

Bennie Mols

Kijkduinstraat 121-2
1055 XW Amsterdam
bmols@wanadoo.nl

Studiegroep Wiskunde met de Industrie 2006

Kogelwerende wiskunde

Kogelwerende vesten zijn nooit perfect. Schiet er maar hard genoeg op, en de kogel gaat er toch doorheen. Fabrikanten zoeken voortdurend naar nog betere kogelwerende eigenschappen van de supersterke vezels in hun vesten. Een betere statistische analyse van de schiettests op de vesten is daarvoor essentieel.

Wat doe je als je in je beroep de kans loopt om getroffen te worden door een rondvliegende kogel? Je wapent je met een kogelvrij vest om je borstkas heen. En dat is wat politieagenten, militairen, beveiligingsagenten en journalisten in de vuurlinie dan ook doen.

Maar de term 'kogelvrij' belooft veel meer dan de praktijk waarmaakt. In werkelijkheid is een *kogelvrij* vest een *kogelwerend* vest. Er is altijd wel een snelheid waarbij de kogel toch door het vest heen gaat. Maar hoe beter het vest, hoe moeilijker de kogel doordringt: de doordringingssnelheid van de kogel ligt hoger. Een werkelijk kogelvrij vest is wel mogelijk, maar wordt te dik en te zwaar om als politieagent of militair nog goed in te functioneren.

Tot voor kort bestonden kogelwerende vesten grotendeels uit metaal, en daardoor waren ze relatief zwaar. Dat veranderde met de uitvinding van supersterke lichte vezels

(op moleculair niveau bestaande uit stijve, zeer langgerekte moleculen, zogeheten polymeren). Nu bestaan de kogelwerende vesten uit meerdere lagen van deze vezels. Een belangrijke fabrikant van zulke vezels, is het bedrijf *Teijin Twaron B.V.*, een afsplitsing van Akzo-Nobel. Dezelfde vezels versterken trouwens ook legerhelmen en de bepantsering van voertuigen en straaljagers.

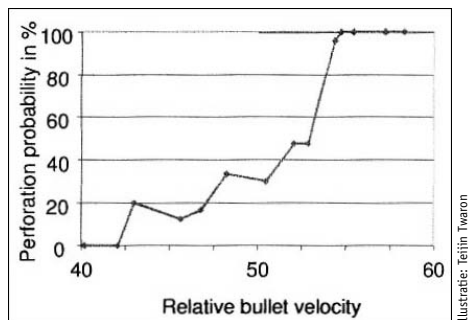
Kogel afgevuurd met 430m/s

Twaron zoekt voortdurend naar nieuwe productiemethoden om kogelwerende vesten te verbeteren. Liefst moeten ze nog lichter en sterker worden. Voor dit onderzoek test het bedrijf kogelwerende vesten. Standaard gebeurt dat door op een vest zes kogels met dezelfde snelheid af te schieten. Dit wordt herhaald voor in totaal zeven vesten van hetzelfde type.

De makkelijkste manier om vesten van een

verschillend type te vergelijken, is om voor elk type de kogelsnelheid te bepalen waarbij vijftig procent van de kogels door het vest heen dringt. Dat heet de V_{50} . Hoe hoger de V_{50} , hoe beter het vest. De praktijktest werkt als volgt. De eerste kogel wordt afgevuurd met een snelheid waarvan het bedrijf denkt dat deze in de buurt van de V_{50} ligt. De volgende kogels worden iets sneller of iets langzamer geschoten, zodanig dat er in totaal drie kogels doorheen dringen en drie worden tegengehouden. Een typisch waarde voor een V_{50} is 430 meter per seconde. "Maar", zo laat Aad Schaap van Teijin Twaron weten, "de precieze snelheid is afhankelijk van de vereiste minimale bescherming."

Vesten verkopen door de V_{50} als keurmerk te geven, is publicitair niet zo handig. Immers, geen politieagent of militair wil weten wanneer de helft van de kogels door zijn vest heen gaat. Dat is veel te veel. Twaron wil daarom weten bij welke kogelsnelheid slechts een op de honderd kogels (1%) doordringt: de V_{01} . Deze snelheid ligt uiteraard lager dan de V_{50} . V_{01} is typisch iets van 350 meter per seconde, maar ook hier hangt de exacte snelheid af van



Figuur 1 Kans dat een kogel door het vest dringt als functie van de snelheid van de kogel (als percentage van een maximum snelheid)

de vereiste bescherming. Zowel V_{50} als V_{01} gebruikt de fabrikant om de kogelwerende vesten in diverse kwaliteitsklassen in te delen.

De NAVO heeft een standaardmethode opgesteld om de V_{50} te bepalen. Producenten en gebruikers hebben echter aangegeven dat deze test tot onnauwkeurige resultaten leidt. De methode levert voor identieke vesten verschillende resultaten voor V_{50} . Daarnaast bestaat er momenteel geen betrouwbare methode om de V_{01} te bepalen. Schaap: “Het bezwaar van de huidige V_{01} -standaard is dat deze met relatief weinig schoten wordt bepaald. Door het ontbreken van een betrouwbaarheidsinterval weten we dan ook niet hoe goed dat getal is. Maar dat moeten we wel weten als we zeker willen zijn dat een nieuw ontwikkeld vest beter is.”

Help ons bij de ontwikkeling van een goede statistische methode voor de bepaling van V_{50} en V_{01} , zo was de vraag van Twaron aan de Studiegroep Wiskunde & Industrie 2006.

Slimme curvefitting

Na een paar dagen puzzelen ontdekten de wiskundigen een betere methode om de V_{50} te schatten. Hoe hangt de kans op doordringing af van de snelheid waarmee een kogel is afgevuurd? Dat is steeds de algemene achterliggende vraag. Een sterker vest zal een kleinere doordringingskans geven bij een bepaalde snelheid dan een zwakker vest.

“In de eenvoudigste aanpak gingen we uit van een wiskundige functie met een gegeven globale vorm”, legt Marco Bijvank van de Vrije Universiteit in Amsterdam uit. “Hoe hoger de schotsnelheid, hoe groter de doordringingskans. De functie moet dus continu stijgen met toenemende schotsnelheid. Twee vrije parameters in die functie leggen de precieze loop van de functie vast. Gegeven de meetpunten die aangeven bij welke snelheid een kogels wel of niet door het vest heen gaat, is dan de opgave om die twee parameters te bepa-

len zodanig dat de functie het beste past bij de metingen. Is de functie eenmaal bekend, dan geeft deze ook de snelheid die bij een bepaalde doordringingskans hoort.”

Een andere aanpak gaat niet uit van een gegeven vorm van de doordringingsfunctie, maar probeert een curve te vinden waarvan de vorm helemaal niet vaststaat, maar die het beste past bij de meetpunten. Hierbij doet het probleem op dat het geregeld voorkomt dat een kogel met een hogere snelheid volgens de metingen toch een kleinere doordringingskans had. Dat kan gebeuren als er niet genoeg metingen zijn gedaan. Bij voldoende metingen heeft een kogel met een hogere snelheid immers altijd een grotere doordringingskans.

De wiskundigen kunnen dit oplossen door eerst op een slimme manier de meetdata te masseren en dan de beste functie te bepalen, of door een slimme methode te kiezen die toch een gladde en continu stijgende functie door de meetdata heen haalt.

Er zit nog een kleine adder onder het gras in de analyse van de schietresultaten. Wanneer op hetzelfde vest zes kogels met dezelfde snelheid worden afgevuurd, blijkt de kans dat een kogel erdoorheen schiet af te hangen van het schotnummer en dat is natuurlijk niet wat je verwacht. Immers, in eerste instantie verwacht je dat als je op hetzelfde vest kogels met exact dezelfde snelheid afvuurt, ze alle een gelijke kans hebben het vest te doorboren.

“Na een inslag door een kogel verandert het kogelwerende vest”, legt Schaap uit. “Dit betekent dat de kans om een vest te doorboren bij volgende schoten iets anders wordt. Afhankelijk van het vest en de gekozen kogel kan de doordringingskans voor de volgende schoten zowel hoger als lager uitvallen. In de praktijk moet een vest altijd beoordeeld worden nadat er met meerdere kogels op is geschoten. Als het schotnummer invloed heeft op de doordringingskans, dan moet de statistische methode die we willen ontwikkelen daar rekening mee houden.”

Doordringingsdiepte meenemen

Veel lastiger dan de bepaling van de bepaling van V_{50} is die van V_{01} . Toch ontwikkelden de wiskundigen naast een betere methode om V_{50} te bepalen, ook een nieuwe meetprocedure om uit de V_{50} de V_{01} te schatten. Zonder extra experimenten blijkt het niet mogelijk om uit de V_{50} een betrouwbare V_{01} te schatten. Het probleem is dat de V_{01} zo laag is dat er geen metingen bij zijn gedaan. Het is immers de snelheid waarbij slechts een op de

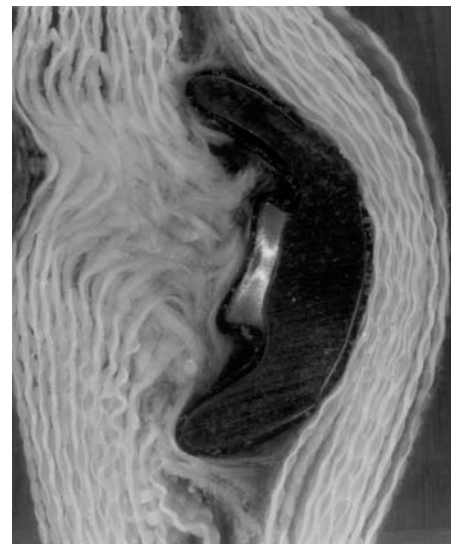
honderd kogels door het vest heen schiet. Er zouden dus honderden vesten en duizenden afgevuurde kogels nodig zijn om uit een experiment een betrouwbare V_{01} te bepalen. Dat is veel te duur en onpraktisch. Dus moet er een slimme methode komen om V_{01} indirect te schatten.

Bijvank: “Die slimmere methode is mogelijk door te kijken naar hoe diep een enkele kogel in het vest doordringt. Op die manier geeft een kogel niet alleen de informatie of hij wel of niet door het vest heen gaat, maar ook hoe diep hij in het vest doordringt in het geval hij niet door het hele vest heen schiet. Deze extra informatie kan gebruikt worden om V_{01} te schatten.”

Toch is Schaap niet overtuigd dat dit echt helpt: “Het is zeker nog niet aangetoond dat het zinvol is die informatie mee te nemen, maar het is wel een van de opmerkingen die we in de toekomst nader gaan onderzoeken.”

Meer informatie

www.twaron.com
Doorklikken naar ballistics/vests
www.kennislink.nl/web/show?id=147171
Oorlog om een vezel
www.win.tue.nl/swi2006
Studiegroep Wiskunde & Industrie 2006



Figuur 2 Een kogel — afgeschoten van links — die in het kogelwerende vest is blijven steken. Goed te zien zijn ook de verschillende lagen waaruit het vest bestaat.