

Danny Beckers

Dorpsstraat 26-A, 6582 AN Heumen

d.beckers@inter.nl.net

Oud Archief

De wijze waarop de huidige middelbare scholier in contact komt met kegelsneden draagt de sporen van de synthese die in de zeventiende eeuw tussen algebra en meetkunde werd bereikt. Het was een grote ontdekking van Descartes om meetkundige figuren te beschrijven met behulp van algebraïsche formules. Danny Beckers, onderzoeker op het gebied van geschiedenis van wiskunde, vertelt hoe dat zit.

Voor middelbare scholieren is een parabool 'iets van de vorm $y = ax^2 + bx + c$ '. De huidige generatie tweedefase-leerlingen die op het vwo wiskunde B1,2 volgt, krijgt tegen het eind van z'n schoolcarrière ook een meetkundige definitie. In de hoofdstukken over vlakke meetkunde wordt de parabool geïntroduceerd als de verzameling punten die dezelfde afstand hebben tot een gegeven lijn (de richtlijn), als tot een gegeven punt buiten die lijn (het brandpunt). Veel onderwijzers zullen de verleiding niet kunnen weerstaan om na deze definitie te laten zien dat de resulterende kromme lijn (bij geschikte keuze van assen) inderdaad een grafiek is waarbij een tweedegraads functievoorschrift hoort.

In de boeken van Apollonius van Perga (circa 250 v. Chr. – circa 200 v. Chr.) over de kegelsneden werd de parabool gedefinieerd als de snijfiguur van een vlak met een kegel. Bovendien werd de parabool afgeleid. Reeds in de oudheid werden pogingen ondernomen om de kegelsneden, tenslotte vlakke figuren, ook in het vlak – zonder gebruik te maken van een kegel – te genereren. De bekende constructie van een ellips met twee spijkers en een touwtje was bijvoorbeeld eenvoudig uit het boek van Apollonius af te leiden. Voor de parabool en de hyperbool werden eveneens methoden bekend. Zeventiende-eeuwse wiskundigen kenden deze 'vlakke' constructies.

Voor de zeventiende-eeuwse wiskundigen was de oude Griekse meetkunde het summum van exactheid. Zij waardeerden vooral de logische vorm waarin de meetkundige

teksten gegoten waren. In *De Elementen* van Euclides werd de meetkunde logisch opgebouwd op basis van een aantal axioma's en postulaten. Die opbouw was aanwezig in alle antieke geschriften over meetkunde die men bestudeerde. Beter nog: die logische vorm kon men nabootsen om daarmee verloren gegane boeken te reconstrueren of in nieuwe bewijzen gebruiken. Het relatief nieuwe vak algebra (letter-rekenen) daarentegen was niet op een dergelijke wijze van een fundament voorzien.

In 1637 publiceerde René Descartes zijn beroemd geworden meetkundeboek. Daarin stelde hij voor om de lengtes van lijnstukken met letters aan te duiden en met die letters te rekenen zoals men in de algebra gewoon was. In zijn boek liet hij bijvoorbeeld zien dat de constructie van een hyperbool werkte door voor te rekenen dat alle punten die uit de constructie voortkwamen inderdaad aan de, in formules uitgedrukte, eigenschap van een hyperbool voldeden. De vergelijkingen die de lengtes van de diverse lijnstukken vastlegden hoorden zodoende bij de hyperbool. Het boek van Descartes opende de weg naar een nieuwe tak van wiskunde: was het mogelijk om een meetkundige beschrijving te geven van een gegeven vergelijking? En andersom: was ieder meetkundig object ook te koppelen aan een vergelijking?

Eén van de zeventiende-eeuwse wiskundigen die deze nieuwe tak van wiskunde beoefende was de Leidse hoogleraar wiskunde Frans van Schooten (1615–1660). Van Schooten publiceerde in 1660 zijn *Tuychwerckelijke beschrijving van kegelsneden op een vlack*. Van zijn "tuychwerckelijke" (lees: met werktuigen) constructies staat hiernaast een voorbeeld: een apparaat dat de constructie van een parabool realiseert. Het doel van het apparaat was in het geval van Van Schooten vooral theoretisch: hij wilde laten zien dat, gegeven een vergelijking, er een meetkundig object bestond dat aan deze vergelijking voldeed. Daarmee maakte hij,

evenals Descartes, het gebruik van algebraïsche formules in de meetkunde aanvaardbaar en tevens liet hij zien dat de formules bij zeer specifieke (meetkundige) objecten hoorden.

De vwo-scholier met wiskunde B1,2 vandaag de dag maakt een ontwikkeling door die in zekere zin tegengesteld verloopt aan die van Van Schooten en zijn tijdgenoten. De scholier leert eerst de formules en maakt daarna pas kennis met de meetkundige definitie: hij moet ervan overtuigd worden dat het meetkundige object voldoet aan de formule die hij kent. In de zeventiende eeuw won de formule juist aan overtuigingskracht doordat het aan het uitgangspunt, namelijk het meetkundig object, werd gekoppeld. Uiteraard zijn er meer verschillen tussen de hedendaagse scholier en de zeventiende-eeuwse wiskundige. Al was het maar dat in de zeventiende eeuw geen assenstelsel werd gebruikt en dat de constructies van kegelsneden met apparaten nu niet aan de orde komen.

Literatuur

Henk J.M. Bos, *Redefining geometrical exactness*, New York: Springer (2001)

