

Malo Hautus

Departement Wiskunde en Informatica

Technische Universiteit Eindhoven

Postbus 513

5600 MB Eindhoven

malotue@hautus.nl

Afscheidsrede

Wat valt er nog

De systeemtheorie, dat is de theorie die zich bezighoudt met het modelleren van fysische processen die evolueren in de tijd en waarbij bovendien sprake is van beïnvloeding van het proces door een invoerfunctie, heeft in Nederland een lange bloeiperiode gekend. Onder de diverse centra in Nederland was de Eindhovense groep prominent aanwezig. Deze groep floreerde van 1978 tot 1993 en stond onderleiding van Malo Hautus. Op 8 april 2005 sprak hij zijn afscheidsrede uit ter gelegenheid van de aanvaarding van zijn emeritaat aan de Technische Universiteit Eindhoven. Hautus heeft vele resultaten op het gebied van de systeemtheorie op zijn naam staan; er is zelfs een criterium, de zogenaamde Hautustest voor de observeerbaarheid, naar hem genoemd.

Bijna 46 jaar loop ik rond op de Technische Universiteit Eindhoven. Meer dan 35 jaar heb ik me bezig gehouden met systeem- en regeltheorie. In dit afscheidscollege wil ik met u terugblikken en enkele gedachten met u delen over wiskunde en wiskundigen, en over systeemtheorie.

Terugblik

In het voorjaar van 1959 bezocht ik samen met mijn vader voor het eerst de Technische Hogeschool Eindhoven om een voorlichtingsbijeenkomst bij te wonen. Het TH-terrein zag er toen heel anders uit dan tegenwoordig. Het was eigenlijk meer een bouwterrein met diverse gebouwen in een of ander stadium van aanbouw. Zo stonden er van het hoofdgebouw alleen maar de poten. En alleen het paviljoen en de W-hal waren in 1959 min of meer geschikt voor gebruik. Desondanks of misschien juist daardoor was ik bijzonder onder de indruk van het hele complex.

Hoewel mijn vader en ik naar de studievoorlichting gingen, had ik mijn keuze

in feite al gemaakt. Ik wist dat er op de TH Eindhoven drie opleidingen waren: werktuigbouwkunde, scheikundige technologie en elektrotechniek. Deze laatste opleiding sprak het meest tot mijn verbeelding. Het feit dat mijn vader een radio- en televisiezaak had, zal daarbij wel van invloed zijn geweest. Mijn wiskundeleraar van de middelbare school bracht mij nog even aan het twijfelen. Hij adviseerde me in Delft te gaan studeren. "Daar heb je een opleiding tot wiskundig ingenieur en daar krijg je lekker veel wiskunde," zei hij. Veel wiskunde, dat sprak me aan, maar bij een opleiding tot wiskundig ingenieur kon ik me niet veel voorstellen. Ik bleef dan ook bij mijn oorspronkelijke keuze en ging in september 1959 elektrotechniek studeren in Eindhoven.

In mijn eerste studiejaar volgde ik met veel interesse de aangeboden cursussen. Het interessantst vond ik de colleges Wiskunde I en II, van professor Seidel, met de bijbehorende instructies, gegeven door Alois Geurts. De behandeling van de wiskunde was heel anders dan op de middelbare school, veel

minder rigide en protocollair, en met meer flair. Het was voor mij een belevenis! Meer moeite had ik met de praktisch georiënteerde vakken en de practica, in het bijzonder met werkplaatstechniek. Daar waren twee redenen voor. In de eerste plaats was en ben ik voorzien van een voor de Hautusfamilie kenmerkende onhandigheid, zodat de proeven die ik moest uitvoeren steevast mislukten. In de tweede plaats had ik moeite met de beschrijvingen van de verschillende begrippen, omdat die naar mijn mening ambigu waren. Hier openbaarden zich misschien de eerste verschijnselen bij mij van een beroepsafwijking die kenmerkend is voor wiskundigen. In het begin van het tweede jaar werd ik bij professor Seidel geroepen. Hij wilde twee zaken met mij bespreken. Ten eerste vroeg hij mij of ik interesse had studentassistent voor het wiskundeonderwijs te worden, indertijd meeloper genoemd. Ten tweede attendeerde hij mij op een nieuwe studierichting in oprichting, die van 'wiskundig ingenieur'. Die opleiding zouden studenten van de TH vanaf het derde jaar kunnen volgen, nadat ze de eerste twee studiejaar een van de andere studierichtingen hadden gevolgd. Bij de nieuwe studierichting wiskundig ingenieur dacht men aan specialisaties in de richting van de analyse, de statistiek en de computerkunde. (Tussen haakjes: het woord informatica bestond toen nog niet. De term 'informatica' werd pas in 1964 in Nederland geïntroduceerd door de onlangs overleden numeriek wiskundige en



Malo Hautus

te regelen?

politicus Zoutendijk.) Ik had inmiddels een beter inzicht in wat een studie wiskundig ingenieur zou kunnen inhouden dan toen mijn middelbare-schoolleraar het erover had, maar toch vroeg ik professor Seidel of er wel voldoende emplooi voor afgestudeerde wiskundig ingenieurs zou zijn. Hij vertelde me dat hij een bespreking had gehad met een aantal mensen van IBM, de grootste computerfirma ter wereld. Deze mensen hadden gezegd dat ze onmiddellijk alle wiskundig ingenieurs wilden aanstellen die de TH kon afleveren. Dat was indrukwekkend. Ik antwoordde professor Seidel dat ik over beide punten zou nadenken. Vervolgens heb ik advies ingewonnen bij mijn patroon, een ouderejaarsstudent elektrotechniek, die mij begeleidde. Hij raadde mij het studentassistentchap af, omdat er bij elektrotechniek veel interessantere mogelijkheden waren. Dát advies heb ik toen opgevolgd. Maar een jaar later — na een praktische stage bij Philips in Drachten — was ik helemaal om. Ik schreef me in als wiskundestudent, en werd ook nog meeloper.

Een belangrijke gebeurtenis voor mij in het derde studiejaar was het college fundamentele wiskunde, gegeven door professor De Bruijn in een bovenzaal van het IPO-gebouw (Instituut voor Perceptie Onderzoek), het tegenwoordige Dommelgebouw, waar de afdeling Wiskunde in die tijd in gevestigd was. Dit college was een bijzondere ervaring, want toen bleek dat al het wiskunde-onderwijs dat ik tot dan toe gevolgd had, niet streng genoeg

geweest was. De nauwkeurigheid, de strenge logica en de elegantie waarmee de wiskunde in dat college bedreven werd, hebben een blijvende invloed gehad op de manier waarop ik de wiskunde zie. Enige tijd later werd ik studentassistent bij professor De Bruijn. Ik hielp hem bij de opgavenrubriek *Problem Section* van het *Nieuw Archief voor Wiskunde*, waarvan hij redacteur was. Verder controleerde ik proefschriften van zijn promovendi. Ik voerde deze werkzaamheden voor een deel samen uit met medestudent Kees van Ginneken, en we hadden er veel plezier in. In die tijd had ik verder veel contact met Stan Ackermans. Ook zijn proefschrift heb ik tot in de details gelezen. Zo begon mijn loopbaan in de wiskunde. Een paar jaar later besloot ik bij professor De Bruijn te gaan afstuderen.

Dames en heren, voordat ik verder ga met mijn terugblik, wil ik enkele gedachten aan u kwijt over de wiskunde en over hoe tegen wiskundigen wordt aangekeken.

Wiskunde en wiskundigen

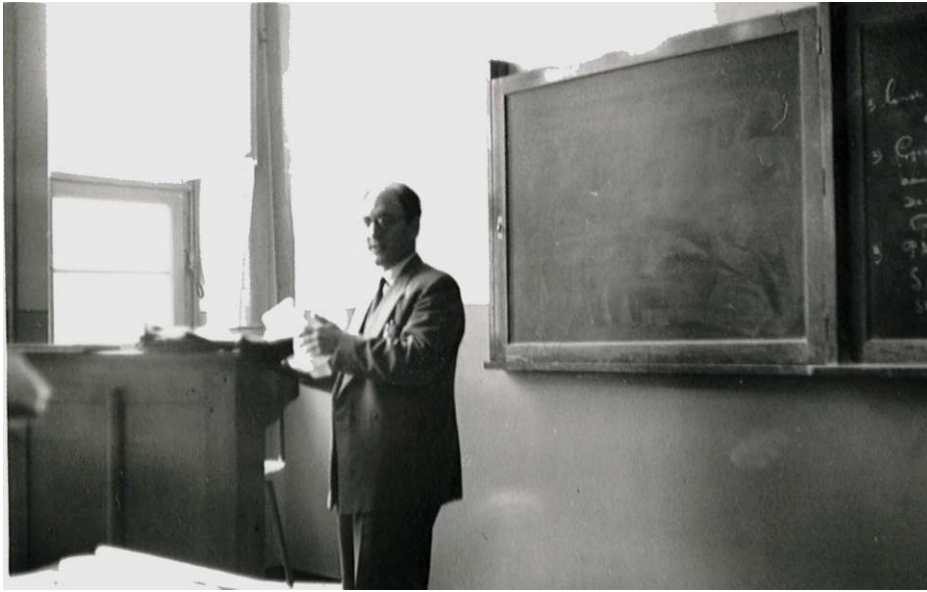
Wiskunde is een gespecialiseerd vak. Wanneer twee wiskundigen een wiskundige conversatie voeren en een niet-wiskundige dat gesprek opvangt, dan kan deze vaak niet achterhalen wat het gespreksonderwerp is. Zelfs al hoort hij normale woorden, toch blijft de niet-wiskundige in het ongewisse. Een bekende stelling uit de functietheorie, de zogenaamde stelling van Liouville, luidt: een begrensde gehele functie is constant. De meeste

Nederlanders zullen elk woord van deze uitspraak verstaan, zonder er een flauw idee van te hebben waar deze zin over gaat.

Hoewel wiskunde dus voor veel mensen volslagen onbegrijpelijk is, hebben velen een heilig ontzag voor het vak. Sommigen denken zelfs dat je met wiskunde alle problemen kunt oplossen. Zo was er jaren geleden een jongedame die in een liedje haar beklag deed dat ze goed was in wiskunde, maar toch niet kon kiezen tussen twee aantrekkelijke jongemannen. Ze zong: "Wat heb ik nou aan algebra, nu ik voor de keuze sta." Tussen haakjes, in dit geval is de oplossing duidelijk: deze dame had geen algebra nodig maar besliskunde.

De meeste mensen zullen echter denken dat wiskunde niet kan helpen bij het kiezen van een partner of bij het oplossen van relatieproblemen. Dit blijkt een onderschatting van de wiskunde te zijn. De wiskundige James Murray ontwikkelde onlangs samen met de klinisch psycholoog John Gottman een eenvoudig maar effectief model om het succes van een relatie te voorspellen en om relationele problemen aan te pakken. Voor geïnteresseerden geef ik hier de titel van het boek dat Murray en Gottman hierover schreven: *the Mathematics of Marriage: Dynamic Nonlinear Models*.

In tegenstelling tot het vak wiskunde genieten zijn beoefenaars, de wiskundigen, vaak niet zo'n hoge waardering. Vindt men nou dat wiskundigen dom zijn? Al lang geleden, ik denk in de middelbare schooltijd, las



H.J. Engels, Wiskundeleraar op het Bisschoppelijk College in Roermond

ik in een verhaal van Godfried Bomans de volgende anekdote, die de domheid van wiskundigen wel suggereert: "Er was eens een statisticus, die een lange wandeltocht gemaakt had in de bergen, en vermoeid aankwam bij een meertje. Hij kon niet zwemmen, maar wist dat het meertje gemiddeld niet meer dan 1,5 meter diep was. Dus ontdeed hij zich van zijn kleren en sprong met een gerust hart het water in. Nu was het water daar ter plaatse 3 meter diep, en onze statisticus verdronk jammerlijk." Dit is natuurlijk een droevig verhaal, maar voor de statistiek is aan deze man niet veel verloren gegaan. De anekdote lijkt te wijzen op de extreme domheid van een wiskundige, maar het is eigenlijk een aanklacht tegen alle personen die statistische gegevens op een verkeerde of niet verantwoorde manier gebruiken. En wiskundigen zijn juist degenen die daar steeds tegen vechten.

Nee, de bezwaren tegen wiskundigen hebben een ander karakter. Een veel voorkomende klacht is bijvoorbeeld dat wiskundigen pedant zijn, want ze leggen nadruk op kleine, irrelevante details.

Toen de 19de eeuwse wiskundige Babbage, die een pionier was in de informatica, het gedicht *The Vision of Sin* van zijn vriend, de beroemde dichter Lord Alfred Tennyson gelezen had, schreef hij hem de volgende brief:

"In your otherwise beautiful poem, one verse reads: Every moment dies a man, Every moment one is born. If this were true, the population of the world would be at a standstill. In truth, the rate of birth is slightly in excess of that of death. I would suggest, that the next edition of your poem should read:

Every moment dies a man, Every moment

1 1/16 is born. Strictly speaking, the actual figure is so long I cannot get it into a line, but I believe the figure 1 1/16 will be sufficiently accurate for poetry."

Het is duidelijk dat Babbage hier een grappe maakte en Tennyson heeft zijn gedicht heus niet aangepast.

Een andere gewoonte die aan wiskundigen wordt toegeschreven en die verband houdt met de pedanterie van wiskundigen is de opvatting dat wiskundigen vragen verkeerd beantwoorden. De volgende bekende anekdote is kenmerkend voor deze kijk op wiskundigen: een ballonvaarder had over een uitgebreid bebost heuvellandschap gevlogen, en de heuvels leken allemaal zoveel op elkaar dat de man niet meer wist waar hij precies was. Gelukkig zag hij beneden een wandelaar door de bossen lopen. Hij liet zijn ballon wat zakken en riep naar beneden: "Beste man, kunt u mij vertellen waar ik ben?" De wandelaar antwoordde: "In een ballon." Hierop zei de ballonvaarder: "Meneer is zeker wiskundige." "Hoe weet u dat?" vroeg de wandelaar. "Uw antwoord is volkomen correct, maar ook compleet waardeloos" zei de ballonvaarder. Het antwoord van de wandelaar wil ik u niet onthouden: "En meneer is zeker manager" zei de wandelaar. "Hoezo?" vroeg de ballonvaarder. "U weet niet waar u bent, en waar u naar toe gaat, en u verwacht dat ik u help."

Een ander punt: wiskundigen worden ook wel slechte verstaanders genoemd. Als je hun niet precies zegt wat je bedoelt, hebben ze er geen idee van waar je het over hebt. In het kort, wiskundigen hebben aan een half woord niet voldoende. Wanneer zoiets in het dagelijkse leven gebeurt, kan het een beroeps-

afwijking genoemd worden. Maar binnen de wiskunde is het een absolute vereiste een slechte verstaander te zijn. Een fout die vaak voorkomt bij wiskundige verhandelingen, is het gebruiken van niet expliciet genoemde veronderstellingen. Het is essentieel dat de wiskundige zich daartegen wapent, want dergelijke fouten zijn vaak moeilijk te achterhalen. De wiskundige moet ervoor zorgen dat hij precies begrijpt wat de ander bedoelt. Hij mag zeker niet denken: 'Oh, er zal zeer waarschijnlijk dit of dat bedoeld worden.' Een wiskundige mag dus geen goede verstaander zijn, althans niet in zijn vakgebied. Uiteindelijk bestaat er binnen de wiskunde geen ander middel dan logische strengheid om resultaten te controleren.

Waar men de wiskundige óók van beschuldigt, is dat hij een aan hem gegeven probleem vertaalt in zijn eigen notatie, en eventueel aanpast aan bestaande theorieën. De schrijver Goethe nam bijvoorbeeld dit standpunt in. Van hem is de volgende uitspraak bekend: "Die Mathematiker sind eine Art Franzosen: redet man zu ihnen, so übersetzen sie es in ihre Sprache, und dann ist es alsobald ganz etwas Anderes." [Maximen und Reflexionen, 1829] Kennelijk zag Goethe ook de Fransen niet zo zitten.

Door de meeste mensen wordt Goethe tegenwoordig gezien als een dichter en schrijver. Goethe zelf zag niet zijn literaire maar zijn wetenschappelijke werk als zijn voornaamste bijdrage tot onze cultuur, in het bijzonder zijn werk in de biologie en in de natuurkunde. Met de wiskunde had Goethe echter problemen. Hij miste elke wiskundige basis, en dit heeft hem ernstig belemmerd in de uitoefening van de natuurkunde. Hij had wel veel ontzag voor de wiskundige methode, zoals blijkt uit de volgende uitspraken: "Die Bedächtlichkeit, nur das Nächste ans Nächste zu reihen, oder vielmehr das Nächste aus dem Nächsten zu folgern, haben wir von den Mathematikern zu lernen, und selbst da, wo wir uns keiner Rechnung bedienen, müssen wir immer so zu Werke gehen, als wenn wir dem strengsten Geometer Rechenschaft zu geben schuldig wären..." (Zur Farbenlehre, 1810) en "Ich hörte mich anklagen, als sei ich ein Widersacher, ein Feind der Mathematik überhaupt, die doch niemand höher schätzen kann als ich, da sie gerade das leistet, was mir zu bewirken völlig versagt worden." (Naturwissenschaftliche Schriften, 1826).

Met de eigenaardigheid van de wiskundigen om problemen in hun eigen taal te vertalen, kan Goethe verschillende dingen bedoeld hebben: In de eerste plaats het gebruik van

wiskundige modellen. Wiskunde heeft veel toepassingen in andere vakgebieden. Als buitenstaander kun je je afvragen hoe het mogelijk is dat de wiskunde, die op zo'n abstracte basis geschoeid is, op zoveel plaatsen in het praktische leven toegepast kan worden. De bekende fysicus en Nobelprijswinnaar Eugene Wigner heeft over deze vraag een bekend artikel geschreven met de titel *The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in Science and Engineering*.

De methode die de wiskundige gebruikt bij het oplossen van een praktijkprobleem is een vertaling ervan naar een wiskundig probleem. Dit heet wiskundige modellering. We noemen het wiskundige probleem een wiskundig model van het oorspronkelijke probleem. Als het meezit, kan daarna dit wiskundige probleem worden opgelost. De resultaten van die oplossing kunnen vervolgens weer terugvertaald worden naar de praktijk.

Het maken van een goed wiskundig model is een belangrijk aspect van het werk van een toegepast wiskundige, en het speelt ook een belangrijke rol in de opleiding toegepaste wiskunde aan de Technische Universiteit Eindhoven.

Goethe moest echter niets hebben van deze vertaling van een praktisch probleem naar een wiskundig probleem, want hij was daarvoor niet meer in staat de behandeling van het probleem te volgen, vanwege zijn gebrek aan wiskundige kennis.

Goethe kan ook iets anders bedoeld hebben met zijn opmerking dat de wiskundigen alles vertalen. Wiskundige problemen gevonden door modelvorming zijn vaak zo ingewik-

keld dat een oplossing onmogelijk is. Daarom worden deze problemen vereenvoudigd. Men spreekt dan over een geïdealiseerd probleem. In de mechanica bijvoorbeeld wordt deze werkwijze veelvuldig toegepast. In dat vakgebied heeft men het over oneindig gladde oppervlakken, over puntmassa's, over wrijvingsloze gassen en vloeistoffen, over gelineariseerde vergelijkingen. Door deze vereenvoudigingen krijgt het probleem vaak een heel ander karakter dan het oorspronkelijk had. Vandaag de dag zijn dergelijke drastische vereenvoudigingen veel minder nodig dan in de tijd van Goethe. We beschikken tegenwoordig immers over zulke rekenfaciliteiten dat ook gecompliceerde modellen kunnen worden doorgerekend. De vereenvoudigde modellen worden nog voornamelijk voor educatieve doeleinden gebruikt, en ook om een voorlopig idee te krijgen van de oplossing, voordat het echte rekenwerk begint.

Een derde verandering die wiskundigen aan problemen aanbrengen, en die misschien door Goethe bedoeld werd, heet generalisatie. Generalisatie is een proces dat samen gaat met abstractie, een wiskundig belangrijk begrip. Als je twee of meer overeenkomstige wiskundige methodes hebt voor problemen die niets met elkaar te maken lijken te hebben, dan probeer je deze methodes te zien als speciale gevallen van een algemene methode. Deze algemene methode verkrijgt je door de specifieke eigenschappen van de afzonderlijke problemen achterwege te laten en alleen het gemeenschappelijke te behouden. Het weghalen van de eigenschappen van het probleem die niet relevant zijn, noemt men

abstractie. Abstractie is in de eerste plaats zo belangrijk omdat je daarmee door middel van één redenering een aantal problemen tegelijk kunt behandelen, wat de efficiëntie verhoogt. Maar ook hebben wij, wiskundigen, de indruk dat we door abstractie meer inzicht in een probleem en zijn oplossing hebben, en dat we daardoor beter gereedschap in handen krijgen om nieuwe problemen aan te pakken en nieuwe resultaten te vinden.

Dit alles klinkt misschien wel wat vaag, of misschien 'abstract', maar in werkelijkheid wordt het principe al op zeer elementair niveau gebruikt. Getallen vormen bijvoorbeeld al een wiskundige abstractie. De uitspraken "als je bij drie tafels vier tafels voegt, krijg je zeven tafels" en "als je bij drie knikkers vier knikkers voegt, krijg je zeven knikkers" gaan over compleet verschillende objecten, maar ze hebben veel gemeenschappelijk. Als we abstraheren kunnen we de tafels en de knikkers weglaten, en eenvoudig zeggen: $3+4 = 7$.

Genoeg gezegd over wiskundigen en hun eigenaardigheden. Het wordt tijd dat ik verder ga met mijn terugblik.

Mijn vakgebied: systeem- en regeltheorie

In de tijd dat ik bij professor De Bruijn aan het afstuderen was, richtte hij de zogenaamde differentiaalclub op. Dit was een wekelijkse bijeenkomst van zijn groep die vooral kwalitatieve eigenschappen van oplossingen van gewone differentiaalvergelijkingen bestudeerde. In die tijd ontstond er interesse in het vinden van optimale besturingen, bijvoorbeeld met behulp van het maximumprincipe van Pontryagin. Dat was mijn eerste contact met de systeemtheorie, afgezien van een college in de regeltechniek dat ik eerder bij de afdeling elektrotechniek had gevolgd. Ik volgde de discussies in de differentiaalclub over optimale besturingen slechts terzijde, omdat ik me meer concentreerde op mijn afstudeerwerk, dat in de richting van de storingsrekening lag.

In juli 1966 studeerde ik af. Professor Seidel vroeg me of ik na mijn afstuderen op de Technische Hogeschool wilde blijven werken bij professor De Bruijn. Ik antwoordde dat ik dat graag wilde, maar dat ik dan ander werk wilde doen dan het bestuderen van proefschriften van anderen. Seidel interpreteerde dit als een verzoek van mij om zelf te promoveren. Daar had ik nog niet aan gedacht, want in die tijd was het helemaal niet vanzelfsprekend dat iedere wetenschappelijk medewerker aan de Technische Hogeschool ook ging promoveren.

Voor mijn promotieonderzoek hield ik mij



Promotie juni 1970

aanvankelijk met storingsrekening bezig, een uitbreiding van het onderwerp van mijn afstudeerwerk. De berekeningen daarin werden echter steeds ingewikkelder en onaantrekkelijker. Wanneer ik in de differentiaalclub vertelde over de voortgang, zag ik dat menig toehoorder moeite had een geeuw te onderdrukken. En toen ik ontdekte dat een belangrijk gedeelte van mijn resultaten eerder gevonden was, ben ik gestopt met dit onderzoek. Het was wel een teleurstelling en aanvankelijk had ik moeite aan een nieuw onderzoeksproject te beginnen.

Ik heb in die tijd veel contact gehad met David Klarnar, die onze onderafdeling bezocht om samen te werken met professor De Bruijn en professor Seidel. David en ik deden onderzoek op het gebied van de combinatoriek. Mijn eerste artikel heb ik samen met hem geschreven. Ik heb veel gehad aan zijn hulp, toen en ook later in de periode dat ik mijn proefschrift schreef.

Verder vond ik in die tijd afleiding in het oplossen van problemen die in verschillende tijdschriften gepubliceerd werden. Op de TH was er indertijd veel interesse in deze activiteit, en ik had er tijdens mijn student-assistentenschap al kennis mee gemaakt toen ik werkte aan de *Problem Section* van professor De Bruijn. Later nam professor Van Lint de opgavenrubriek over. Hij was ook de oprichter van de club *O.P. Lossers* die opgaven oploste uit *The American Mathematical Monthly*, kortweg de *Monthly* genoemd, uit *Siam Review* en *Elementen der Mathematik*. Het streven was elementaire, korte en elegante oplossingen te vinden. In dat streven was en is *O.P. Lossers* succesvol en de club kreeg bekendheid over de hele wereld. De waardering onder wiskundigen voor deze activiteiten varieert nogal. Volgens de voorstanders was het oplossen van zulke problemen een uitstekende manier om je geest alert te houden. Je voorkomt daarmee dat je te zeer vastroest in één specialisatie binnen de wiskunde. Ook leer je, vooral door de discussie in de groep, allerlei nieuwe technieken, die anders voor je ver-

borgen blijven. Tenslotte leer je beknoptheid en elegantie van oplossingen van wiskundige problemen waarderen. Anderen vinden dat allemaal te ver gaan, en vragen zich af of je daar wel zoveel tijd in moet steken. Zo zei professor Seidel bijvoorbeeld tegen mij “Je kunt je potlood niet altijd blijven slijpen”, en daar had hij ook wel enigszins gelijk in. Toch denk ik dat deze activiteiten ten zeerste aan te raden zijn, vooral voor jonge wiskundigen.

Het was een van de opgaven uit *SIAM Review*, die me weer op het spoor heeft gezet. Het was een variatieprobleem, dat duidelijk aansloot bij de besprekingen in de differentiaalclub over optimale besturingen. Het interessante van dit probleem was dat het geen oplossing had, althans niet in de klassieke zin van het woord. Het begrip oplossing moest worden aangepast, een techniek die gebruikelijk is in de wiskunde, en die Goethe waarschijnlijk zou hebben afgekeurd. Deze opgave wekte mijn interesse op in problemen over optimale besturingen. Ik presenteerde mijn resultaten in 1968 op het Mathematisch congres in Eindhoven. Daar ontmoette ik Geert Jan Olsder, die ook onderzoek deed in optimale besturingen. We besloten regelmatig bijeenkomsten te houden om te praten over onze gezamenlijke belangstelling.

Professor De Bruijn suggereerde als promotieonderwerp het probleem van het optimaal besturen van een jojo. Dat probleem heb ik bestudeerd, en er bleken allerlei aspecten aan te zitten, met verschillende wiskundige complicaties. Hoewel de optimalisatieproblemen heel interessant waren, werd ik in die tijd gegrepen door een aanverwant gebied, de systeemtheorie. Dat kwam vooral door het standaardwerk van Lee en Markus, *Foundations of Optimal Control* geheten, dat ik bestudeerde om het maximumprincipe van Pontryagin te doorgronden. Daar ontdekte ik de begrippen bestuurbaarheid en waarneembaarheid. Over deze begrippen schreef ik mijn eerste publicaties in de systeemtheorie, voornamelijk omdat ik de behandeling in Lee en Markus veel te ingewikkeld vond.

In juni 1970 promoveerde ik; kort daarna ontving ik een ZWO-beurs (Zuiver Wetenschappelijk Onderzoek) en in september van dat jaar vertrok ik met mijn gezin, dat wil zeggen: met Hilde en onze zoon Edwin — toen 9 maanden oud — voor een jaar naar Stanford in Californië. Ik ging daar samen werken met Rudolf Kalman, een heel bekende persoonlijkheid in de systeemtheorie, vooral door zijn ontdekking van het Kalmanfilter. De ervaringen die we in Verenigde Staten hadden waren heel bijzonder. Ze waren van beslissende in-

vloed op de rest van ons leven.

Toen ik terugkwam naar Eindhoven, was ik boven alles geïnteresseerd in systeemtheorie, niet alleen in het technische aspect van stellingen formuleren en bewijzen, maar ook in de conceptuele aspecten.

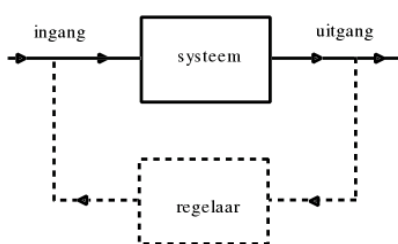
Systemen: lineair en niet-lineair

Eigenlijk ben ik niet gelukkig met de term systeemtheorie voor dit vakgebied. De term ‘systeem’ is beladen en te algemeen en komt voor in allerlei vakgebieden. Denk maar aan een computersysteem. In de wiskunde zou je een algemeen systeem ruwweg kunnen omschrijven als een geheel van grootheden waartussen relaties bestaan. De meeste mensen denken bij een systeem eerder aan een of ander concreet apparaat waarin de genoemde grootheden een rol spelen. Mijn omschrijving geeft het wiskundige model aan en niet het werkelijke fysische systeem.

Bij een gas in een gesloten ruimte bijvoorbeeld bestaat er een relatie tussen volume, druk en temperatuur. Deze relatie staat in geïdealiseerde vorm bekend als de wet van Boyle-Gay-Lussac. Een volledig ander systeem krijgen we als we de prijs, kwaliteit en totale verkoop van een product met elkaar in verband brengen. Op deze manier kunnen we elk wiskundig model zien als een systeem. Eerdergenoemde omschrijving van het begrip systeem is te algemeen om interessante resultaten mee af te leiden. Er zijn wel onderzoekers die de systeemtheorie in deze algemene zin bedrijven. Ze zien in alles een systeem.

Het is zinvoller het terrein van onderzoek af te bakenen door het begrip systeem in te perken. Dat is ook wat we in de systeemtheorie doen. We beperken ons tot systemen waarin de veranderingen in de loop van de tijd een belangrijke rol spelen. We spreken in dat geval dan ook van ‘dynamische systemen’. Daarom zou ik mijn vakgebied de *dynamische systeemtheorie* willen noemen. Niettemin zal ik in deze verhandeling de term systeemtheorie blijven gebruiken omdat die nu eenmaal ingeburgerd is.

Om interessante resultaten te krijgen bij ons onderzoek is het verstandig dat we ons nog verder beperken en werken met types systemen die hanteerbaar zijn. Er zijn artikelen gepubliceerd waarin dit niet gebeurt, en waar met heel algemene dynamische systemen gewerkt wordt. Je komt titels tegen als ‘niet-lineaire, gedistribueerde, stochastische spelsystemen met meerdere spelers, beschreven door integro-differentiaalvergelijkingen’. Niet-wiskundigen zullen onmiddellijk afha-



Het meest eenvoudige voorbeeld van een regelsysteem

ken, als ze deze termen horen. Laat ik u zeggen, ook als wiskundige kun je zulke artikelen beter naast je neer leggen. Je zult daarin zeer waarschijnlijk geen interessante resultaten aantreffen. Een belangrijk en hanteerbaar onderdeel van de categorie dynamische systemen vormen de lineaire systemen. Met deze laatste categorie heb ik me uitgebreid beziggehouden.

Het begrip lineariteit speelt een grote rol in veel gebieden van de zuivere en toegepaste wiskunde. Ik zal proberen het begrip zoveel mogelijk te verklaren op een niet-technische manier. Ik zal dus geen formules gebruiken. Als een man in één minuut twee vierkante meter kan ompspitten, dan kan hij in zes minuten twaalf vierkante meter spitten. Bij deze berekening hebben we verondersteld dat het systeem (in dit geval de spittende man) lineair is. Het is een voor de hand liggende veronderstelling, maar we weten allemaal dat deze manier van rekenen maar beperkt toepasbaar is. Als we op deze manier zouden doorgaan, zou dat inhouden dat hij 1200 m² kan ompspitten, als hij 10 uur zonder pauzes werkt, en 14.400 m² in vijf etmalen. Bij het formuleren van het 'spitmodel' hebben we geen rekening gehouden met vermoeidheid. We constateren dat we de veronderstelling van lineariteit in dit geval alleen kunnen hanteren voor een beperkte tijd. Het is echter in de meeste gevallen niet mogelijk een harde grens te geven waarbinnen de lineariteit geldt. In het eenvoudigste geval, namelijk in het geval van één variabele grootte, zoals in bovenstaand voorbeeld, betekent lineariteit evenredigheid, dus dat je twee keer zoveel resultaat hebt als je je twee keer zoveel inspant en drie keer zoveel resultaat als je je drie keer zoveel inspant, enzovoorts. Het is een veronderstelling die het mogelijk maakt veel wiskundige modellen door te rekenen en krachtige wiskundige theorieën op te bouwen. Het principe spreekt intuïtief aan, ook dan wanneer het niet terecht is. Dat ervoer een vrouw toen zij tot haar schrik haar man — die geen keukenprins was — in de keuken hoorde mompelen: "Eén ei koken duurt vier minuten, vier eieren dus 16 minuten."

In op de natuurkunde en de techniek georiënteerde toepassingen van de wiskunde heb je in feite praktisch altijd te maken met niet-lineaire systemen. Toch speelt de lineaire systeemtheorie er een grote rol omdat in veel gevallen lineaire systemen als goede benaderingen voor lokale verschijnselen kunnen worden gebruikt. Voor systemen die voortkomen uit een economische en organisatorische omgeving, gebruikt men ook lineaire systemen voor niet-lokale verschijnselen.

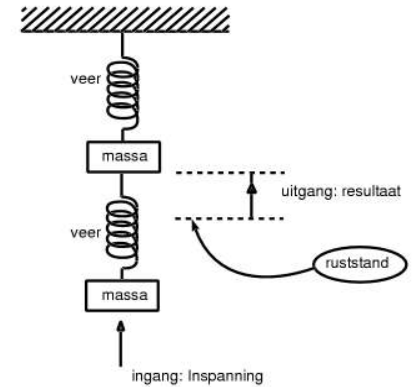
Een van de redenen daarvoor is dat de wiskundige modellen voor zulke systemen minder ver ontwikkeld zijn, maar ook dat lineariteit vaak meer voor de hand ligt voor deze systemen, in ieder geval wanneer er sprake is van één variabele. Zoals bij het voorbeeld van het ompspitten van het land, geldt in eerste instantie vaak dat de resultaten van een actie evenredig zijn met de geleverde inspanning. Dat systemen niet lineair hoeven te zijn is al lang geleden door de filosofen ontdekt. Een bekende uitspraak, die aan Aristoteles wordt toegeschreven, luidt: het geheel is meer dan de som der delen! Filosofen willen deze kreet wel eens zeer triomfantelijk slaken en er aan toevoegen: deze opvatting moet voor wiskundigen haast onverdraaglijk zijn. Het tegendeel is waar. De uitspraak zegt namelijk slechts dat er niet-lineaire systemen zijn waarin de groei méér is dan lineair. Het probleem dat wij wiskundigen met zulke korte, krachtige uitspraken hebben, is dat we niet weten hoe algemeen ze gelden. Je zou bij de uitspraak van Aristoteles bijvoorbeeld de indruk kunnen krijgen dat ze universeel en dus algemeen geldend is. In werkelijkheid geldt ze soms wel, soms niet. En er zijn genoeg gevallen bekend waar het geheel minder is dan de som van de delen, maar dit hoor je zelden iemand roepen.

Het geheel en de som der delen

Het klassieke voorbeeld van 'meer dan' is een project dat veel beter uitgevoerd wordt als een aantal mensen samenwerkt dan wanneer ze elk voor zich aan de gang gaan.

Een ander voorbeeld vindt men bij het ecologische bermbeheer. Daar maakt men namelijk onderscheid tussen grasland, ruigte en bosaanplant. Elk van die begroeiingen heeft zijn eigen variatie van fauna en flora. Langs de Brusselse Ring worden deze begroeiingen aangegeven met pictogrammen op de borden langs de weg. Een vlinder wijst op grasland, een muis op ruigte en een eekhoorn op bosaanplant. Nog meer variatie ontstaat door een combinatie van grasland, ruigte en bosaanplant. Als deze verschillende begroeiingen naast elkaar bestaan en in elkaar overvloeien, ontstaan er meerdere leefgebieden op een beperkte oppervlakte. Heel wat organismen zijn zelfs gebonden aan de overgangen tussen grasland, ruigte, struikgewas en bos. Het geheel is hier meer dan de som van de delen.

Een voorbeeld van 'minder dan', is het volgende. Als je een zekere hoeveelheid plezier hebt wanneer je een lekkere perzik eet, zul je minder dan vijftien keer zo veel plezier heb-



Dubbel massa-veersysteem

ben als je vijftien lekkere perziken achter elkaar opeet, zeker als je maagkrampen krijgt. In de economie noemt men dit het verschijnsel van de verminderde meeropbrengsten of op zijn Engels: *diminishing return*.

Een ander voorbeeld van verminderde meeropbrengsten is de extra toevoeging van CO₂ aan gewassen om de productie te verhogen. Bij een kleine toevoeging van CO₂ kun je constateren dat de toename van de productie evenredig is aan de hoeveelheid toegevoegde CO₂. Bij grotere hoeveelheden wordt het rendement steeds kleiner, en moet je naar verhouding steeds meer CO₂ toevoegen om meer opbrengst te krijgen. In de economie is hét klassieke voorbeeld van verminderde meeropbrengst een fabriek waarin de productie niet evenredig zal zijn met het aantal werkers, omdat bij te grote aantallen werkers er te weinig machines zullen zijn waarop gewerkt kan worden. Hierbij wordt verondersteld dat het aantal machines constant blijft.

In de systeemtheorie bestuderen we zowel lineaire als niet-lineaire systemen. Mijn interesse ligt vooral bij de lineaire systemen, hoewel ik de ontwikkelingen in de niet-lineaire theorie ook bijzonder interessant vind. Ik heb in het verleden vaak discussies gehad met vakgenoten over de vraag welke theorie nu interessanter, belangrijker of moeilijker is: de theorie van lineaire systemen of die van niet-lineaire systemen. We zijn tot de conclusie gekomen dat deze vraag eigenlijk niet te beantwoorden is. Het is net zoals de vraag: "Wat is interessanter, schaken of dammen?" of de vraag "Wat is moeilijker, viool- of piano-spelen?". Beide disciplines hebben hun eigen uitdaging. Lineaire systemen hebben in principe een eenvoudigere structuur dan niet-lineaire systemen, maar bij lineaire systemen kunnen ook problemen worden bekeken die veel complexer zijn. Beoefenaars van de niet-lineaire systeemtheorie zeggen dat je in deze theorie beter het onderscheid kunt zien tus-

sen verschillende begrippen die bij de lineaire theorie samenvallen. Het begrip bestuurbaarheid bijvoorbeeld, dat in de lineaire systeemtheorie een centrale rol speelt, valt in de niet-lineaire theorie uiteen in een aantal begrippen. Beoefenaars van de lineaire theorie claimen dat in hun theorie nieuwe essentiële begrippen en ideeën worden gecreëerd.

Een kenmerk van de systemen die de systeemtheoretici bestuderen is dat je ze kunt besturen of regelen. We hebben dat in de bovenstaande voorbeelden ook gezien. Een systeem bevat een ingang, bijvoorbeeld de hoeveelheid geleverde inspanning, en een uitgang, het behaalde resultaat. Hierbij is de bepaling van wat we ingang en wat we uitgang noemen vaak onderdeel van de wiskundige modellering.

In het dubbelmassaveersysteem van Figuur 2 is bijvoorbeeld de kracht op de onderste massa als ingang en de uitwijking van de bovenste massa als uitgang gekozen. Symbolisch geven we een systeem vaak aan met een diagram. De onderzoeker wil een adequate regeling voor een systeem vinden, of een automatisch regelsysteem. Regelen is een belangrijke doelstelling van de systeemtheorie.

In de jaren na 1975 heeft de systeemtheorie in Nederland een stormachtige ontwikkeling doorgemaakt. Er ontstonden onderzoeksgroepen bij de wiskunde-afdelingen van de universiteit van Groningen, en bij de Technische Hogescholen in Twente, Eindhoven en Delft. Het onderzoek was en is nog steeds van hoge kwaliteit en krijgt internationale erkenning. Toen ik omstreeks 1980 nadacht over een sabbatical in de Verenigde Staten, vroeg ik een Amerikaanse vakgenoot naar welke universiteit hij op sabbatical zou gaan. Hij antwoordde dat hij een plaats in Nederland zou kiezen, want er was geen gebied in de wereld waar zich op een dergelijke kleine afstand van elkaar zulke goede onderzoekscentra in de systeemtheorie bevonden.

Het was niet alleen de hoge kwaliteit van het onderzoek, maar ook de intensieve en prettige samenwerking die Nederland deze goede naam gaven. De samenwerking in Ne-

derland vond aanvankelijk plaats in het kader van de werkgemeenschap Mathematische Besliskunde en Systeemtheorie, en later in de onderzoeksschool DISC, de *Dutch Institute for Systems and Control*. Het belangrijkste product van deze samenwerking was het AiO-netwerk, dat wil zeggen, de gemeenschappelijke landelijke AIO-cursus Systeemtheorie. Het vakgebied is namelijk zo gespecialiseerd dat het niet mogelijk is op elk instituut in Nederland afzonderlijk de noodzakelijke AIO-cursussen in de systeemtheorie te geven. De introductie van het AiO-netwerk maakte een volledige opleiding wél mogelijk, en had daarnaast een aantal andere positieve effecten. De docenten en de AIO's leerden elkaar goed kennen, er ontstonden wederzijdse betrekkingen en vriendschappen en gebaseerd op deze cursussen zijn er verschillende goede studieboeken geschreven. Een verder product van de werkgemeenschap vormen de Beneluxmeetings. Dat zijn jaarlijkse congressen voor Nederlandse en Belgische systeemtheoretici. Ze worden beurtelings in Nederland en in België gehouden. Bij deze meetings krijgen de AIO's volop de gelegenheid om over hun werk te berichten. Ook kunnen de jonge Nederlandse en Belgische systeemtheoretici gemakkelijk in contact komen met internationale beroemdheden uit het vakgebied, die op deze meetings worden uitgenodigd.

De systeemtheorie in Nederland

Systeemtheorie in Nederland heeft veel te danken aan de inzet van Jan Willems, Huib Kwakernaak en Jan van Schuppen. Zij hebben deze activiteiten opgestart en tot bloei gebracht. Ook de systeemtheoriegroep in Eindhoven floreerde in de periode van 1978 tot 1993. In die tijd werd het mogelijk gemaakt verschillende AIO's aan te trekken. De werksfeer in de groep was heel plezierig en dynamisch. In 1994 kwam de groep echter onder vuur te staan toen de faculteit ging reorganiseren. In eerste instantie besloot het bestuur van de faculteit dat de groep systeemtheorie zou worden opgeheven na mijn emeritaat. In die tijd was er nog een democratische

structuur op de universiteit. Het besluit kon daardoor worden teruggedraaid. Onze groep kreeg een nieuwe opleving, maar de zege was van zeer korte duur. Opnieuw werd besloten de groep systeemtheorie op te heffen. Inmiddels was de bestuursstructuur veranderd, en was er geen effectief middel aanwezig om dit besluit aan te vechten. De opheffing van de groep na mijn emeritaat was definitief.

Het was een zeer moeilijke tijd voor mij en voor de groep. Ik begrijp dat er bij het maken van beleid keuzes gemaakt worden die pijnlijk kunnen zijn voor de ene groep en een weldaad voor een andere groep. Ik heb deze beslissing uiteindelijk geaccepteerd. Een onaangename maar logische consequentie van deze ontwikkeling was wel dat mijn groep leegliep. Sommige medewerkers in mijn groep zochten en vonden hun heil op een andere plek. Dat was terecht natuurlijk. De contacten van mijn gekortwiekte groepje met andere collega's in de faculteit zijn altijd heel plezierig gebleven. Er ontstonden zelfs nieuwe contacten en goede vriendschappen met de groep *Informatie en Communicatie Technologie voor Onderwijs en Onderzoek* die bij een interne verhuizing vlak bij ons terecht was gekomen.

Met dit afscheidscollege komt een einde aan de groep systeemtheorie van de faculteit Wiskunde & Informatica in Eindhoven. Er valt hier niets meer te regelen, althans niet door mij. Maar in Nederland blijft de systeemtheorie actief en Nederland blijft internationaal een goede naam houden op het gebied van de systeemtheorie.

Ik ben in zekere zin vooruitgelopen op het definitieve einde van de systeem- en regeltheorie in Eindhoven. Ik heb mijn interesse namelijk niet meer beperkt tot deze discipline. De laatste jaren heb ik vooral belangstelling gekregen voor matrixvergelijkingen. Het grote voordeel van de periode die ik tegemoet ga, is dat ik volledige vrijheid krijg bij de keuze van mijn onderzoeksgebied. Ik hoef niet en niets meer te regelen. Dat is dus in ieder geval goed geregeld. 