geen volledig natuurkunde programma volgen, maar die wel kennis willen maken met de speciale relativiteitstheorie.

De eerste drie hoofdstukken zijn dan ook gewijd aan de benodigde voorkennis: klassieke mechanica en elektromagnetisme. Daarna volgt in de Hoofdstukken 4 en 5 een introductie in de speciale relativiteitstheorie. De behandeling is vrij standaard en de Lorentz-transformatie wordt afgeleid met behulp van de Bondifactor. De nadruk ligt hier op de natuurkunde, geheel terecht naar mijn idee onvoldoende uit de verf komt. Dit onderwerp is uitermate geschikt om dwarsverbanden met lineaire algebra en groepentheorie te laten zien en om wiskundestudenten te motiveren voor de mathematische fysica.

In Hoofdstuk 8 volgt de relativistische behandeling van de elektrodynamica en het boek wordt besloten met een hoofdstuk over tensoren. Hier wordt een wiskundige behandeling van tensoren op de Minkowskiruimte gegeven, beknopt en helder.

Dit boek is in een aantrekkelijke stijl geschreven en als tekst bij een college lijkt het mij dan ook zeer bruikbaar. Bovendien zijn er bij elk hoofdstuk voldoende opgaven. Maar iets meer wiskunde zou de bruikbaarheid voor met name wiskundestudenten vergroten.

H.G.J. Pijs