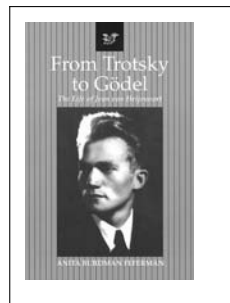


# Boekbesprekingen

| Book Reviews

Eindredactie: Hans Cuypers en Hans Sterk  
 Redactieadres: Review Editors NAW - HG 9.93  
 Dept. of Math. and Computer Science  
 Technische Universiteit Eindhoven  
 Postbus 513, 5600 MB Eindhoven  
 e-mail: wgreview.win@tue.nl



A. Burdman Feferman  
**From Trotsky to Gödel,  
 The Life of Jean van Heijenoort**

A.K. Peters, 2001  
 432 p., prijs \$ 25,-  
 ISBN 1-56881-148-9

As one commentator said, this book is 'stranger than fiction'. This well-written biography about the cultured logician van Heijenoort was first published under a different title: 'Politics, Logic and Love', with the same subtitle and content. Indeed, Jean van Heijenoort (1912–1986) was active in these three fields in memorable ways. He was for seven years secretary and bodyguard of Trotsky; he was a logician having a wide-angle view, resulting among other things in his publication *From Frege to Gödel*, a source book of the fundamental papers of modern mathematical logic with a fine choice of topics; and finally he was enchanted by women in such a way that it finally became fatal.

When Jean van Heijenoort was two years old his father died, because of the lack of medical care during World War I. This resulted in the separation from his mother, who had to provide for a living, and he was raised by his (very catholic) aunt and two older (female) cousins. Later his mother remarried a man whom he did not like. This situation has given him an unhappy youth. After World War I young Jean was very painfully struck by the endless fields of crosses at a war cemetery. He 'rejected—totally rejected—the system that caused the war. "I wanted something else." During his school years van Heijenoort was impressed by the autobiography of Trotsky, both for its contents and style and he became a left-winged idealist.

During his undergraduate years (1930–1932) at the Lycée Saint-Louis in Paris van Heijenoort not only excelled, but became seriously involved with a group of Trotskyites. He transformed from a left-winged idealist into an activist. Being able to read Russian his political work started with making translations for the group. He did this so well that he was asked in 1932 to join Trotsky as secretary in his exile in Turkey. For van Heijenoort this was like joining the staff of World Revolution and he accepted. He left Paris and also his scholarly career in mathematics just about to start at the École Normale Supérieure. Later, Trotsky and his followers had to flee, at first to France, then to Norway and finally to Mexico. There the group stayed in a home provided by the painters Diego Ribera and Frida Kahlo. During his seven years with Trotsky van Heijenoort's devotion, intelligence and modesty made him a central figure around the authoritarian politician in exile. At some point Comrade Van, as van Heijenoort used to be called, started seeing human shortcomings in his idol, notably in the form of uncontrolled emotional outbursts of anger. In 1939 he left Trotsky and went to the USA with his second wife. When Trotsky was murdered in 1940 van Heijenoort felt guilty not having been around him at the time. At a later stage he realized that had the movement been successful, Trotsky could have become an unpleasant dictator, with he (JvH) himself possibly involved.

In 1945 van Heijenoort continued his studies of mathematics and after graduating he held faculty positions, first at New York University and in 1965 until his retirement at Brandeis University.

His greatest attraction for mathematics was based on its precision and certainty and that he found in its foundations: mathematical logic. In the book under review Sol Feferman has provided an appendix about the value of van Heijenoort's work in logic. We just want to mention that he worked for seven years meticulously on his main work *From Frege to Gödel: A Source Book on Mathematical Logic (1879–1931)*, Harvard University Press (1967). The papers that are brought together in this volume translated in English had appeared in several languages and in difficult to find journals. But van Heijenoort's contribution was more than that of a mere editor: he provided valuable introductions and precise notes. As a result, the book has been praised by many. His scholarship in editing also showed towards the end of his life in his contribution to *Kurt Gödel. Collected Works*, Volume I and II, Oxford University Press, New York, for which he set the example.

Jean van Heijenoort was a man that could neither live without women nor with them. He married five times; marriage 1, 2 and 4 ending in a divorce, marriage 3 in an annulment and marriage 5 by being assassinated by wife 4 and 5 (being the same person). In the meantime he had amorous engagements with graduate and undergraduate students and other women, including the painter Frida Kahlo. Often the pattern of his relationships was the same. He would fall in love; with his flegmatic appearance the woman would be attracted and get involved; after some time his strongest feelings subdued; he would leave the woman; she would get involved with another man; he would be jealous and beg her to come back; she would do this; etcetera, until the women had learned not to come back any longer. His last wife usually got what she wanted and had her own way of dealing with the situation.

Anita Feferman went into some psycho-analytical terminology in order to provide an understanding of her subject. She uses phrases such as 'missing father figure', 'role model', 'longing for a mother'. In the reviewer's opinion this is done convincingly. In fact, during the last years of his life van Heijenoort did work with her husband Sol Feferman on the collected works of Gödel. This enabled her to meet and interview van Heijenoort several times for this biography, thus justifying the mentioned psychological terms. Slightly more daring is the interpretation of emotions that occurred in some other figures in the book. For example, Gaby Brausch, who was van Heijenoort's first wife and also a political activist, delivered their baby in absence of her husband, because he was called for some duty by Trotsky. Anita Feferman raises the hypothesis that this may have been a motive for Gaby's turning away from Trotsky when there were competing factions within the group. But the author does this in style by preceding this passage by "It is difficult to resist the thought that".

The reviewer has met van Heijenoort at several occasions in the 1970s. He had an aloof but not unfriendly dignity that he always radiated. When attending a summerschool in Cambridge, England, I told him that I stayed as a guest in a private house rather than in a college. He remarked: 'How aristocratic.' Not long after he was staying in a tastefully furnished apartment of a friend in Manhattan Village and this time I was impressed. At another occasion he did ask me what kind of vitamins my PhD supervisor Kreisel took, in order to stay healthy. While attending lectures he often was eating a mixture of raisins and nuts. A professional interaction occurred when van Heijenoort had found an error in a draft of my paper for the *Handbook of Mathematical Logic*, North

Holland (1977), edited by Jon Barwise. It was before the email era and I received his letter in time to change the text and thank him. His past life with politics and women was quite a surprise to me, as it was to most of his colleagues. One of the virtues of the book is that it makes the tragic ending of his life more understandable, making it seem almost inevitable.

H. Barendregt



F. Verhulst

**Chaos en orde**

*Zebrareeks, deel 16*

Utrecht: Epsilon, 2003

60 p., prijs €9,-

ISBN 90-5041-080-4

Wat is dat, chaos? Waar treedt het op? Hoe lokaliseer je chaos? Vragen die bestudeerd en zo goed als kan beantwoord worden in dit Zebraboekje voor het voortgezet onderwijs van de hand van Ferdinand Verhulst, hoogleraar wiskunde en in het bijzonder expert op het gebied van dynamische systemen aan de Universiteit van Utrecht. Uitleg en opgaven over de stof worden in vriendelijk tempo afgewisseld. Zware materie is voorzien van een sterretje.

Met de toenemende interesse in de bewegingsleer, gewekt door bijvoorbeeld slingeruurwerken en hemellichamen, werd er meer en meer geprobeerd de specifieke bewegingen te verklaren. Wetenschappers zoals Copernicus en Kepler initieerden, Newton verwezenlijkte rond 1700 de eerste algemene wetten betreffende de bewegingsleer (dynamica). De oplossingen van die vergelijkingen worden evenwichtoplossingen genoemd. Via voorspelling en verificatie uit de praktijk bleken deze wiskundige vergelijkingen zeer goed te kloppen.

Ook al lijken sommige dynamische systemen vrij eenvoudig, hun gedrag (het gedrag van de evenwichtoplossingen) kan soms onvoorspelbaar zijn in de toekomst. Dit onvoorspelbare gedrag wordt chaos genoemd. Henri Poincaré was een van de eerste wetenschappers die er onderzoek naar deed. In het boekje wordt met leuke voorbeelden en verduidelijkende plaatjes getoond dat een proces als bevolkingsgroei flink uit de klauwen kan lopen. Of wat te denken van de uiteindelijke hoogte van een blaadje papier van oorspronkelijk 1mm dikte dat je om de minuut dubbel vouwt?

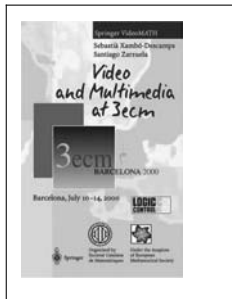
Bij onderzoek naar chaos speelt stabiliteit een grote rol. Of een oplossing van een wiskundige vergelijking stabiel is hangt onder andere af van de gekozen beginwaarde. Bij stabiliteit leidt een kleine verstoring van de beginwaarde niet tot een verstoring van de evenwichtoplossing, bij instabiliteit wel. Verhulst illustreert dit via webgrafieken en rekenvoorbeelden op een duidelijke manier.

Vervolgens passeren de tentafbeelding (een samengestelde lineaire functie) en de logist (een kwadratische afbeelding) de revue en wordt aangegeven dat gevoelige afhankelijkheid van beginwaarden een belangrijk kenmerk is van chaos. Echt een stuk voor de die-hards. Zeker de gevalsonderscheidingen die moeten worden gemaakt in combinatie met het laten doordringen van de begrippen kunnen de lezer voor een muur zetten.

Aan het einde wordt het model van een stuijterende bal aan analyse onderworpen, evenals de precisie bij het doorrekenen

met onafgeronde getallen, waarbij de schaduwstelling wordt geïntroduceerd. Tot besluit zijn er enkele praktijkvoorbeelden zoals het voorspellen van het weer. Ondanks de grilligheid van het weertype in Nederland komt het KNMI er volgens de auteur goed vanaf!

C. Resing



S. Xambo-Descamps, S. Zarzuela (eds.)

### Video and Multimedia at 3ecm

Berlin: Springer Verlag, 2000

prijs €40,54

ISBN VHS/NTSC: 3-540-92643-7, ISBN

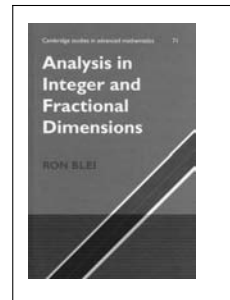
VHS/PAL: 3-540-92644-5, ISBN DVD: 3-540-14875-2

Het onderwerp van bespreking is nu eens geen boek, maar een VHS videoband met revenue van het 3rd European Congress of Mathematics te Barcelona in juli 2000.

De circa 90 minuten durende band bevat een vijftiental filmfragmenten over onderwerpen uit de wiskunde en dan met name natuurlijk computersimulaties van bijbehorende plaatjes. Het kortste stukje duurt 42 seconden, het langste 24 minuten. Elk filmpje is meer of minder educatief bedoeld, maar in alle gevallen zeer illustratief. U kijkt achtereenvolgens naar: *Multicoloured Fractals* (4'00", geen gesproken commentaar, de Mandelbrotverzameling met modificaties en fraaie beelden van andere figuren met een fractale structuur), *Quadro — a Compact Soap Bubble of Genus 4* (1'12", geen tekst of gesproken commentaar, numerieke constructie van een compact oppervlak met constante gemiddelde kromming), *The Optiverse* (6'43", gesproken tekst met formules in beeld, eversies van de bol via een minimax-principe), *Distorted Space* (1'58", alleen muziek, Escher-achtige onmogelijke ruimtelijke constructies met lopende figuurtjes, vanuit verschillende richtingen gezien), *From 'Platonic Solids'* (2'34, gesproken tekst, de vijf platonische lichamen met tekst volgens Plato en beelden volgens Kepler, gedeelte van een langere film over deze materie), *Polytope Sections* (2'00", tekst in beeld en begeleidende muziek, doorsneden van regelmatige 'ster' polytopen, samen met vlakke doorsneden van niet-convexe veelvlakken), *Geodesics and Waves* (4'45", gesproken tekst, geodeten op veelvlakken, geconstrueerd via centrale golven), *Numerical Simulations of Unstable Detonations* (3'58", gesproken tekst, schokgolven in beeld gebracht), *CMC-Pictures of Constant Mean Curvature Tori* (5'24", constructie van drie recente voorbeelden, begeleid door futuristische muziek), *On Gergonne's Problem* (0'42", alleen muziek, over een gemengd randwaardeprobleem voor een minimaal oppervlak in een kubus), *Knot Energies* (3'20", gesproken tekst, elektrische lading op knopen geeft aanleiding tot canonieke configuraties ervan), *From 'Soap Bubbles'* (2'34", gesproken tekst en begeleidende muziek, zeepvliesoppervlakken in de wiskunde, kunst en architectuur), *Interpolation of Triangle Hierarchies* (7'14", gesproken tekst, continue interpolatie van triangulatie-roosters op lichamen), *Surfaces, Flows & Holonomy* (18'00", gesproken tekst, oude en nieuwe voorbeelden van oppervlakken met constante gemiddelde kromming), *The Dynamics of the Rabbit* (24'00", gesproken tekst en begeleidende muziek, schitterende en heldere presentatie van eigenschappen van Julia-verzamelingen).

De band gaat vergezeld van een inhoudsopgave met informatie bij elk stukje film. Bovendien wordt per item aangegeven waar verdere informatie te halen valt en wordt het emailadres van een contactpersoon vermeld. Al met al een aanwinst voor elke instituutbibliotheek, ik heb er in elk geval zelf tenminste al enige keren dankbaar gebruik van gemaakt.

W.H.V. de Goede



R. Blei

### Analysis in Integer and Fractional Dimensions

Cambridge: Cambridge University Press,

2001

556 p., prijs £70,-

ISBN 0-521-65084-4

This is a fascinating book! The author calls it a mix of probability theory, harmonic analysis and functional analysis. To this I would add that the book shows how intimately related these subjects really are, a feature that specialization tends to hide.

A central theme is Grothendieck's inequality. One of the equivalent ways to formulate it is expressed in the factorization theorem. Given compact Hausdorff spaces  $X$  and  $Y$  and probability measures  $\mu$  on  $X$  and  $\nu$  on  $Y$ , let  $B$  be a continuous bilinear form on  $L^2(X, \mu) \times L^2(Y, \nu)$ . Then obviously its restriction to  $C(X) \times C(Y)$  is a continuous bilinear form on that product, the spaces  $C(X)$  and  $C(Y)$  of continuous functions on  $X$  respectively  $Y$ , being equipped with their respective sup-norms  $\|\cdot\|_\infty$ . Grothendieck's factorization theorem is the converse of this: Given a continuous bilinear form  $B$  on  $C(X) \times C(Y)$  with norm  $\|B\|$ , there exist probability measures  $\mu$  and  $\nu$  on  $X$ , respectively  $Y$ , such that  $B$  extends continuously to  $L^2(X, \mu) \times L^2(Y, \nu)$ , and such that the norm of the extension is at most  $\kappa_G \|B\|$ , that is, we have the inequality  $|B(f, g)| \leq \kappa_G \|B\| \|f\|_{L^2(\mu)} \|g\|_{L^2(\nu)}$ , where the expressions  $\|f\|_{L^2(\mu)}$  and  $\|g\|_{L^2(\nu)}$  denote the  $L^2$  norms of the functions  $f \in C(X)$  and  $g \in C(Y)$ , respectively. The remarkable fact is that  $\kappa_G$  is a universal constant, independent of the spaces under consideration.

One of the ways in which the factorization theorem recurs in the book is negatively: the analogous result for trilinear and other multilinear maps is false, but it takes an excursion into harmonic analysis, with the emphasis on Rademacher functions, and the properties of Sidon sets, to prove that.

An important role is played by the so-called mixed norms for matrices and higher dimensional arrays. A well-known instance of this for matrices is the supremum of the  $\ell^1$ -norms of the columns. One can also take the  $\ell^p$ -norm of the sequence of  $\ell^q$ -norms of the columns (or lines) of a matrix. For instance, in Theorem 10 of the prologue we see Littlewood's mixed  $(\ell^1, \ell^2)$  inequality. Such mixed norm inequalities recur throughout the book.

It is well known that continuous linear forms on a space  $C(X)$ , with  $X$  compact, correspond bijectively to regular measures on  $X$ . Another theme in the book concerns the fact that, while measures on the product  $X \times Y$  define continuous bilinear forms on  $C(X) \times C(Y)$ , the converse is false: in general, a continuous bilinear map does not define a measure on the product. Bi-measures,

and generally multi-measures, in the book usually defined as set functions and called  $F_n$ -measures, or Fréchet measures, do not, in general, define measures on the product. So a good deal of space is devoted to multidimensional measure theory, the theory of integrals with respect to such Fréchet measures.

This distinction between measures on a product and Fréchet measures is, by duality, related to the properties of the projective tensor products of linear spaces, in this book denoted with the letter  $V$ , in honour of N. Varopoulos who seems to have been the first to emphasize the link between harmonic analysis and topological tensor products.

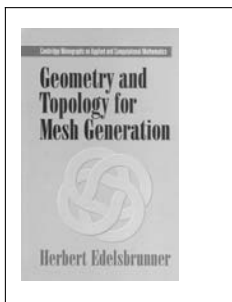
The middle part of the book brings probability theory, the Wiener integral, the Wiener-Ito multiple integral, random series, and the notion of Integrators, which is shown to be a powerful tool.

The last chapters are about fractional, combinatorial, dimension, not to be confused with Hausdorff dimension. Dimensionality is in fact the ultimate goal of the book. It is shown, surprisingly, to be related to the mixed norm inequalities and Fréchet measure theory from the previous chapters.

The book is well-organized, given the complexity of the material which prevents a strictly linear ordering, although we have to guess at some obvious notations such as  $||\hat{\beta}||_p$ . There is a good index, the historical backdrops are helpful.

One thing I regret is the author's introduction of algebraic tensor products as formal expressions, sometimes identifying them to concrete objects in one way, sometimes in another way (p. 73, p. 81), without emphasizing the uniqueness of tensor products up to isomorphism through the universal property that gives the correspondence between multilinear maps and linear maps on the tensor product. This might have resulted in a greater concision of certain sections, especially given the author's care in explicitly writing out all the required sums for the description of  $n$ -fold tensor products.

*E.G.F. Thomas*



H. Edelsbrunner  
**Geometry and Topology for Mesh Generation**

Cambridge University Press, 2001,  
Cambridge Monographs on Applied  
and Computational Mathematics 7  
177 p., prijs £30,00  
ISBN 0-521-79309-2

Mesh generation is a basic problem in many areas of Computational Science, like Computational Fluid Dynamics, Computer Aided Geometric Design, Computer Graphics and Computational Geometry. It incorporates aspects of Numerical Analysis on the one hand and of Combinatorial Topology on the other. In many applications a region in the plane is subdivided into triangles, or a region in space is subdivided into tetrahedra. These triangulations or tetrahedrizations are combinatorial objects, that can be represented in a computer and manipulated by combinatorial geometric algorithms. Furthermore, the quality of the triangles, like the smallest angle, or tetrahedra is crucial for the robustness of numerical calculations.

The book starts with two chapters on triangulations in the

plane. The Delaunay triangulation of a point set has both a rich combinatorial structure and optimal quality with regard to numerical robustness. It can be constructed using a simple, randomized algorithm. The complexity of this algorithm, as well as some nice geometric properties of the Delaunay triangulation are analyzed. In many situations constrained Delaunay triangulations provide a mesh that conforms to the geometry of the input: here, some of the edges of the triangulation are fixed as part of the input to the algorithm. A refinement algorithm is presented, which enhances the quality of the triangles in the mesh by adding well-chosen points as vertices of new triangles.

The third chapter introduces the rudiments of Combinatorial Topology, basically providing a language for the discussion of algorithms for higher dimensional meshes. Simplicial complexes are introduced as the key model for tetrahedrizations, and some topology preserving operations like barycentric subdivision and edge contraction are presented.

Chapter 4 applies these basic notions from Combinatorial Topology to the problem of surface simplification, where the goal is to obtain a coarser mesh by topology preserving operations like edge contraction.

In Chapters 5 and 6 Delaunay triangulations are generalized to three-dimensional Delaunay tetrahedrizations. The 3D version of the randomized algorithm for the constructions of the Delaunay tetrahedrization is presented and analyzed. The complexity of the problem clearly increases with dimension, and the use of a formal setting described in the language of Combinatorial Topology pays off. Improvement of the quality of the mesh is also an issue here, and is in fact much harder to establish than in the planar case. Here we meet the state of the art in computational geometry.

I very much enjoyed reading this book. Herbert Edelsbrunner is an expert in the field of Computational Geometry and its applications to areas like molecular modeling and biogeometry. Moreover, he is an excellent teacher and presenter. This shows in the current book, which grew out of notes for graduate courses on mesh generation. Edelsbrunner combines his taste for beautiful mathematics with a sense for applicability. I highly recommend this book to mathematicians who like to learn how basic geometric and topological structures support the design of efficient computational techniques, and to researchers in computational science and geometric computing who like to learn how to design fast algorithms based on sound mathematical principles. Furthermore, the book is very well suited for graduate seminars on geometric computing.

*G. Vegter*

J. Ivanova, F. Pastrone  
**Geometric Method for Stability of Nonlinear Elastic Thin Shells**

Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 2002  
244 p., prijs €48,-  
ISBN 0-7923-7524-6

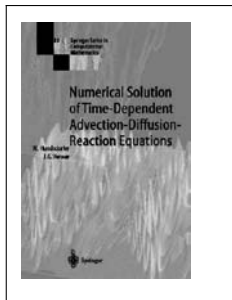
Het doel dat de auteurs voor ogen hadden bij het schrijven van dit boek is vanaf het begin volledig helder. A.V. Pogorelov heeft, naar de mening van de auteurs, een zeer belangrijke meetkundige methode voor het bestuderen van vervormingen van dunne elastische materialen ontwikkeld. In hun enthousiasme schrijven ze zelfs (op de achterflap van het boek), "The geometric method by

Pogorelov is one of the most important analytical methods developed during the last century", zonder daar meteen expliciet aan toe te voegen dat deze methode alleen waarde heeft in de context van dunne elastische materialen ... Het werk van Pogorelov is alleen in het Russisch verschenen. De auteurs willen met dit boek de meetkundige methode van Pogorelov toegankelijk maken voor een groter publiek. Het is zeer de vraag of ze daarin geslaagd zijn.

Hoewel het boek (wederom volgens de achterflap) geschikt zou zijn voor 'post-graduate students' (?) in de toegepaste wiskunde wordt er geen enkele inleiding gegeven in het vakgebied. De —gecompliceerde— functionalen die de energie van een vervormd dun elastisch oppervlak beschrijven, worden in essentie zonder enige uitleg geponeerd. Het gevolg hiervan is dat een lezer die niet al thuis is in dit toch behoorlijk gespecialiseerde vakgebied meteen in Hoofdstuk I grotendeels moet afhaken. Daar komt bij dat het deze lezer om dezelfde reden ook niet duidelijk wordt wat er nu zo belangrijk is aan Pogorelov's methode. Men zou hieruit kunnen concluderen dat het boek alleen maar geschikt is voor lezers met een flinke kennis van de behoorlijk geavanceerde wiskunde van niet-lineair elastische materialen. Maar deze lezer wordt op meerdere plaatsen verrast door tot in het detail uitgewerkte triviale wiskundige exercities. Zo besteedt het boek bijvoorbeeld bijna drie pagina's (pp. 84–86) aan het uitwerken van een simpele iteratieve methode waarmee een  $n$ -de graads vergelijking van de vorm  $x^n + ax + b = 0$  kan worden opgelost.

Het boek is geschreven in een moeilijk leesbaar Engels, de (vele!) lange formules zijn mede door het gebruik van een pre-tex editor moeilijk te doorgronden, de illustraties zijn soms van een bedroevende kwaliteit. Dit alles bij elkaar roept de vraag op waarom dit boek eigenlijk uitgeven is.

A. Doelman



W. Hundsdorfer, J.G. Verwer  
**Numerical Solution of Time-Dependent Advection-Diffusion-Reaction Equations**

Berlijn: Springer Verlag, 2003  
471 p., prijs € 79,95  
ISBN 3-540-03440-4

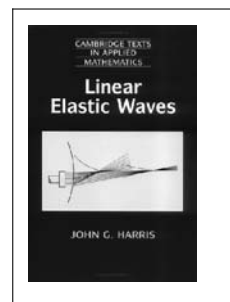
Even though the authors of this book can not have aimed at presenting a complete treatment of the topic, as a relatively unexperienced reader in the field you get the impression that they did. The information, densely packed on roughly 450 pages, is abundant though well-structured, smoothly readable, and with emphasis on explanation of key concepts by means of examples that are stripped from unnecessary complications. There are no exercises, but for the reader it is not too hard to take any of the numerous examples, do the coding, study the results, and to check validity of theory. As such, and particularly valid for the first introductory chapter of 138 pages, a serious student with a hands-on attitude finds in this book an excellent source for self-studies and investigation.

The discretization of advection-diffusion-reaction equations is rather hazardous in the sense that, metaphorically, it is like mixing red, green and blue while preventing that the result turns

brown. Each of the terms in the equation has its own characteristic properties, and good discretizations of the individual terms respect these properties. Simply adding them together may lead to contradicting demands on the coupled discretization. Delicate trade-offs need to be made, and the resulting schemes should be used with extreme caution. As if that is not enough already, also the interplay between space- and time-discretization *an sich* needs to be kept in mind. All this makes the discretization of time-dependent advection-diffusion-reaction equations into one of the most challenging problems in computational mathematics. The authors have accepted this challenge, and, based on roughly twenty years of internationally recognized research experience and collaboration, written a book in which this trade-off, caution, and interplay are well accounted for. It is a valuable contribution to the Springer Series in this field of research.

After the introductory chapter, there is a chapter solely on time discretization. The third chapter concentrates on the difficulties that already arise in the coupling of advection and diffusion. The next chapter, on operator splitting, is a logical choice, since this seems to provide a paradigm to deal with difficulties arising from coupling in general on a more abstract level. The final, rather short chapter returns again to time integration methods, in particular to some promising recent developments in this area.

J. Brandts



J.G. Harris  
**Linear elastic waves**

Cambridge : Cambridge University Press, 2001,  
Cambridge Texts in Applied Mathematics 26  
178 p., prijs £19,99  
ISBN 0-521-64383-X

De theorie van propagatie van kleine verstoringen (golven) in een elastisch medium vormt een klassiek en vruchtbaar toepassingsgebied van de wiskunde. Bovendien laten bijna alle resultaten zich vertalen naar en van elektromagnetische golven, terwijl een deelverzameling ervan (namelijk die te beschrijven zijn door middel van een scalaire potentiaal) direct te vertalen is naar akoestische golven.

Het huidige boekje geeft een beknopte doorsnede van een aantal kernverschijnselen en begrippen.

Het boekje heeft veel goede kanten. Het geeft in een wonderlijk beknopte en toch heldere stijl een aantal van de bekende begrippen met ontzettend leuke doorkijkjes en dwarsverbanden die je niet opmerkt of vergeten bent als je te lang in een bepaald deelgebied bent blijven hangen. Mij trof bijvoorbeeld de vertaling van een volkomen ondoorzichtige representatie in het frequentiedomein van het veld van een herhaald gereflecteerde puls in een staaf van eindige lengte naar een heldere en compacte beschrijving in het tijddomein door middel van een simpele Poisson transformatie. Adequaat worden behandeld het verschil tussen verstrooiing- en reflectie/transmissiematrices, dispersie en groepssnelheid, het belang van de tak en sneden van de complexe wortel  $(\alpha^2 - k^2)^{1/2}$ , het principe van *phase matching* bij reflectie en transmissie op een materiaalovergang (de wet van Snellius, die

overigens niet wordt genoemd), evenals diffractie en uitstralingsproblemen waarbij integraalasymptotiek in de uitwerking een rol speelt. Niet onaardig was ook het hoofdstuk over kanaalmodes, vooral met betrekking tot enige fysische inzichten. Wel had ik iets meer nadruk willen zien op de rol van het onderliggende eigenwaardeprobleem en de eigenfunctie ( $\sim$  mode)-ontwikkeling van het complete veld. Volledigheid tussen randvoorwaarden van de modes en randvoorwaarden van het veld komt niet aan bod.

Wat meer aandacht hadden wel de *scherpe-randvoorwaarde* en de *causaliteitsvoorwaarde*, notoire bronnen van verwarring, mogen hebben. Beide staan niet in de index. De scherpe-randvoorwaarde komt wel in de tekst voor (met een minimum aan toelichting), maar causaliteit staat verstopt als *radiation condition*; see *limiting absorption* en verder zonder de relatie met het tijdsprobleem.

Het boekje heeft ook minder goede kanten. Tamelijk hinderlijk (voor wie een andere achtergrond heeft natuurlijk) blijft het feit dat alle resultaten geheel zijn gebracht in de taal van elastische golven (zoals de titel belooft). Zoals gezegd, erg veel laat zich zo overbrengen naar andere golfproblemen, maar dan moet je je niet teveel hoeven afvragen wat een *antiplane shear wave* ook al weer was.

Verder maakt de auteur er een slechte gewoonte van alle problemen dimensievol te presenteren. Dit gaat goed (afgezien van wat extra nomenclatuur) zolang geen benaderingsmethoden worden gebruikt. Echter, als bijvoorbeeld de stralenbenadering wordt afgeleid (waarbij gebruik wordt gemaakt van een groot typisch Helmholtzgetal  $kL$ ), is het een heel gehannes hoe in woorden moet worden uitgelegd waarom zekere termen al dan niet verwaarloosbaar zouden zijn ten opzichte van andere. In een kennelijke poging ook een grenslaagprobleem op te nemen, geeft de auteur de oplossing van het probleem van diffractie aan een halfoneindig breukvlak behalve exact (met Wiener-Hopf) ook benaderd met *matched asymptotic expansions*. Ik betwijfel of de auteur hier wel helemaal boven staat. Omdat er geen andere lengteschaal in het probleem is dan de golfengte, is dit geen echt grenslaagprobleem. De auteur meent dat het omgekeerde van het golfgetal,  $k^{-1}$ , een 'kleine parameter' is, maar je kunt deze geheel uit het probleem schalen.

Het is jammer te moeten constateren dat het gebrek aan strakheid met betrekking tot de dimensieloze parameters de auteur parten speelt zodra hij zich begeeft in de storingsmethoden. Voor het overige heeft het boekje me toch wel het een en ander geleerd, en ik kan het met een slag om de arm uiteindelijk wel aanbevelen.

S.W. Rienstra

M.R. Grossinho and S. Tersian

### **An Introduction to Minimax Theorems and their Applications to Differential Equations**

Kluwer Academic Publishers, 2001

269 p., prijs €124,95

ISBN 0-7923-68-320

The book is an introduction to critical point theory and its applications to differential equations. The material has been organized in seven chapters.

Chapter I is an introductory chapter. It presents the variational principles of Ekeland and of Borwein-Preiss on the existence of  $\varepsilon$ -minimum points. It introduces a number of deformation lemmas,

which are subsequently used to provide proofs of the mountain-pass theorem of Ambrosetti-Rabinowitz and some of its extensions. It also shows how mountain-pass theorems can be derived from the variational principle of Ekeland.

Chapter II starts with a discussion of the well-known minimax theorem of von Neumann. It also presents the saddle-point theorems of Rabinowitz and their extensions due to Lazer-Solimini on the one hand and Schechter on the other and shows how these results are connected to critical point theory. It formulates the critical point theorems of Brezis-Nirenberg and Li-Willem, and a number of linking theorems due to Silva.

Chapter III studies applications of critical point theorems to elliptic problems in bounded domains. The Neumann problem is studied, as well as the Hammerstein equations on a bounded domain with smooth boundary. The existence of solutions to the Hammerstein integral equations is shown using the Ambrosetti-Rabinowitz mountain-pass theorem discussed in Chapter I and the Lazer-Solimini saddle point theorem treated in Chapter II.

Chapter IV applies variational methods to prove the existence of periodic solutions of some second-order non-linear differential equations. Existence results are established using the Ambrosetti-Rabinowitz mountain-pass theorem of Chapter I, and the Silva saddle-point and Li-Willem linking theorems of Chapter II.

The dual variational method is presented in Chapter V, as well as its applications to some problems for fourth-order differential equations with continuous and discontinuous nonlinearities.

The goal of Chapter VI is the presentation of a number of minimization and mountain-pass theorems for non-differentiable functionals. It is assumed that the functionals are locally Lipschitz, which implies that it is possible to define their generalized gradients. The mountain-pass theorems of Chang, Ghoussoub-Preiss and Brezis-Nirenberg are obtained as special cases of a general mountain-pass theorem.

Chapter VII concludes the book with an application of variational methods to study the existence of homoclinic and heteroclinic solutions of second-order equations, fourth-order equations and Schrödinger type equations.

The book is designed for graduate and postgraduate students as well as for specialists in the fields of differential equations, variational methods and optimization. Although there is scope for improvement of the book, in particular with regard to the use of English and the exposition of the general intuition behind the results obtained, I have enjoyed reading the book for its mathematical clarity and rigor. I am convinced that any specialist in the field will use the book as a valuable reference manual, and I would therefore like to highly recommend it.

P. Herings