

Rob van Oord

Docent wiskunde

Coenecoop College

Dreef 2-6

2741 SR Waddinxveen

robvanoord@tiscali.nl

Onderwijs

Heen en weer voor de klas en boven de stof

Na 2007 vindt er opnieuw een herziening plaats van de Tweede Fase en vanaf 2010 zullen er inhoudelijk nieuwe leerplannen komen. Voor een wiskundeleraar in het voortgezet onderwijs hebben al deze veranderingen ingrijpende gevolgen. Hoe gaat een leraar hiermee om, wat gaat er veranderen en wat blijft er nog bestaan? Rob van Oord, wiskundedocent met meer dan dertig jaar ervaring, geeft een beschouwing over de veranderingen die wiskundedocenten in het wiskundeonderwijs hebben meegemaakt. Tegelijkertijd beschrijft hij de alledaagse praktijk van een hedendaagse wiskundedocent. Over dit onderwerp heeft hij op 28 maart 2006 een voordracht gehouden tijdens het Minisymposium Wiskundeonderwijs in beweging op het 42e Nederlands Mathematisch congres. Tijdens deze voordracht illustreerde hij zijn overtuiging dat wiskundeonderwijs spannend en uitdagend moet zijn door het publiek een puzzel voor te schotelen [1]. Bij stukjes en beetjes werd de oplossing onthuld. Er zat een dubbele boodschap in: de wiskunde(eindtermen) zijn wel in beweging, maar ze veranderen niet, ze worden slechts anders ingedeeld.

De laatste tijd staat het wiskundeonderwijs extra in de belangstelling. Er wordt geschreven over aansluitingsproblematiek en instaptoetsen [2]. Van alle kanten hoor je geklaag. Bovenbouwdocenten vinden dat leerlingen te weinig inzet vertonen, te weinig echt oefenen. Veel basisvaardigheden zijn onvoldoende aanwezig. Ze wijten dat aan de onderbouw, de basisvorming. Niet geheel ten onrechte want de basisvorming (iedereen gelijke kansen) heeft in de ogen van veel docenten voor een aanzienlijke niveaupercentage van het wiskunde onderwijs geleid. De betere (B)leerling

werd nauwelijks uitgedaagd en haalde fluitend hoge cijfers. Daar komt nog bij dat wiskunde in de onderbouw het enige exacte vak is. In de hoeveelheid van vakken wordt een 5 voor wiskunde gemakkelijk gecompenseerd, maar ... in de bovenbouw is het wel een verplicht vak in alle profielen.

Op het wetenschappelijk en hoger onderwijs vinden ze dat leerlingen te weinig algemene vaardigheden hebben. Hooglaren wiskunde, zoals bijvoorbeeld Jan van de Craats, luiden de noodklok in voordrachten en columns. Er wordt gewezen naar de

bovenbouwdocenten en examencommissies, bijvoorbeeld in Van de Craats' voordracht op de openingsbijeenkomst van de SURF-conferentie op 9 maart 2006. Zie www.staff.science.uva.nl/~craats: "Constructiegroepen worden aangestuurd door CITO-medewerkers die onder invloed staan van didactici die geloven in realistisch wiskundeonderwijs, geen kennis hebben van de manier waarop wiskunde in het vervolgonderwijs gebruikt wordt, niet ontvankelijk zijn voor kritiek van afnemers."

Zelfs leerlingen klagen (Lieve Maria) dat ze te weinig geleerd hebben en toch geven de eindtermen voldoende handreikingen tot het leren van mooie wiskunde en voldoende vaardigheden. Ik had deze studenten wel eens willen horen als ze één of twee jaar eerder als leerlingen op de middelbare school een moeilijker examen gehad hadden! Zouden ze dat dan meteen kenbaar gemaakt hebben met Stoute Maria? Ongetwijfeld maakten ze dan eveneens een protestwebsite, want daar besteden ze wel veel tijd aan. Het gemakkelijkste is natuurlijk om 'de anderen' de schuld te geven.

De belangrijkste reden voor al dat geklaag

is volgens mij dat er zo veel veranderingen zijn in het onderwijs, en zeker in het wiskundeonderwijs dat sommige er geen touw meer aan vast kunnen knopen. Je krijgt als wiskundeleraar het gevoel: het gaat te snel, het gaat de verkeerde kant op, maar je kunt er geen invloed op uitoefenen.

De herziening van de Tweede Fase maakte de tongen los. Er is actie gevoerd tegen het voorgenomen plan van de minister om wiskunde B op het vwo van 760 tot 520 studielastuur (SLU) te reduceren, onder het motto: alle vakken zijn gelijk. Gelukkig hebben we de schade kunnen beperken en krijgt wiskunde B 600 SLU op het vwo en 360 SLU (in plaats van de voorgenomen 320) op het havo. Ook de Tweede Fase als zodanig staat onder druk. Al drie jaar geleden gaf Anne van Streun al in dit tijdschrift commentaar op de Tweede Fase [3].

Van kennis naar vaardigheden

Alles moet sneller, leuker, verrassender, actueler, en het mag niet te lang duren. Ik noem dat de *Veronica*-mentaliteit van de huidige maatschappij. Vroeger was kennis belangrijker dan vaardigheden als weten hoe en waar je iets kan vinden, zelfstandig iets kunnen bestuderen, je mening geven over wat je gezien, gehoord of gelezen hebt, een presentatie kunnen houden, spreekvaardigheid.

Veel vakken in de Tweede Fase spelen in op deze nieuwe trend in de maatschappij. Kleine, afgebakende stukjes leerstof: veel visuele ondersteuning, door middel van foto's, cartoons, video, plaatjes en filmpjes op internet, enzovoorts. In dit opzicht wijkt wiskunde af van deze vakken. Bij de wiskunde is nieuwe stof meestal gekoppeld aan oude, sterker nog, het borduurt voort op eerder aangeleerde vaardigheden. De *zap*-cultuur van nu vraagt om pakkende slogans, korte issues, liefst met beelden verlichtigd.

Natuurlijk zouden we een *PowerPoint* dia-voorstelling van de wiskundelessen kunnen maken of —nog nieuwerwets— een smartboardvoorstelling. Alleen dan ben ik bang dat de leerlingen wel eventjes geïnteresseerd naar het scherm zitten te kijken, maar dat de aandacht na drie of vier dia's verslapt en ze lui worden. Want alles wat de docent gaat zeggen komt wel op het scherm. Ik heb liever dat de leerlingen goed opletten, meedoen met de uitleg en de voorbeelden, zodat ze de docent kunnen betrappen op foutjes of tegenstrijdige uitspraken of onduidelijkheden. Als u een idee heeft waarmee leerlingen buiten school allemaal bezig zijn, dan kunt u zich voorstellen dat je als docent alle zeilen moet

bijzetten om voor hen het wiskundeonderwijs aantrekkelijk te maken. Zinnige of liever betekenisvolle wiskunde, dat zal niet meevallen. Ik vind dat de wiskundeleraar daar toch zijn best voor moet doen [4]. De leerlingen willen een beloning; het liefst in de vorm van een hoog cijfer. Maar ook kleine beloningen werken stimulerend.

Denk in dit verband aan de hoge vlucht die de kangoeroewedstrijd doormaakt. De wedstrijdvorm, overal op tv te zien spreekt kennelijk aan. Van *Lingo* tot *2 voor 12*, van *Nationaal dictee* tot *Nationale Wetenschapsquiz*, iedereen vindt wel een wedstrijd of quiz van zijn gading waaraan hij, bij voorkeur zittend op de bank bij de tv, mee meedoet.

Stelt u zich voor, het is maandag het eerste uur. De leerlingen 4 havo wiskunde A komen het lokaal binnen. Denkt u dat ze meteen klaar zitten met een houding van: zo meneer, wilt u ons weer mooie dingen uit de wiskunde leren?

De leerlingen van nu scheiden hun schooltijd veel meer van hun vrije tijd dan pakweg twintig jaar geleden. In elke huiskamer staat een pc, die vooral door de jeugd intensief gebruikt wordt. Denkt u niet dat ze daar allerlei leerzame informatie op zoeken. Nee, chatten, SMS-en en LAN-spelen, liefst met een groep, daarmee houden de cohorten leerlingen zich bezig. Het weekend begint voor hen echt na het laatste lesuur op de vrijdag. De hele wereld staat voor hen open op internet. Daarnaast doen veel leerlingen in hun vrije tijd aan sport, en hebben ze een baantje om kleding, muziek, uitgaan te kunnen bekostigen.

De maatschappij vraagt niet meer naar leerlingen die veel kennis hebben, maar die vaardig zijn in veel zaken. Weten waar je iets opzoekt, je mening goed onder woorden kunnen brengen, een verslag of werkstuk maken van iets wat je hebt meegemaakt of uitgezocht, spreekvaardigheid, een kritische houding. Had de leerling vroeger een paar hoofdvakken, waaronder wiskunde, waaraan ze al hun energie besteedden, nu wordt door veel meer vakken aandacht gevraagd.

Veranderingen in het (wiskunde)onderwijs: van klassikale les naar zelfwerkzaamheid

Het lijkt wel of elke maatschappelijke verandering die tot politieke veranderingen leidt, zijn weerslag vindt in het onderwijs. Omdat onderwijs van iedereen is kun je hier politiek altijd mooi op scoren. De Mammoetwet, afschaffing van HBS, gymnasium, ulo, mulo en mms, leidden tot mavo, havo en vwo. Lager beroepsonderwijs en nijverheidsonderwijs werd vmbo. Vervolgens komen middenschool en basisvorming, vakkenpakketten en

doorstroomprofielen. Keuzes van leerlingen moesten langer kunnen worden uitgesteld. Veel leerlingen bleken in het vervolgonderwijs te stranden, vanwege zogenoemde pretpakketten. Het niveau van bepaalde vakken zakte. Leerlingen werd te veel opgedragen wat ze moesten doen zonder dat ze zich daar verantwoordelijk voor voelden. Het onderwijs van de vakkenpakketten voldeed niet aan de eisen van de maatschappij. Plannen voor studiehuis en Tweede Fase werden gemaakt. De leerlingen moesten meer zelf verantwoordelijk zijn voor hun leerprestaties.

Het hebben van kennis verdwijnt naar de achtergrond, het beschikken over vaardigheden komt op de voorgrond. Actief en zelfstandig studeren is nu het devies. Veranderingen in het onderwijs volgen maatschappelijke veranderingen op de voet. Het Studiehuis en de Tweede Fase komen op tafel. Beter aansluiting op het vervolgonderwijs, maar doorstromen wordt moeilijker. Intrede van de pc en daarmee een onuitputtelijke bron van informatievoorziening dringen klassikale lessen naar de achtergrond. De mediatheek is momenteel het drukst bezochte lokaal van de school.

Actief en zelfstandig leren:

Gaf je vroeger nog huiswerk op, nu zijn er de werkwijzers. Drie keer per jaar krijgen de leerlingen (voor alle vakken) een overzicht waarin per week staat wat de leerdoelen zijn en de vaardigheden die ze gaan aanleren. In de les wachten ze niet op het startsein van de leraar, ze gaan meteen aan de slag met waar ze gebleven zijn.

Zelfverantwoordelijk leren:

Lessen waarin de docent het hele uur bezig is met uitleg van de stof of bespreking van het huiswerk zijn uit den boze. De Tweede Fase docent geeft hooguit een korte instructie, of een aanwijzing waar de leerling de belangrijkste begrippen kan vinden. Voor wiskunde betekent dit dat weinig opgaven worden besproken in de les. De stof wordt uitgelegd, dan moet de leerling ermee aan de slag. De methoden hebben antwoordenboekjes en uitwerkingen op een cd-rom. Vaak heeft de docent een map met uitwerkingen voor in de klas liggen die de leerlingen kunnen raadplegen. De leerlingen komen individueel hulp vragen bij de docent. De praktijk is dat leerlingen niet meer allemaal met dezelfde paragraaf bezig zijn. Meestal lopen ze achter bij de werkwijzer. De docent pikt er af en toe een voor de stof representatieve, of moeilijke opgave uit om samen met de klas te doen. Het lijkt de

kant op te gaan dat de methoden de rol van de docent overnemen, dan wel marginaliseren. Hoe dan ook: De *rol van de docent* is veranderd. De docent stuurt het programma, helpt bij problemen. Er is minder contacttijd dan gewenst, omdat veel scholen *banduren of keuzeuren* hebben ingelast. Daarin kiest de leerling voor welk vak hij gaat werken/leren. Was er voor de Tweede Fase een minimumlesentabel waarin het (minimum) aantal lessen (van 50 minuten) was vastgelegd, nu hanteren schooldirecties een omrekeningsfactor waarmee het aantal uren (van 45 minuten) contacttijd wordt bepaald. Dit kan per school nogal verschillend uitvallen. Vooral veel wiskundevakken hebben naar mijn smaak een te gering aantal uren contacttijd.

Ook heeft *de toetsing* een andere rol gekregen. Voor de gehele bovenbouw is er van alle vakken een *Plan van Toetsing en Afsluiting* (PTA). Hierin ligt nauwkeurig vast welke onderdelen, in welke periode, met welke weging nader gespecificeerde stukken leerstof worden afgenomen. De afgenomen toetsen worden bewaard in een dossier, dat nog tot een jaar na het behalen van het diploma op school bewaard wordt. Het schoolexamencijfer wordt opgebouwd uit de dossiercijfers. Leerlingen weten dat alleen de dossiertoetsen meetellen voor het eindexamen en zijn geneigd om het leren voor voortgangstoetsen uit te stellen, want die tellen toch niet mee. Gevolg voor wiskundeonderwijs: toetsen worden niet meer afgenomen aan het eind van een hoofdstuk, maar in toetsweken waarin elk vak een toets mag plaatsnemen. Als wiskundedocent ben je wel gedwongen om aan die toetsen een dossierweging te geven, want anders bestaat het gevaar dat er niet voor geleerd wordt. Omdat het aantal verplichte vakken veel groter is dan voor de Tweede Fase, is de status van het vak wiskunde veel lager: het is slechts een van de vele vakken. Een onvoldoende voor wiskunde is niet zo erg. Het wordt gecompenseerd door andere cijfers.

Algemene vaardigheden

Naast de specifieke eindtermen van de vakinhoud staan ook voor wiskunde algemene vaardigheden in het examenprogramma vermeld, zoals informatievaardigheden, onderzoeksvaardigheden, oriëntatie op studie en beroep. In de volgende paragraaf kom ik hier op terug.

Veranderingen in het wiskundeonderwijs: van rijen oefensommen naar contextproblemen

Wat te denken van de veranderingen die een (iets oudere) wiskundedocent allemaal

heeft meegemaakt. Wat er allemaal verzonnen wordt, door het ministerie, door vakontwikkelgroepen, door schrijvers van de wiskundemethoden, de docent op de werkvloer moet het allemaal maar doen.

Als leerling op de middelbare school in mijn tijd had je drie vakken wiskunde: goniometrie, analytische meetkunde en stereometrie. Drie mooie cijfers op je lijst als het meezat. Toen kwam de Mammoetwet. Wiskunde I voor alle leerlingen op het vwo en wiskunde II voor de bollebozen. Dat veel leerlingen in deze periode een hekel aan wiskunde kregen vind ik wel begrijpelijk. Congruentiebewijzen en ingewikkelde letterformules die moesten worden vereenvoudigd zoals in de tweede klas havo/vwo waren een crime. Een groot aantal afspraken om tot het tekenen van een grafiek te komen, veel oefenen met differentiëren en integreren, parameterkrommen zonder tekening erbij en gekunstelde modulusfuncties die daarmee in één formule eigenlijk twee functies definieerden met verschillende domeinen, en daarmee niet-differentieerbare situaties, dit soort opgaven waren voor de eenvoudige leerling 5V en 6V hoofdbrekend. Als beginnend docent werd ik geconfronteerd met kansrekening en statistiek. Met de rommelige colleges van Freudenthal als inhoudelijk en didactisch voorbeeld in gedachte —mijn tot dan toe enige ervaring met deze tak van wiskunde— beloofde dat niet veel goeds. Gelukkig maakte ik me de beginselen van kansrekening en statistiek snel eigen, en vonden de leerlingen het ook niet zo moeilijk. Vervolgens kwam middenschool en basisvorming. Vakkenpakketten en doorstroomprofielen. Wiskunde A doet zijn intrede. Wiskunde A moet de belangstelling en het nut van wiskunde voor iedereen onderstrepen: realistisch wiskundeonderwijs. Maatschappelijk relevante onderwerpen, sommen uit contexten, samenhang met andere vakken. De wiskunde van Jan de Lange, zich op Hans Freudenthal beroepend. In die tijd werden er nog inhoudelijke nascholingen gegeven. Met drie collega's gingen we een jaar lang op nascholing in Delft, naar Agnes Verweij. Sommetjes maken, maar vooral ook discussies over het hoe en waarom. Daarna de praktijk in de lessen. Wiskunde wordt door de leerlingen niet meer als bijzonder vak beleefd, wiskunde A is een soort aardrijkskundevak geworden. Grote groepen B-leerlingen doen wiskunde A er fluitend bij. Het kostte ons enkele jaren om te wennen aan de veranderde status van het vak. Op mijn school heeft Jan Breeman ons er toen doorgesleept. En dan, bij de invoering van de profielen kreeg elk profiel zijn speci-

fieke wiskunde. Zo wordt de docent havo/vwo geacht om nu op acht niveaus wiskunde te geven. WiA1 en WiA1,2 in de maatschappij profielen, WiB1 en WiB1,2 in de gezondheid profielen.

De grafische rekenmachine

Gepaard gaand met deze profilering van de wiskunde maakte de gewone rekenmachine plaats voor de *Grafische Rekenmachine* (GR). Het tekenen van een grafiek werd een koud kunstje. Nooit meer sommen met een volledig onderzoek van een functie. "Gelukkig maar," dachten de leerlingen, want als je daar een foutje in had, kon je meestal ook de volgende vragen niet volledig beantwoorden. Dat het door velen verguisde apparaat ook didactische voordelen heeft is minder bekend. Zo deed ik vroeger twee lessen over de geboorte van het Eulergetal e . Het maken van de tabel van de hellingen van de grafiek van de functie $v(x) = 2^x$ ('de vader' van e) kostte een les, en die van $m(x) = 3^x$ ('de moeder') kostte nog een les. Nu kan ik aan het eind van één les de klas feliciteren met de geboorte van dit mooie nieuwe getal en beschuit met muisjes uitdelen. De aandacht bij de wiskunde in de Tweede Fase is naar modelleren en redeneren gegaan. Met de GR in de hand kun je nu veel interessante problemen onderzoeken. Veel rekenwerk (functiewaarden uitrekenen) kan snel met de GR gedaan worden, als je wilt in een tabel. Helaas zijn er leerlingen die zich zonder dit apparaat volledig onthand voelen. Ze rekenen er alles mee uit. Maar voor een deel ligt dat ook aan de docenten die dit toestaan.

ICT en onderzoeksvaardigheden.

Een onderdeel van het schoolexamen wiskunde is *de praktische opdracht* (PO). Deze moet in groepsverband van tenminste drie leerlingen gemaakt worden. De PO bepaalt twintig tot veertig procent van het schoolexamencijfer dat weer de helft van eindexamencijfer bepaalt. Bij het maken van de PO spelen samenwerking en ICT-vaardigheden een grote rol met het gevaar dat er ook veel van internet gekopieerd kan worden. Van leerlingen wordt geëist dat ze een goed verslag van de opdracht kunnen maken. Maar een wiskunde PO moet wel enig wiskundig niveau hebben. Zo moet er eigenlijk al in de onderbouw op worden voorbereid. Goed overleg met de docenten in de onderbouw is ook hiervoor noodzakelijk.

Hoe een school de PO opneemt in het plan van toetsing en afsluiting (PTA) kan heel verschillend zijn. Mijn leerlingen krijgen in vwo

4 een voorbereidende PO over producten van lineaire functies: lijn \times lijn = parabool, maar is het omgekeerde ook waar? Parabool / lijn = lijn? Wanneer wel/niet? Wat krijg je met parabool \times lijn of parabool / lijn? Waar zitten alle toppen van een familie? Ik deel de klas op in tweetallen die elk een eigen opdracht krijgen op het niveau waarvan ik denk dat ze het aankunnen. In het verslag moet wel wiskunde staan. Een punt is voor wie iets origineels of speciaals heeft gevonden. Elk jaar zie ik weer werkstukken van groepjes die iets moois hebben gevonden.

In vwo 5 krijgen ze een *computeropdracht*: zelf het programma *Telproblemen* doorwerken, aantekeningen maken, en afsluiten met een individuele toets (vijf procent van het dossier). Goed voor hun zelfvertrouwen want er kan hoog gescoord worden. Dan *de echte PO* (vijftien procent van het dossier). De liefhebbers doen in groepjes van vier mee met de *wiskunde B-dag*, een internationale wedstrijd voor teams. In 2004 ben ik voorzichtig begonnen met meedoen. Dit jaar had ik er meer vertrouwen in. Ik beloofde de deelnemers dat ze geen onvoldoende konden halen als ze meededen. Dit resulteerde in deelname van bijna

de hele klas. Op de wedstrijddag nam ik het werk in, beoordeelde het met een voorlopig cijfer, schreef er opmerkingen bij waar ik nog verbeteringen verwachtte, en gaf ze nog twee weken de tijd om een verbeterde versie in te leveren. De overige leerlingen laat ik een PO maken over het fileprobleem. Dit gaat over een formule van de doorstroming van een rij auto's —met wel met behoorlijk wat wiskunde erin.

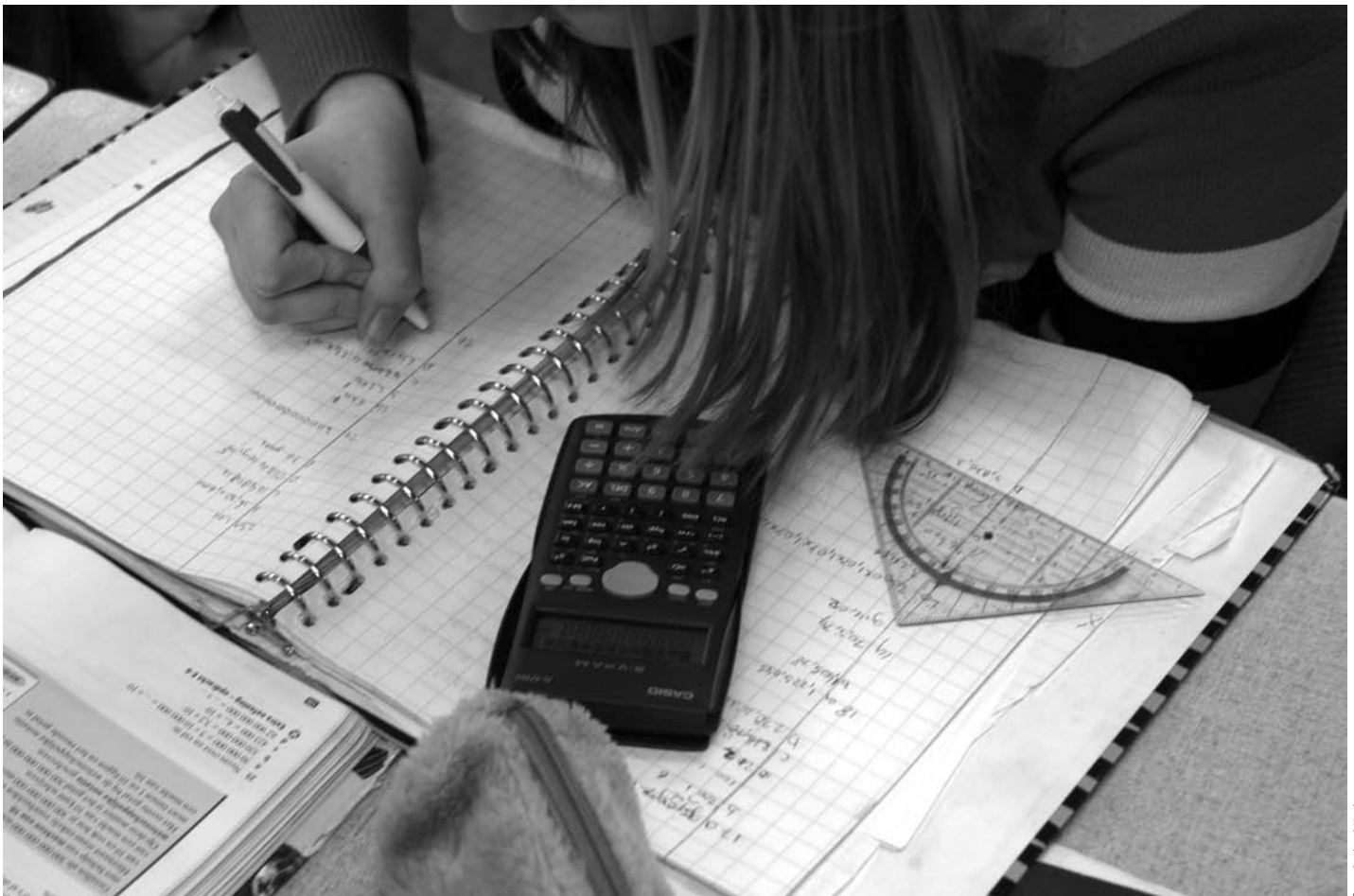
Nieuw

in de Tweede Fase bij wiskunde op het vwo is het keuzeonderwerp, het zogenaamde *zebrablok*, een naam die ooit door Jan Breeman is bedacht. Op de kaart met domeinen en studielasturen van het programma voor de Tweede Fase stonden een aantal gestreepte blokken. De studielast van deze blokken moest besteed gaan worden aan een keuzeonderwerp. Voor er sprake was van de Tweede Fase maakten Jan Breeman en ik al kleine boekjes voor vwo 4 over allerlei onderwerpen waarin wiskunde een rol speelt. Omdat onze school rijkelijk bedeed was met vier uur wiskunde in vwo 4, lieten we de leerlingen zelfstandig enkele van die boekjes doorwerken. Ze de-

den dit met veel plezier. Nu in de Tweede Fase kiezen mijn leerlingen zelf een onderwerp uit een van de titels van de zebra-reeks. Voor iedere leerling zit er wel een interessant onderwerp bij waarmee hij aan de slag wil. Ze werken het boekje in hun eentje en zonder hulp of uitleg van mij door, zoeken in overleg met mij een extra opdracht uit. Dan komt de presentatie aan de hele klas. Maximaal vijftien minuten. Steeds vaker zie ik een mooie PowerPoint-presentatie. Een helder en duidelijke uitleg. Een bevlogen verhaal over de extra opdracht. Dan moet het logboek en het schrift met de uitwerkingen worden ingeleverd. Het cijfer (vijf procent van het dossier) is nooit onvoldoende. Het zebra-blok vind ik een niet meer weg te denken onderdeel van de wiskunde in de Tweede Fase (zie ook [5]).

Veranderingen in het onderwijzen van wiskunde: van krijtje naar applet

Mag je nog wel een hele les uitleg geven met een krijtje op het bord? Een gevolg van de Tweede Fase is dat de schoolboeken (*methoden*) zo compleet mogelijk proberen te zijn. Op de eerste bladzijden van elk boek wordt uitgelegd wat de leerdoelen zijn, hoe je het



boek moet gebruiken, hoe het is ingedeeld, hoe je je zelf kunt toetsen, waar de extra oefening staat, er staan suggesties voor een praktische opdracht, enzovoorts. Dan is er een cd-rom waarop de uitwerkingen van de opgaven staan, er zijn animaties en applets waarin bepaalde stukjes leerstof of vaardigheden worden uitgelegd. Ik durf te stellen dat de meeste wiskundeleraars het boek bijna letterlijk volgen. Enige probleem voor hen lijkt te zijn welke opgaven geschrapt kunnen worden. Dit vind ik een kwalijke zaak. Het boek moet ondersteunend zijn. Er moet voldoende uitleg in staan en een samenvatting van de te berekenen leerdoelen. Maar bij de manier waarop de leerling die doelen bereikt neemt een aantal methoden te veel het heft in handen. Een voorbeeld hoe het moet, en doe maar na. Ik pleit ervoor dat docenten (weer) meer zelf het heft in handen nemen. Samen met de leerling zelfontdekkend leren. Wat is er mooier dan dat een leerling zelf de 'aha'-beleving heeft wanneer hij een bepaald begrip snapt door het zelf gevonden te hebben. Samen aan het werk terwijl het hele bord vol komt te staan met tabellen, formules, tekeningen, diagrammen in allerlei kleuren: heerlijk, fantastisch. Ik zou legio voorbeelden kunnen aanhalen waarbij je de leerlingen dit gevoel kunt laten beleven. De grafische rekenmachine kan hierin een belangrijke rol spelen. Als 'checker', of als hulpje bij het ophalen van rekenregeltjes. Ik geef altijd opgaven op proefwerken die ze zonder GR moeten maken. Ook vergelijkingen oplossen, maximum/minimum, oppervlakte, inhoud berekenen laat ik meestal exact doen. Het is natuurlijk leuk dat de GR dat ook kan, maar het weten indrukken van de juiste knop-

pen kan nooit het doel van wiskundeonderwijs zijn. Toch wringt hier de schoen. De leerlingen wordt verweten dat ze niet meer kunnen rekenen. Het zij zo. Ik denk dat veel oefenen met rekenen weinig extra gecijferdheid oplevert, ook al zou je er de tijd voor nemen in je lessen. Ik denk dat de GR veel kan bijdragen tot een beter begrip van allerlei wiskunde. Als didactisch hulpmiddel zou ik hem niet meer willen missen. Zoals bij de geboorte van het getal e . Een ander voorbeeld: wat is x^{-1} ? Probeer eerst 2^{-1} en 3^{-1} , eventueel met de toets maak breuk, dan snappen ze ook dat x^{-1} hetzelfde als $1/x$ is. Leer ze dat 2^{-1} in het rijtje $2^3 = 8$, $2^2 = 4$, $2^1 = 2$, $2^0 = 1$ hoort. Telkens wanneer een negatieve exponent op de proppen komt, probeer ik hen te laten refereren aan het ontstaan van het begrip dat erachter zit. Daarbij kan de GR een prachtige rol spelen.

Er is veel kritiek op de contextwiskunde. Vaak worden er door schrijvers van de methoden contexten met de haren bij gesleept omdat de formule dan praktisch lijkt. Zo is er een opgave over twee fietsers, van de een is de tijd-afstand-grafiek een rechte lijn, die rijdt dus met een constante snelheid, van de ander is het een stuk van de grafiek van een derdegraads functie. Als je dan uitrekent dat op $t = 0$ de snelheid 60 km/u is, dan klopt er iets niet. De kritiek op dit soort opgaven vind ik terecht. Ook zouden er in examens in overvloed oneigenlijke contexten staan. Dit laatste bestrijd ik. Maar het kan ook anders, het moet anders. Er zijn voldoende zinvolle contexten die ook een mooi stuk wiskunde inleiden. Of waarop de theorie kan worden toegepast. Dit kunnen ook situaties zijn uit

de wiskunde zelf. Wat is de helling van een grafiek? Hoe kun je die redelijk benaderen? Hoe vouw je een bakje van een A4-tje met zo groot mogelijke inhoud? (Eerst echt laten vouwen natuurlijk, liefst een heel nest van bakjes). Staartdelen (met letters), hoe moet dat? Wat is er aan de hand als de staartdeling uitkomt? Hoe kun je een *perforatie* maken in een grafiek? Hoe gedraagt de hellingfunctie van een exponentiële grafiek zich? Hoe maak je een regelmatige achthoek uit een cirkel? En hoe uit een vierkant? Waarom is $2^{2 \log_8 8}$ gelijk aan 8? Ik probeer mijn leerlingen inzichtelijk te laten leren. Ik laat ze eerst de samenvatting van een hoofdstuk lezen, en wil dat ze dan bij het maken van de opgaven deze in gedachten houden. Als je het snapt hoeft je niet per se alle opgaven te maken. Maak een keuze. Houd jezelf voor wat je geleerd hebt.

Tenslotte zou ik nog willen opmerken dat ik hoop dat het competentiegerichte onderwijs op de leraaropleidingen ruim aandacht geeft aan de competenties: ... heeft voldoende rekenvaardigheid en ... staat voldoende boven de leerstof. Elke wiskundeleraar zou moeten weten hoe je een hoek van 60° vouwt [6] en moeten kunnen bewijzen dat hij echt 60° is, en hoe je een parabool vouwt. Zo kan ik nog vele voorbeelden noemen. Alleen als je voldoende boven de stof staat ben je in staat om interessante wiskunde aan de leerlingen voor te schotelen, zelfontdekkend leren te begeleiden door de juiste vragen te stellen, de juiste vaardigheden op te halen, de juiste dwarsverbanden te leggen. Kortom om spannende en uitdagende lessen te geven. ←

Referenties

- 1 Rob van Oord, 'Een puzzel', *Euclides* **81** (2005), pp. 104–106.
- 2 Rob van Oord, 'Aansluiting vwo - TU', *Euclides* **81** (2006), pp. 242–247.
- 3 Anne van Streun, 'Gerommel aan de Tweede Fase', *Nieuw Archief voor Wiskunde, vijfde serie* **4**(1) (2003), pp. 56,57.
- 4 P.J. Palmer, 'De goeroe van het nieuwe leren?', *Euclides* **81** (2005), pp. 117–119.
- 5 Rob van Oord, 'De Tweede Fase en het zebra-blok', *Euclides* **78** (2002), pp. 86–89.
- 6 Hans Melissen en Rob van Oord, *Schuiven met auto's, munten en bollen*, 2001, Epsilon Uitgaven, Utrecht.