

Marjolein Dohmen-Janssen

Faculteit Construerende Technische Wetenschappen

Civiele Techniek

Afdeling Waterbeheer

Universiteit Twente

Postbus 217

7500 AE Enschede

c.m.dohmen-janssen@ctw.utwente.nl

Vakantiecursus

Hoe ontstaan tsunami's?

Op de Vakantiecursus 2006 met als thema 'Actuele Wiskunde' heeft Marjolein Dohmen-Janssen, onderzoeker op het gebied van waterbeheer aan de Universiteit Twente, de wiskundige achtergrond van de Tsunami besproken. Meestal gebeurt dit aan de hand van een of andere variant van de Korteweg-De Vriesvergelijking; hier is gekozen voor en zeer toegankelijke benadering vanuit de golfenfyica.

Op zondag 26 december 2004 werd Zuidoost-Azië getroffen door een van de zwaarste aardbevingen uit de geschiedenis. De magnitude was tenminste 9,0 [1]. Deze aardbeving, waarvan het epicentrum ongeveer 150 km ten westen van het Indonesische eiland Sumatra lag, veroorzaakte een vloedgolf – een *tsunami* – die tot enorme overstromingen leidde in de kustgebieden langs de Indische Oceaan: van Sumatra en Thailand tot aan Sri Lanka, India en zelfs Somalië. Ongeveer driehonderdduizend mensen kwamen om het leven en miljoenen raakten gewond en/of dakloos.

In dit artikel leggen we eerst kort uit hoe een tsunami ontstaat. Vervolgens gaan we uitgebreider in op de voortplanting van tsunami's over de oceaan en de veranderingen die optreden wanneer een tsunami de kust nadert. Daartoe laten we eerst zien hoe golven wiskundig te beschrijven zijn.

Een tsunami is een voorbeeld van een *lopende lange* golf. We hebben ervoor gekozen geen volledig overzicht van de theorie van (lange) golven te geven (zie hiervoor bijvoorbeeld [2]). In plaats daarvan presenteren we enkele karakteristieken van lopen-

Figuur 1 Linksboven: kaart van Banda Atjeh met de oorspronkelijke en de nieuwe kustlijn, het gebied dat grotendeels verwoest is en het gebied dat overstromd is. De oranje symbolen geven de verplaatsing weer van twee schepen door de tsunami. (Het linker schip, van meer dan 1000 ton, werd door de tsunami ruim 3 km landinwaarts meegesleept.) Het kader geeft de locatie aan van de satellietfoto's die eronder worden weergegeven. De getallen geven de waterdiepte in meters ten gevolge van de tsunami. De werkelijke overstromingsdiepte was nog ongeveer een meter hoger als gevolg van het getij op het moment van de tsunami (uit [5] op basis van data uit [11]). Rechtsboven: berekende verplaatsing van de zeebodem als gevolg van de aardbeving. Links: verticale verplaatsing, rechts: horizontale verplaatsing [7]. De dikke zwarte lijn geeft de rand van de Indo-Australische plaat weer. De dunne zwarte lijn geeft de kustlijn van noordwest-Sumatra en de omliggende eilanden aan. De getallen langs de horizontale en verticale assen geven respectievelijk de graden noorderbreedte en oosterlengte. Onderste twee foto's: Noordkust van Banda Atjeh, vóór en na de tsunami van 26 december 2004 [12].

de golven. Lopende golven zijn er in vele verschijningsvormen. De meest bekende zijn de 'gewone' golven op zee. Dit zijn korte golven. Het getij en een tsunami zijn voorbeelden van lange golven. We zullen laten zien dat de karakteristieken van 'gewone' (korte) golven en van lange golven (zoals tsunami's) twee uitersten vormen. Aan de hand hiervan worden de overeenkomsten en de verschillen duidelijk tussen korte en lange golven (en dus tussen 'gewone' golven en tsunami's) en wordt duidelijk hoe tsunami's zich voortplanten en hoe ze veranderen nabij de kust.

Daarna gaan we nog iets specifieker in op de voortplanting van de tsunami van 26 december 2004 over de oceaan om vervolgens te laten zien waarom tsunami's zulke desastreuze gevolgen kunnen hebben (in tegenstelling tot gewone golven terwijl die vaak veel hoger zijn). Tot slot staan we kort stil bij de (on)mogelijkheden om de gevolgen van een dergelijk natuurverschijnsel te beperken.

Oorsprong tsunami's

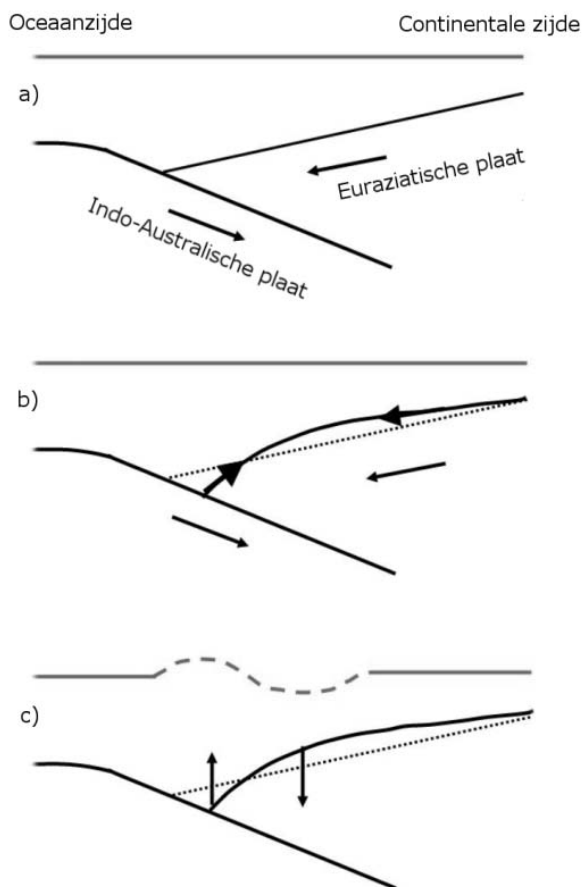
Om een tsunami te genereren is een mechanisme nodig dat in korte tijd een grote hoeveelheid water verplaatst. Een voorbeeld van zo'n mechanisme is een aardbeving die plaatsvindt in de aardkorst onder water. Niet elke aardbeving onder water veroorzaakt een tsunami. Twee platen die horizontaal langs elkaar schuiven kunnen wel een aardbeving veroorzaken, maar hierbij zal nauwelijks water verplaatst worden. Er moet een verticale beweging plaatsvinden van de zeebodem. Bovendien moet de aardbeving behoorlijk sterk zijn (magnitude $> 7,0$) en niet te diep onder de zeebodem plaatsvinden. Als een tsunami wordt opgewekt, hangt het ook nog af van de diepte van het water waaronder de aardbeving plaatsvindt of de tsunami zo hoog wordt als in december 2004. Als de aardbeving onder een ondiepe zee of oceaan plaatsvindt, is het verschil in waterdiepte tussen de plaats van ontstaan en het kustgebied klein. Daardoor is ook het verschil in voortplantingssnelheid van de tsunami klein en zal de hoogte van de golf weinig toenemen. De aardbeving van 26 december 2004 vond

Grootheid	Symbool	Eenheid	Omschrijving	Engels
Golfhoogte	H	m	Afstand tussen golftop en golfdal	Wave height
Golflengte	L	m	Afstand tussen twee golftoppen	Wave length
Amplitude	a	m	Maximale uitwijking wateroppervlak t.o.v. gemiddeld zeeniveau	Amplitude
Golfperiode	T	s	Tijdsduur tussen passeren twee golftoppen	Wave period
Voortplantingsnelheid	$c = L/T$	m/s	Snelheid waarmee individuele golf zich voortplant	Wave celerity
Hoekfrequentie	$\omega = 2\pi/T$	rad/s		Angular frequency
Golfgetal	$k = 2\pi/L$	rad/m		Wave number
Oppervlakte-uitwijking	$\eta(x, t)$	m	Niveau van de waterspiegel t.o.v. de gemiddelde waterstand	
Golfsteilheid	H/L	–	Verhouding tussen golfhoogte en golflengte	Wave steepness

Tabel 1 Gebruikte terminologie bij lopende golven

plaats onder een ruim 1 kilometer diep zeegebied.

De aardkorst bestaat uit verschillende platen die ten opzichte van elkaar bewegen. Voor de westkust van Sumatra schuift de Indo-Australische plaat geleidelijk naar het noordoosten onder de Euraziatische plaat (figuur 2a). Door de schuifweerstand tussen



Figuur 2 Schematische weergave van de tektoniek van het gebied rond Sumatra en de beweging van de aarde vóór en tijdens de aardbeving. De Indo-Australische plaat duikt onder de Euraziatische plaat (a). Door de schuifweerstand tussen deze twee platen trekt de onderduikende plaat de overliggende plaat een stukje mee naar beneden en buigt de laatste op (b). Als de spanning te groot wordt 'schie' de bovenliggende plaat los en strekt weer. Als gevolg hiervan wordt het water aan de oceaanzijde omhoog gedruwd en daalt het waterniveau aan de continentale zijde (c).

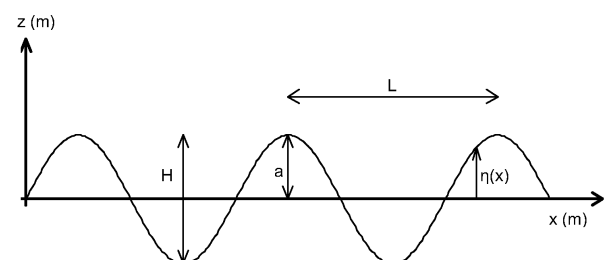
de twee platen wordt de Euraziatische plaat meegetrokken naar beneden en buigt de plaat op (figuur 2b). Bij de aardbeving is de Euraziatische plaat 'losgeschoten' en ongeveer twintig meter langs het breukvlak verplaatst. Het breukvlak maakt daar een hoek van 13° met het horizontale vlak, wat resulteert in een verticale verplaatsing van ongeveer 4,5 meter. Door de ontspanning is het opgebogen deel weer gestrekt. Dit losschieten en strekken heeft een stijging van de zeebodem en dus van de waterspiegel aan de oceaanzijde en een daling aan de continentale zijde veroorzaakt (figuur 1 rechtsboven en figuur 2c).

Deze verstoring plant zich vervolgens voort als een lopende golf. Door de specifieke configuratie zoals hierboven beschreven was het front van de tsunami-golven aan de westkant een top en aan de oostkant een dal, het laatste merkbaar als een zich aanvankelijk terugtrekken van de zee aan de kusten van Sumatra en Thailand. Het brongebied van de aardbeving en dus van de waterspiegelverstoring strekte zich uit over een gebied van circa 400×200 km (zie figuur 1 rechtsboven). Dit betekent dat een tsunami gegenereerd wordt met golflengtes van deze grootteorde.

Karakteristieken van lopende golven

Definities en voorbeelden korte en lange golven

Om te beginnen presenteert figuur 3 een definitieschets van een lopende golf.



Figuur 3 Definitieschets van een lopende golf

Tabel 1 geeft een overzicht van de gebruikte terminologie. Lopende golven zijn het gevolg van een overdracht van energie. De 'gewone' golven worden veroorzaakt door de wind en worden

daarom windgolven genoemd. Het getij wordt veroorzaakt door de aantrekkingskracht tussen aarde en maan. Tsunami's worden veroorzaakt door bijvoorbeeld een aardbeving of door een landverschuiving of een vulkaanuitbarsting onder water.

- Golven worden 'kort' genoemd, of 'diepwatergolven' wanneer de *waterdiepte* waarover de golven zich voortplanten *groter* is dan de halve *golflengte*: $h \geq \frac{1}{2}L$ of $L \leq 2h$
- Golven worden 'lang' genoemd, of 'ondiepwatergolven' wanneer de *waterdiepte* waarover de golven zich voortplanten *kleiner* is dan $\frac{1}{20}$ van de *golflengte*: $h \leq \frac{1}{20}L$ of $L \geq 20h$

Voor een typische windgolf op de Noordzee met een golfperiode van 7 s is de golflengte ongeveer 75 m (zie later). Dit betekent dat dit een korte of diepwatergolf is in waterdieptes van ongeveer 35 m of meer. De diepte van de Noordzee is 30–40 meter en dus is dit inderdaad een korte of diepwatergolf; tenminste wanneer de golf zich voldoende ver uit de kust bevindt. Deze golf wordt een 'lange' of 'ondiepwatergolf' in waterdieptes van ongeveer 4 meter. Dichtbij de kust gedragen windgolven zich dus als ondiepwatergolven. Tsunami's hebben golflengtes in de orde van honderden kilometers. Zelfs op oceanen van enkele kilometers diep gedragen deze zich dus altijd als lange of ondiepwatergolven (voor $L = 200$ km: $h \leq 10$ km).

Oppervlakte-uitwijking

Voor een eerste benadering van de voortplanting van golven wordt gebruik gemaakt van de lineaire golftheorie. Deze gaat ervan uit dat de verstoringen ten gevolge van de golven klein zijn; oftewel dat de golfhoogte klein is ten opzichte van de waterdiepte en de golflengte ($H/h \ll 1$, $H/L \ll 1$). In dat geval is de uitwijking van het wateroppervlak te schrijven als:

$$\eta(x, t) = a \sin(\omega t - kx) \quad (1)$$

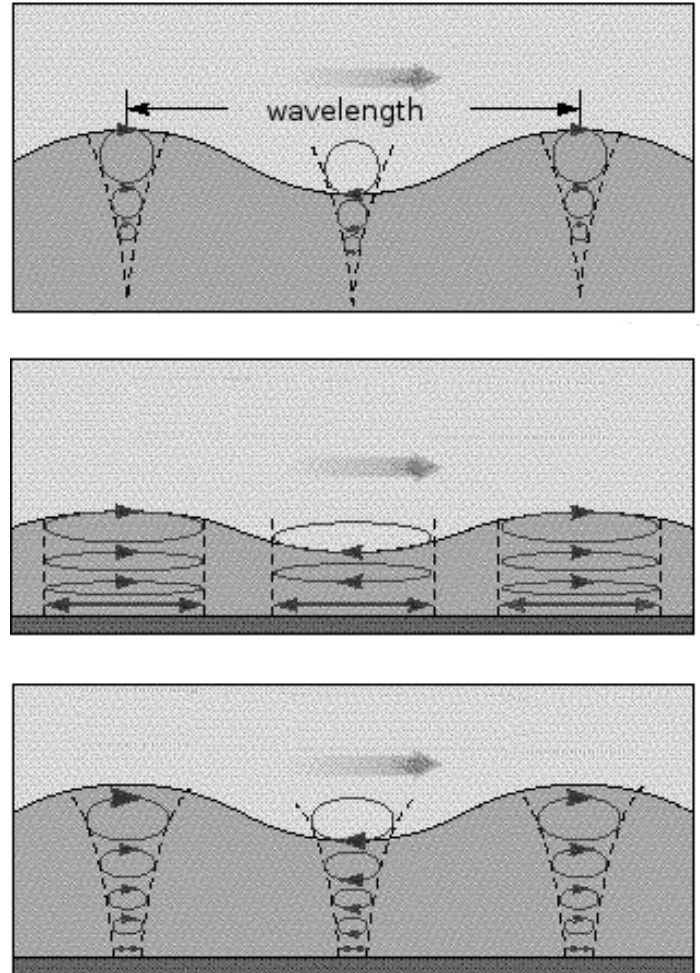
Woordenlijst seismologie

Hypocentrum = locatie van de aardbevingshaard

Epicentrum = de plaats aan het aardoppervlak recht boven het hypocentrum

Magnitude = de maat waarmee de sterkte van een aardbeving wordt weergegeven. Omdat aardbevingen grote variaties in sterkte hebben, zijn de magnitudeschalen logaritmisch. Er zijn verschillende magnitudeschalen. De bekendste is die van Richter, die gebaseerd is op de grootste amplitude van het seismogram, gemeten met een standaard seismometer en gecorrigeerd voor de afstand. Andere schalen zijn bijvoorbeeld gebaseerd op oppervlaktegolven (*surfacewave magnitude*) of ruimtegolven (*bodywave magnitude*). De meest recente schaal is de momentmagnitudeschaal, die afgeleid is van het seismisch moment. De in dit artikel genoemde magnitude is de momentmagnitude M . Tot $M = 6$ komt de schaal van Richter ongeveer overeen met deze schaal. Daarboven wijken deze schalen van elkaar af en geeft de schaal van Richter een te lage waarde (dit heet verzadiging).

Seismisch moment = maat voor de kracht van een aardbeving waarin het totale breukoppervlak, de gemiddelde verplaatsing van het breukvlak en de elasticiteitseigenschappen van het gesteente tot uitdrukking komen. Het is een maat voor de energie die vrijkomt uit de bron van de aardbeving.



Figuur 4 Schematische weergave van de waterbeweging (orbitaalbeweging) onder lopende golven (uit: [15]). Bovenste figuur zijn diepwatergolven: diepte $\geq \frac{1}{2}$ golflengte, middelste figuur ondiepwatergolven: diepte $\leq \frac{1}{20}$ golflengte en onderste figuur golven op tussenliggende waterdieptes: diepte $\leq \frac{1}{2}$ tot $\geq \frac{1}{20}$ golflengte.

Orbitaalbeweging

Golven planten zich voort met snelheid $c = L/T$. Bovendien zetten golven het water in beweging. De snelheid van de waterdeeltjes is echter niet gelijk aan de voortplantingssnelheid van golven. Deze *orbitaalbeweging* hangt af van het feit of we te maken hebben met diep- of ondiepwatergolven:

- Diepwatergolven veroorzaken een cirkelvormige orbitaalbeweging. Hoe verder onder het wateroppervlak, hoe minder de golven worden gevoeld en hoe kleiner de orbitaalbeweging is. Uiteindelijk is op een diepte van een halve golflengte onder het wateroppervlak de invloed van golven geheel verdwenen (zie voor een animatie van de orbitaalbeweging op diep water [8]).
- Het kenmerk van ondiepwatergolven is dat de waterdiepte zo klein is dat de drukfluctuaties en de snelheden van de waterdeeltjes ten gevolge van de golf vrijwel onverminderd doordringen tot de bodem. Dit leidt tot een ellipsvormige orbitaalbeweging, die vlak boven de bodem afgevlakt wordt tot een heen-en-weer gaande orbitaalbeweging evenwijdig aan de bodem. Onder lange golven beweegt de hele waterkolom dus (enigszins) heen en weer tijdens het passeren van de golftoppen en dalen.
- Voor tussenliggende waterdieptes is de orbitaalbeweging een

combinatie van deze uitersten.

De orbitaalbeweging is schematisch weergegeven voor diepwatervolven, ondiepwatervolven en golven op tussenliggende waterdieptes (figuur 4). Merk op dat de figuren niet op schaal zijn. De diameter van de cirkel die de waterdeeltjes beschrijven op diep water is gelijk aan de golfhoogte H . Deze is zeer veel kleiner dan de golflengte (typische waarden voor windgolven zijn $H = 2$ m, $L = 75$ m).

Orbitaalsnelheid

De horizontale en verticale snelheid van een waterdeeltje (horizontale en verticale orbitaalsnelheid) u en w worden gegeven door de volgende vergelijkingen:

$$u(x, t) = \omega a \frac{\cosh[k(h+z)]}{\sinh[kh]} \sin(\omega t - kx) = \hat{u} \sin(\omega t - kx) \quad (2)$$

$$w(x, t) = \omega a \frac{\sinh[k(h+z)]}{\sinh[kh]} \cos(\omega t - kx) = \hat{w} \cos(\omega t - kx) \quad (3)$$

De horizontale en verticale snelheid verschillen op ieder moment 90° in fase, overeenkomend met een cirkelvormige (of ellipsvormige) beweging. Bovendien is de horizontale snelheid u in fase met de oppervlakteuitwijking η : onder de top van de golf is de horizontale snelheid van een waterdeeltje maximaal (en in de richting van de golfvoortplanting) en onder het dal van de golf is de horizontale snelheid van een waterdeeltje maximaal tegen de richting van de golfvoortplanting in. De verticale snelheid w is uit fase met de oppervlakteuitwijking η : onder de top en het dal van de golf is de verticale snelheid van een waterdeeltje nul. De verticale snelheid is maximaal (positief/negatief) bij de overgang van golftop naar golfdal en andersom.

Wat betreft de grootte van de horizontale en verticale watersnelheid kijken we naar de amplitudes \hat{u} en \hat{w} aan het wateroppervlak ($z = 0$) en aan de bodem ($z = -h$). Dit levert het volgende resultaat:

Aan het wateroppervlak ($z = 0$):

$$\hat{u} = \omega a \frac{\cosh[kh]}{\sinh[kh]} = \frac{\omega a}{\tanh[kh]} \quad (4)$$

$$\hat{w} = \omega a \frac{\sinh[kh]}{\sinh[kh]} = \omega a \quad (5)$$

Aan de zeebodem ($z = -h$):

$$\hat{u} = \omega a \frac{\cosh[0]}{\sinh[kh]} = \frac{\omega a}{\sinh[kh]} \quad (6)$$

$$\hat{w} = \omega a \frac{\sinh[0]}{\sinh[kh]} = 0 \quad (7)$$

De amplitude van de verticale watersnelheid is dus altijd gelijk aan nul aan de zeebodem (direct boven de bodem kan het water alleen evenwijdig aan de bodem stromen) en altijd gelijk aan $\omega a (= \pi H/T)$ aan het oppervlak.

Verskil in orbitaalsnelheid tussen korte en lange golven

De amplitude van de horizontale snelheid daarentegen hangt ook

nog af van $kh (= 2\pi h/L)$ en dus van de waterdiepte/golflengte verhouding. Met andere woorden deze horizontale watersnelheid is anders voor korte of diepwatervolven ($kh \gg 1$) dan voor lange of ondiepwatervolven ($kh \ll 1$). We maken gebruik van de volgende schattingen: voor grote x gedragen $\sinh x$ en $\cosh x$ zich als $\frac{1}{2}e^x$, en voor x dicht bij 0 gedraagt $\sinh x$ zich als x en is $\cosh x$ ongeveer gelijk aan 1. Dit stelt ons in staat een schatting van \hat{u} en \hat{w} te maken in de verschillende situaties:

- Voor korte of diepwatervolven ($kh \gg 1$) op voldoende afstand boven de bodem ($k(h+z) \ll 1$) geldt:

$$\hat{u} \approx \omega a \frac{\frac{1}{2}e^{k(h+z)}}{\frac{1}{2}e^{kh}} = \omega a \frac{e^{kh}e^{kz}}{e^{kh}} = \omega a e^{kz} \quad (12)$$

$$\hat{w} \approx \omega a \frac{\frac{1}{2}e^{k(h+z)}}{\frac{1}{2}e^{kh}} = \omega a \frac{e^{kh}e^{kz}}{e^{kh}} = \omega a e^{kz} \quad (13)$$

Dus \hat{u} en \hat{w} zijn altijd aan elkaar gelijk (cirkelvormige beweging), zijn maximaal aan het wateroppervlak ($\hat{u} = \hat{w} = \omega a$) en nemen exponentieel af met de diepte.

- Voor lange of ondiepwatervolven ($kh \ll 1$) geldt:

$$\hat{u} \approx \omega a \frac{1}{kh} = \frac{\omega a}{kh} \quad (14)$$

$$\hat{w} \approx \omega a \frac{k(h+z)}{kh} = \omega a \frac{h+z}{h} = \omega a \left(1 + \frac{z}{h}\right) \quad (15)$$

Hieruit blijkt dat voor lange golven de horizontale watersnelheid constant is over de diepte (de hele waterkolom is in beweging), terwijl de verticale watersnelheid lineair toeneemt van nul aan de zeebodem tot ωa aan het wateroppervlak.

Golfvoortplantingssnelheid en relatie tussen golfperiode en golflengte

Voor vrije zwaartekrachtsoppervlaktegolven bestaat een relatie tussen de frequentie en het golfgetal (ofwel tussen de golfperiode en de golflengte). Deze wordt gegeven door de volgende dispersierelatie:

$$\omega^2 = gk \tanh(kh) \quad (16)$$

Waarbij g de zwaartekrachtversnelling is. Deze vergelijking is gelijk aan:

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh(kh) \quad (17)$$

Omdat per definitie de voortplantingssnelheid gelijk is aan ω/k geldt:

$$c = \sqrt{\frac{g}{k} \tanh(kh)} \quad (18)$$

Omdat $\omega/k = L/T$ geldt ook:

$$c = \frac{gT}{2\pi} \tanh(kh) \quad (19)$$

Verskil in voortplantingssnelheid en golflengte tussen korte en lange golven

We maken gebruik van:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\tanh x) = 1 \quad \text{en} \quad \lim_{x \rightarrow 0} (\tanh x) = x$$

- Voor korte of diepwatervolven ($kh \gg 1$) geldt dus:



Een overlevende van de tsunami in de kuststreek van Atjeh

$$c = \frac{gT}{2\pi} \quad (22)$$

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \quad (23)$$

Zowel de golflengte als de voortplantingssnelheid zijn slechts afhankelijk van de golfperiode (en de zwaartekrachtsversnelling) en blijven onveranderd terwijl de golf zich voortplant (aangezien de golfperiode altijd constant is).

- Voor lange of ondiepwatergolven ($kh \ll 1$) geldt:

$$c = \sqrt{\frac{g}{k}kh} = \sqrt{gh} \quad (24)$$

$$L = \sqrt{gh}T \quad (25)$$

Vergelijking (24) laat zien dat voor lange golven de voortplantingssnelheid slechts afhankelijk is van de waterdiepte (en de zwaartekrachtsversnelling) en dat deze afneemt met afnemende waterdiepte. De golflengte is daarnaast ook nog afhankelijk van de golfperiode, maar omdat deze niet verandert, neemt ook de golflengte af bij afnemende waterdiepte. Dit alles heeft gevolgen voor de golfhoogte zoals we later zullen zien.

Dispersie

Uit vergelijking (22) blijkt dat de voortplantingssnelheid van kor-

te golven slechts afhankelijk is van de golfperiode. Dit betekent dat naarmate de golfperiode langer is, de golven zich sneller voortplanten. Tijdens het voortplanten op de oceaan halen de langere golven de kortere dus in en na verloop van tijd bevinden de langere golven zich vooraan in het golfveld en de kortere golven achteraan. Dit wordt golfdispersie genoemd. Op het moment dat de langere golven de kortere golven inhalen verandert de oppervlakteuitwijking. Deze is namelijk het resultaat van beide golven (zie voor een animatie [9]). Door golfdispersie kan de oppervlakteuitwijking dus groter zijn dan ten gevolge van de individuele golven. Vergelijking (24) laat zien dat de voortplantingssnelheid van lange golven slechts afhankelijk is van de waterdiepte. Dit betekent dat – ongeacht de golfperiode – deze golven op een bepaalde lokatie allemaal dezelfde voortplantingssnelheid hebben. Dit betekent dat golfdispersie zich bij lange golven niet voordoet en dat de oppervlakteuitwijking slechts bepaald wordt door de individuele golven. Omdat tsunami's lange golven zijn, is in eerste instantie de verwachting dat dispersie verwaarloosbaar is en dat de oppervlakteuitwijking slechts bepaald wordt door de individuele tsunamigolven. Er is echter gebleken dat voor de lange afstand waarover tsunami's zich verplaatsen dispersie toch een rol speelt en daardoor de oppervlakteuitwijking groter kan zijn dan die ten gevolge van de individuele tsunamigolven ([3], [4]).

Energie en energieoverdracht

Per eenheid van oppervlak bezitten golven een hoeveelheid energie gelijk aan:

$$E = \frac{1}{8} \rho g H^2 \quad (26)$$

Waarbij ρ de dichtheid van water is. De hoeveelheid energie hangt dus slechts af van de golfhoogte (en wel kwadratisch) en de dichtheid van water en de zwaartekrachtversnelling. Belangrijker dan de hoeveelheid energie die de golven bezitten is de hoeveelheid energie die ze over kunnen dragen (het vermogen). De energieoverdracht (energieflux) in de voortplantingsrichting per tijd en per breedte (dat wil zeggen per lengte golfkam) is gelijk aan:

$$F = Enc = \frac{1}{8} \rho g H^2 n c \quad (27)$$

$$n = \frac{1}{2} + \frac{kh}{\sinh(2kh)} \quad (28)$$

Op diep water ($kh \gg 1$) geldt $n = 1/2$ en dus:

$$F = \frac{1}{16} \rho g H^2 c \quad (29)$$

Op ondiep water ($kh \ll 1$) geldt $n = 1$ en dus:

$$F = \frac{1}{8} \rho g H^2 c \quad (30)$$

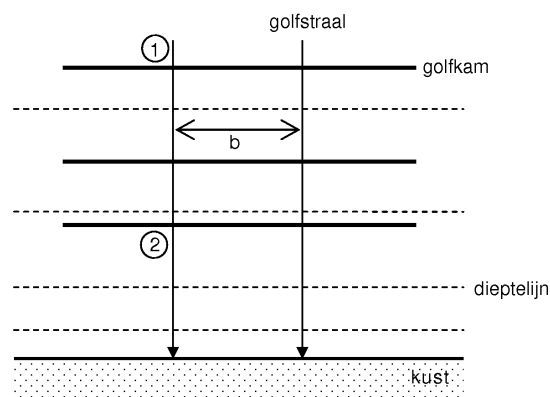
Shoaling en refractie

Zolang golven niet breken, vindt energieverlies voornamelijk plaats door wrijving langs de bodem. In een eerste benadering is dit energieverlies verwaarloosbaar. De energieoverdracht vindt plaats in de richting van de golfvoortplanting. Er is dus geen energieoverdracht in de richting loodrecht hierop (langs een golfkam). Dit alles houdt in dat de energieoverdracht constant is tussen twee golfstralen (loodlijnen op de golfkammen). Dit leidt tot twee belangrijke fenomenen wanneer golven de kust naderen: shoaling en refractie. Shoaling is het vervormen van de golven door het ondieper worden van het water, refractie is het bijdraaien van golven naar de dieptelijnen toe met eveneens een vervorming van de golf tot gevolg.

Wanneer golven de kust naderen, gedragen uiteindelijk alle golven zich als ondiepwatervolven. Het enige verschil is dat de positie van waaraf golven beschouwd kunnen worden als ondiepwatervolven dichterbij de kust ligt, naarmate de invallende golf korter is: Zoals we eerder hebben gezien gedraagt een tsunami zich zelfs op de oceaan als een lange golf. Een typische windgolf zal zich pas als lange golf gedragen in waterdiepte van enkele, dus enkele honderden meters uit de kust. Omdat we voor dit artikel met name geïnteresseerd zijn in de effecten van shoaling en refractie voor tsunami's, gaan we er in het vervolg van uit dat de golf zich steeds gedraagt als lange golf (zoals voor en tsunami het geval is).

Beschouw ten eerste een situatie van een rechte kust met evenwijdige dieptelijnen en een golf die loodrecht op de kust invalt, dat wil zeggen met de golfkammen evenwijdig aan de kust en de dieptelijnen (zie figuur 5).

F is de energieoverdracht per eenheid van breedte. De energieoverdracht tussen twee golfstralen is dus Fb , waarbij b de afstand tussen twee golfstralen is. Overigens is bij loodrecht invallende golven deze afstand constant (zie figuur 5). Het feit dat de energieoverdracht tussen twee golfstralen constant blijft, levert de vol-



Figuur 5 Boven-aanzicht van golven die loodrecht invallen op een kust met parallelle dieptelijnen

gende vergelijking:

$$\begin{aligned} F_1 b &= F_2 b \\ \frac{1}{8} \rho g H_1^2 c_1 b &= \frac{1}{8} \rho g H_2^2 c_2 b \\ H_1^2 c_1 &= H_2^2 c_2 \end{aligned} \quad (31)$$

Waarbij F_1 de energieoverdracht op locatie 1 is (ver uit de kust) en F_2 de energieoverdracht op locatie 2 (dichtbij de kust). Evenzo zijn H_1, H_2 en c_1 en c_2 de golfhoogtes en voortplantingssnelheden op de verschillende locaties. Omdat we een lange golf beschouwen is de voortplantingssnelheid gelijk aan \sqrt{gh} en dus:

$$\begin{aligned} H_1^2 c_1 &= H_2^2 c_2 \\ H_1^2 \sqrt{gh_1} &= H_2^2 \sqrt{gh_2} \\ H_2 &= \left(\frac{h_1}{h_2} \right)^{\frac{1}{4}} H_1 \end{aligned} \quad (32)$$

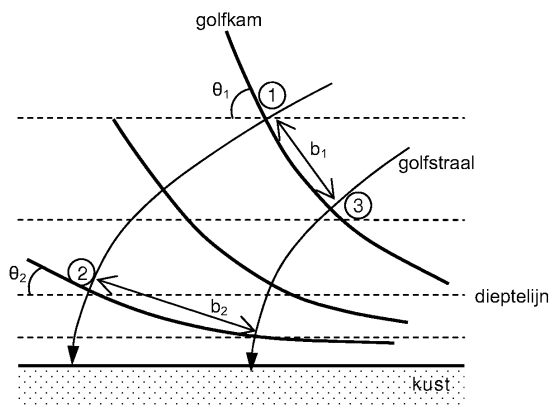
De golfhoogte dichtbij de kust is dus een factor $(h_1/h_2)^{1/4}$ groter dan de golfhoogte ver uit de kust. Een tsunami die opgewekt wordt op een diepte van 1 km en daar een hoogte heeft van een halve meter, heeft dus op een waterdiepte van 3 m een hoogte van ruim 4 m. Deze toename in golfhoogte is het gevolg van het ondieper worden van het water en wordt shoaling genoemd.

Beschouw nu een situatie waarbij golven schuin invallen op een rechte kust met evenwijdige dieptelijnen (figuur 6).

Het deel van de golf dat zich bevindt bij locatie 1, bevindt zich in dieper water dan het deel dat zich bevindt bij locatie 3. Omdat de voortplantingssnelheid afhangt van de waterdiepte, heeft het deel van de golf dat zich bevindt bij locatie 1 een hogere voortplantingssnelheid dan het deel dat zich bevindt bij locatie 3. Hierdoor verplaatst de golfkam zich gedurende een bepaalde tijdsduur op locatie 1 over een grotere afstand dan bij locatie 3. Het gevolg is dat de golven bijdraaien naar de ondiepten, dus naar de kust, toe. Dit proces heet refractie. Dit bijdraaien van de golven heeft eveneens gevolgen voor de golfhoogte.

Constante energieoverdracht tussen twee golfstralen leidt nu tot de volgende vergelijking:

$$\begin{aligned} F_1 b_1 &= F_2 b_2 \\ \frac{1}{8} \rho g H_1^2 c_1 \cos \theta_1 &= \frac{1}{8} \rho g H_2^2 c_2 \cos \theta_2 \\ H_1^2 \sqrt{gh_1} \cos \theta_1 &= H_2^2 \sqrt{gh_2} \cos \theta_2 \end{aligned} \quad (33)$$



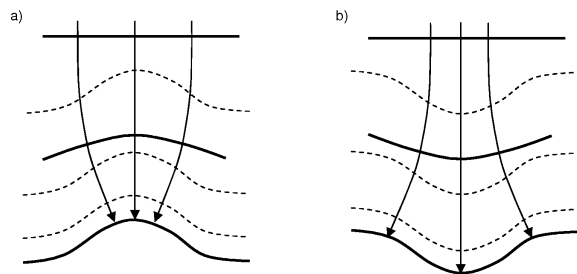
Figuur 6 Bovenaanzicht van golven die schuin invallen op een kust met parallelle dieptelijnen

En dus:

$$H_2 = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2}} \quad (34)$$

Wanneer θ_2 kleiner is dan θ_1 (zoals in de situatie van schuin invallende golven op een rechte kust), leidt refractie tot een afname in de golfhoogte. Visueel is dit voor te stellen doordat de aanwezige energie tussen de golfstralen op locatie 1,

bij locatie 2 over een groter lengte van de golfkam wordt verspreid. Dit gaat dus samen met een afname van de golfhoogte. Bij gekromde dieptelijnen, hangt het van de situatie af, of refractie leidt tot een toe- of een afname van de golfhoogte, zoals geïllustreerd in figuur 7.



Figuur 7 Golfrefractie bij gekromde dieptelijnen. Situatie a: Kapen convergentie van golfstralen: refractie leidt tot toename van golfhoogte. Situatie b: Baaien divergentie van golfstralen: refractie leidt tot afname van golfhoogte.

Golfbreking en golfoploop

De verhouding tussen de golfhoogte en de golflengte geeft de golfsteilheid. Wanneer de golfsteilheid te groot wordt, worden golven instabiel en zullen ze breken. De maximale steilheid die golven kunnen bereiken voordat ze breken wordt gegeven door het volgende criterium:

$$\left(\frac{H}{L}\right)_{\max} \cong 0.14 \tanh(kh) \quad (35)$$

Op diep water ($kh \gg 1$) kunnen windgolven breken tijdens een storm, wanneer door sterke wind de golven groeien. Dit gebeurt bij een steilheid van 0.14. Golven breken echter voornamelijk op

stranden. In de vorige paragraaf is gebleken dat door shoaling de voortplantingssnelheid en de lengte van de golven afnemen, terwijl de golfhoogte toeneemt. Hierdoor worden golven dus steeds steiler. Bovendien treedt er nog een extra vervorming op doordat de hogere delen sneller gaan lopen dan de lagere, waardoor met name de voorzijde van de golven (gezien vanuit de kust) extra steil wordt. Op ondiep water leidt het steilheids criterium tot de volgende vergelijking:

$$\left(\frac{H}{L}\right)_{\max} \cong 0.14kh = 0.14 \frac{2\pi h}{L} = 0.88 \frac{h}{L} \quad (36)$$

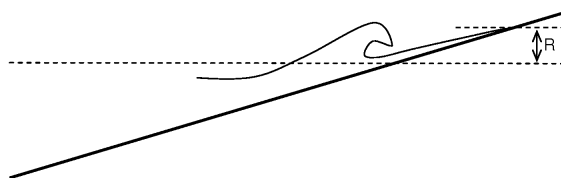
$$\left(\frac{H}{h}\right)_{\max} = 0.88 \quad (37)$$

In de praktijk blijkt de maximale golfhoogte/waterdiepte verhouding meer in de buurt van 0.6 te liggen. Dit betekent dat golven als gevolg van shoaling steeds hoger worden, totdat de golfhoogte ongeveer gelijk is aan 60% van de waterdiepte en de golven breken. Bij het breken verliezen ze een groot deel van de energie en dus daalt de golfhoogte.

Of golven werkelijk breken en hoe precies hangt af van de helling van het bodemprofiel (hellingshoek β) t.o.v. de golfsteilheid; de brekerparameter ξ :

$$\xi = \frac{\tan \beta}{\sqrt{H/L_0}} \quad (38)$$

Voor relatief steile bodemhellingen ($\xi > 3$) breken golven niet, maar worden ze teruggekaatst. Voor relatief flauwe bodemhellingen ($\xi < 3$) breken de golven op het strand.



Figuur 8 Definitie schets golfoploophoogte R

In het laatste stadium van de nadering van een hellende kust treedt oploop op, waarbij de impuls van het aankomende water het water tegen de helling opstuwt. De golfoploophoogte R boven het ongestoorde zeeniveau (zie figuur 8) die daarbij bereikt kan worden, kan wel tot tien keer de golfhoogte op dieper water bedragen. De oploophoogte wordt sterk door de brekerparameter bepaald. Voor brekende golven met $\xi < \text{ca. } 2.5$ geldt:

$$\frac{R}{H} \cong \xi = \frac{\tan \beta}{\sqrt{H/L_0}} \quad (39)$$

$$R \cong \sqrt{\frac{H}{L_0}} \tan \beta \cong 0.4T \sqrt{gH} \tan \beta \quad (40)$$

Voortplanting van de tsunami van 26 december 2004 over de oceaan

Het breukvlak van de aardbeving strekte zich uit over circa vierhonderd kilometer vanuit het hypocentrum in een ongeveer noord-noordwestelijke richting (zie figuur 1 rechtsboven). Vanwege de relatief grote lengte was de uitstraling van energie in de tsunami niet alzijdig maar meer in de vorm van twee gerichte bundels, in ongeveer oostelijke respectievelijk westelijke

richting. De gebieden in het pad van deze bundels (Noord-Sumatra/Thailand respectievelijk Sri Lanka/Somalië) zijn daarom veel zwaarder getroffen dan de meer zuidelijk of noordelijk gelegen gebieden. In oost-westrichting strekte het brongebied van de aardbeving zich uit over circa tweehonderd kilometer (zie figuur 1 rechtsboven). Het grootste deel van de golfenergie zit daarvoor in golflengten van deze grootteorde. De waterdiepte in de Golf van Bengalen is ongeveer 3 kilometer. De golflengte is dus ruimschoots langer dan $20h$ ($= 60$ km), waardoor de tsunami-golven inderdaad in redelijke benadering wiskundig beschreven kunnen worden als lange golven. De voortplantingssnelheid c van de tsunami kan bepaald worden met behulp van vergelijking (24). Met waterdiepten van ongeveer 3 kilometer is c dus ruim 600 km/uur. Ter vergelijking: voor windgolven op de oceaan wordt de voortplantingssnelheid slechts bepaald door de golfperiode (ordegrootte 10 s; zie vergelijking (22)). Windgolven hebben dus een voortplantingssnelheid in de orde van 15 m/s of 50 km/uur.

Variaties van de diepten in het zeegebied en de kustzones waarin de tsunami beweegt veroorzaken refractie, waardoor de golven naar de ondiepte toe draaien. Bij het passeren van kapen en kleine eilanden of openingen treedt uiteraard ook buiging op. Bij flauw hellende bodems wordt dit effect versterkt of zelfs gedomineerd door refractie. Vandaar dat ook kustgebieden aan de lizijde toch zwaar getroffen kunnen worden, zoals de zuidwestkust van Sri Lanka.

Waarom zo desastreus?

Een tsunami is op de oceaan niet extreem hoog (twee uur na de aardbeving had de tsunami van 26 december 2004 op de oceaan een maximale hoogte van ongeveer 60 cm [10]). Gewone windgolven kunnen vele malen hoger zijn. Toch leiden dat soort windgolven niet tot dergelijke grote overstromingen. Het verschil zit voornamelijk in de periode en de lengte van de golf. Windgolven hebben een periode in de orde van 5–15 s en een lengte van maximaal enkele honderden meters. Tsunami's hebben een veel grotere periode (in de orde van een kwartier à een half uur) en een veel grotere lengte (de tsunami van 26 december had golflengten in de grootte-orde van ongeveer 150 kilometer).

Shoaling

Golven worden door shoaling hoger als ze de kust naderen en in ondieper water komen. Shoaling treedt dus pas op wanneer de golven zich in ondiep water bevinden ($h < 1/20L$). Door de relatief korte lengte van windgolven begint een windgolf pas te groeien wanneer de golf relatief dichtbij de kust is. Bijvoorbeeld: een windgolf met een golfperiode van 10 s (en een golflengte op diep water van 156 m; zie vergelijking (23)) begint te groeien als gevolg van shoaling in waterdieptes van ongeveer 7.5 m. Door de grote golflengte van een tsunami is zelfs de oceaan 'ondiep water'. Dit betekent dat een tsunami begint te groeien zo gauw de waterdiepte afneemt. De toename in golfhoogte als gevolg van shoaling is gerelateerd aan de verhouding van de waterdiepte op diep water (of de diepte waar voor het eerst shoaling optreedt) en de lokale waterdiepte (zie Vgl.(32)). De tsunami van 26 december 2004 werd gegenereerd in een zeegebied met een diepte van ongeveer 1 km. Op een waterdiepte van bijvoorbeeld 3 m zou de tsunami dus ruim $4 \times$ zo hoog kunnen worden ($= 1000/3$)^{0.25}, terwijl een windgolf van 10 s dan slechts ongeveer 25% hoger is dan op diep water ($= 7.5/3$)^{0.25}.

Breking

De golfhoogte van een tsunami neemt dus veel sterker toe dan die van windgolven wanneer deze in ondieper water komt. Windgolven zijn echter op diep water vaak veel hoger dan tsunami's. Waarom tsunami's toch zo veel destructiever kunnen zijn, heeft weer te maken met de grote golflengte van een tsunami. Zoals eerder is uitgelegd worden golven instabiel wanneer de golfsteilheid te groot wordt.

Als gevolg van shoaling neemt de golfhoogte toe en de golflengte af. Door de relatief korte lengte van windgolven, bereiken zij daarbij veel eerder dan tsunami's de maximale steilheid. Windgolven breken dus voordat ze de kust bereiken. Daarmee verliezen ze een groot deel van hun energie. Door de veel grotere lengte wordt een tsunami lang niet zo steil, waardoor een tsunami niet of pas veel later breekt, maar het land oploopt; in sommige gevallen 'als een muur van water'.

Inloed golfperiode

Tot slot is een tsunami veel destructiever dan een windgolf doordat de lange golfperiode van een tsunami resulteert in een vrij lange duur van elke aanval. Om enig idee te geven van de hoeveelheid water die door een tsunami aangevoerd kan worden, is een vergelijking gemaakt met de afvoer van de Rijn in Nederland. Tijdens het hoogwater van 1995 voerde de Rijn (die bij hoog water een breedte heeft in de orde van 1 km) ongeveer 12.000 m³/s af. Een grove schatting laat zien dat over een strook kust met een lengte van een kilometer een tsunami met een hoogte op de oceaan van 60 cm in 7 minuten (de halve golfperiode ofwel de duur van de waterstandsverhoging door de tsunami) bijna 30 miljoen m³ water meevoert. Dit komt overeen met ruim 70.000 m³/s (ongeveer zes keer de hoogwaterafvoer van de Rijn) over deze strook kust van een kilometer.

Gevolgen van de tsunami in Atjeh

Dit alles heeft grote gevolgen. In geval van lager gelegen land treedt overstroming op. De hoge stroomsnelheden die zich daarbij kunnen voordoen (tot wel 5 m/s), gecombineerd met de soms aanzienlijke overstromingsdiepten, kunnen leiden tot grote schade en veel slachtoffers. Uit sporen in het landschap heeft een Japans onderzoeksteam geprobeerd in kaart te brengen hoe ver landinwaarts het water in en rond Banda Atjeh is gekomen [11]. Hieruit blijkt dat in sommige laaggelegen gebieden het water 4 km de stad in is gestroomd en dat op sommige plekken, die 2.5 – 3 km uit de kust lagen, het water 12 m boven gemiddeld zee-niveau heeft gestaan (figuur 1 linksboven). Aan de westkust ten zuiden van Banda Atjeh, waar de vlakke kuststrook slechts enkele honderden meters breed is en een heuvelrug aan de kust grenst, zijn oploophoogten opgetreden van circa 35 m (figuur 9).

Als gevolg van de tsunami zijn grote stukken kust weggeslagen en is bijna alle vegetatie en bebouwing verwoest. Satellietfoto's [12] laten zien dat de kust van Banda Atjeh nu enkele honderden meters verder landinwaarts ligt dan voor de tsunami figuur 1 linksboven en figuur 1 onder). Volgens het Japanse onderzoeksteam is dit deels veroorzaakt door bodemdaling als gevolg van de aardbeving en deels door erosie van het strand als gevolg van de tsunami.

Voorkomen of schade beperken?

Het voorkomen van een tsunami is onmogelijk: de aardbeving die

de tsunami veroorzaakt is niet te voorkomen. Wel kan er worden nagedacht over hoe de schade valt te beperken. Daarbij valt te denken aan de volgende zaken:

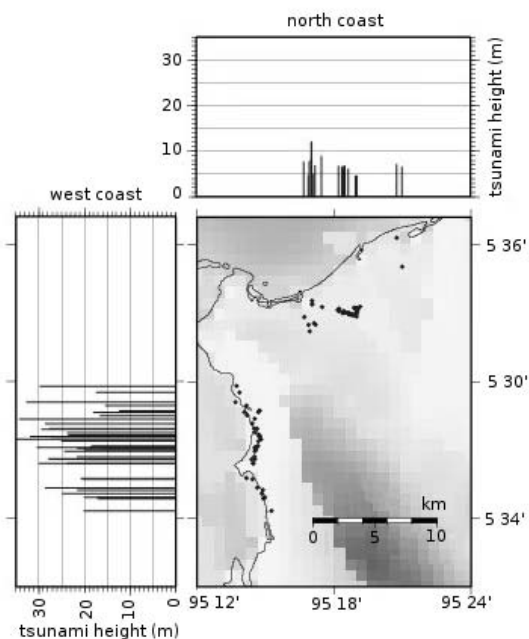
- Voorlichting van de lokale bevolking over het voorkomen van tsunami's en de te nemen acties. Bijvoorbeeld mensen bewust laten worden van het feit dat het terugtrekken van de zee een voorteken van een tsunami kan zijn en mensen laten weten waar ze op dat moment naartoe moeten (in ieder geval niet naar zee!).
- Een tsunami-waarschuwingssysteem. Belangrijke aspecten hierbij zijn de vraag hoe de gehele bevolking bereikt kan worden ook in afgelegen gebieden en hoe de evacuatie geregeld moet worden. Overigens had een tsunami-waarschuwingssysteem voor Banda Atjeh nauwelijks zin gehad: er zat minder dan een half uur [13] tussen het optreden van de aardbeving en het moment waarop de tsunami deze stad van meer dan 300.000 inwoners bereikte.
- Regels voor het landgebruik in de kustzone. Bijvoorbeeld het niet langer toestaan dat mensen of bedrijven zich vestigen dicht bij de kust. Dit zal heel moeilijk blijken omdat in veel gevallen de kust de bron van inkomsten vormt voor de bevolking.
- Maatregelen die ervoor zorgen dat de tsunami zijn energie verliest voordat hij bebouwd gebied bereikt. Er is wel gesuggereerd om mangrove bossen aan te planten. Het is echter de verwachting dat de strook mangrove onrealistisch breed moet zijn (enkele tot honderden kilometers) om de tsunami af te remmen.
- Aangepaste bebouwing. Bijvoorbeeld gebouwen van meerdere verdiepingen met een open constructie op de begane grond: alleen kolommen of dragende muren evenwijdig aan de verwachte stroomrichting.

Conclusies

Tsunami's worden veroorzaakt door zware aardbevingen waarbij een verticale beweging plaatsvindt van de zeebodem. De verticale waterverplaatsing die hierbij optreedt, leidt tot een lange golf die zich voortplant over de oceaan. Wanneer de golf in ondieper water komt en de kustgebieden bereikt, neemt de golfhoogte zeer sterk toe (zie voor een illustratieve animatie [14]). Dit kan leiden tot grote overstromingen met alle gevolgen van dien. Door het bij-

Referenties

- 1 Stein, S. en E.A. Okal, 'Speed and size of the Sumatra earthquake', *Nature* **434** (2005), pp. 581–582.
- 2 Mei, C.C., 'The applied dynamics of ocean surface waves', *Advanced series on ocean engineering* **1** (1989), Singapore: World Scientific, p. 740.
- 3 Van Groesen, E. en G. Klopman, 'Dispersive effects in tsunami generation', *Proceedings of the Workshop on The Indonesian Ocean Tsunami* (2005), Bali Indonesia.
- 4 Mirchina, N. and E. Pelinovsky, 'Dispersive intensification of tsunami waves', *Proc. ITS* (2001), pp. 789–794.
- 5 Meilianda, E., C.M. Dohmen-Janssen, S.J.M.H. Hulscher en J.P.M. Mulder, 'Towards coastal zone management of Banda Aceh beach: the coastal system before and after the tsunami disaster of December 26th 2004', *Proc. of the Int. Conf. on Coastal Conservation and Management* (17–20 April, Tavira – Algarve, Portugal), 2005
- 6 Dohmen-Janssen, C.M., J.A. Battjes and F.H. Goutbeek, 'Hoe ontstaan tsunami's en waarom?', *Nederlands Tijdschrift voor Natuurkunde* **71**(12) (2005), Invited contribution (in Dutch), pp. 380–385
- 7 www.gps.caltech.edu/~jichen/Earthquake/2004/aceh/aceh.html
- 8 serc.carleton.edu/NAGTWorkshops/visualization/collections/coastal.wave.mechanics.html
- 9 physics.usask.ca/~hirose/ep225/animation/dispersion/anim-dispersion.html
- 10 www.noaanews.noaa.gov/stories2005/images/tsunami-2hrs2.jpg
- 11 www.eri.u-tokyo.ac.jp/namegaya/sumatera/surveylog/eindex.htm
- 12 www.digitalglobe.com
- 13 www.eeri.org/lfe/pdf/indonesia.sumatra_tsunami_surveys.pdf
- 14 www.solcomhouse.com/tsunamis.htm
- 15 www.geneseo.edu/~gsci205/waves/waves.htm



Figuur 9 Gemeten golfploophoogte (tsunami height) in Banda Atjeh op 30 januari 2005 ten gevolge van de tsunami in meters boven lokaal getijniveau [11].

draaien van de golf naar de ondiepten toe, kunnen ook gebieden aan de lijzijde zwaar getroffen worden. Tsunami's zijn niet te voorkomen. Wel zouden het aantal slachtoffers en de schade beperkt kunnen worden, bijvoorbeeld door goede voorlichting van de bevolking, het gebruik van een tsunami-waarschuwingssysteem, door regels op te stellen voor het landgebruik in de kustzone of door gebouwen zo te ontwerpen dat ze beter bestand zijn tegen overstromingen.

Dankwoord Het huidige artikel is deels gebaseerd op een artikel dat verschenen is in het Nederlands Tijdschrift voor Natuurkunde [6], waarvan Jurjen Battjes van de TU Delft en Femke Goutbeek van het KNMI mede-auteurs waren. Hierdoor hebben zij indirect ook aan dit artikel bijgedragen, waarvoor ik hen hartelijk wil bedanken. Daarnaast wil ik Hein Haak van het KNMI bedanken voor zijn nuttige commentaar op dit artikel.