

Boekbesprekingen

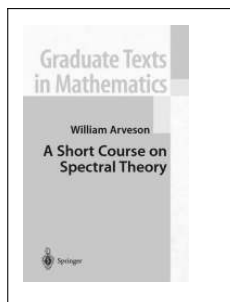
| Book Reviews

Alle in de vijfde serie van het NAW verschenen boekbesprekingen zijn te vinden op onze webpagina.

Tevens staat daar een lijst met ter recensie aangeboden congresverslagen en eventueel andere boeken.

Indien u er prijs op stelt een van deze verslagen te bespreken, meld dit dan binnen een maand na verschijnen van dit nummer (bij voorkeur per e-mail) op onderstaand adres.

Eindredactie: Hans Cuypers en Hans Sterk
Redactieadres: Review Editors NAW - HG 9.10
Dept. of Math. and Computer Science
Technische Universiteit Eindhoven
Postbus 513, 5600 MB Eindhoven
Webpagina: www.math.rug.nl/revwg/
e-mail: wgreview.win@tue.nl



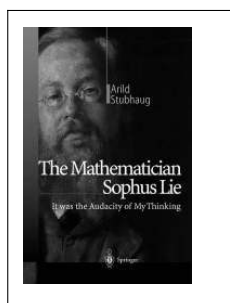
W. Arveson
A short course on spectral theory
(Graduate texts in mathematics 209)
New York: Springer-Verlag, 2002
135 p., prijs €58,80
ISBN 0-387-95300-0

Dit compacte boekje heeft als hoofdonderwerp het bepalen van spectra van operatoren op oneindig dimensionale (Hilbert)ruimten. Daarmee gaat het — om de woorden van de auteur te gebruiken — over ‘what might be called the fundamental problem of operator theory’. Speciale aandacht krijgen normale operatoren, integraaloperatoren en Toeplitzoperatoren. In het kader van de bestudering van deze belangrijke klassen van operatoren komen diverse onderdelen van de moderne (functionaal)analyse aan de orde. Om er enkele te noemen: spectraalstelling, Riesztheorie voor compacte operatoren, Gelfandtheorie, Wieneralgebra, C^* -algebra's, Borelfuncties van normale operatoren, Hilbert-Schmidtoperatoren, Fredholmoperatoren, Calkinalgebra en Toeplitzoperatoren inclusief de indexstelling voor het geval van een continu symbool.

Het gaat om een ‘graduate text’. Dienovereenkomstig is er een flinke dosis voorkennis vereist, wordt kennelijk uitgegaan van een grote bereidheid tot zelfwerkzaamheid en zijn de opgaven geen eenvoudige oefeningen, maar staan ze in het teken van een uitbouw van de behandelde theorie. De presentatie is in het algemeen helder en overzichtelijk, zij het dat er soms wat onverhoeds wordt overgeschakeld naar een hogere moeilijkheidsgraad. Verder zijn er enkele typografische tekortkomingen (zoals een inconsequent gebruik van cursivering bij het invoeren van nieuwe begrippen). Maar deze (en nog een paar andere) schoonheidsfoutjes staan een positief oordeel niet in de weg.

Er valt op basis van dit boekje veel te leren. Het is de neerslag van door William Arveson gegeven colleges voor graduate students. Het moeten mooie en inspirerende colleges geweest zijn.

H. Bart



A. Stubhaug
The mathematician Sophus Lie
It was the audacity of my thinking
Berlijn: Springer-Verlag, 2002
555 p., prijs €42,75
ISBN 3-540-42137-8

Het is maar goed dat Sophus Lie (1842–1899) zulke slechte ogen had; anders had hij wellicht gekozen voor een loopbaan in het leger — en was Noorwegen een van zijn twee belangrijkste wetenskundigen tot nu toe misgelopen.

Arild Stubhaug zet de jonge Lie neer als een uitzonderlijk goede leerling en als een energieke student, die in intellectueel Oslo vele vrienden maakt, die hem zijn leven lang zullen steunen. Na zijn opleiding in de natuurwetenschappen verzinkt hij in het som-

bere gevoel geen echte roeping te hebben: hij is ambitieus, maar weet niet goed waarin hij wil uitblinken.

Gaandeweg wordt het Lie echter duidelijk dat er een wiskundige in hem schuilt. Zijn eerste artikel is een succes en zijn sollicitatie naar een reisbeurs wordt dientengevolge gehonoreerd. In september 1869 reist hij naar Berlijn, waar hij kennismaat met de twintigjarige Felix Klein. Lie en Klein worden goede vrienden en werken veel samen. Als Lie vervolgens doorreist naar Parijs, komt Klein hem daar opzoeken, en ze brengen veel tijd door met Darboux en Jordan. Dan breekt de Frans-Duitse oorlog uit, en moet Klein terug naar Duitsland. Lie besluit te voet(!) richting Milaan te vertrekken. Hij wordt echter voor een Duitse spion aangezien en zit een maand in de gevangenis in Fontainebleau tot dit misverstand is opgehelderd. Deze gebeurtenis haalt de Noorse kranten en als Lie daar terugkomt is hij beroemd. Hij promoveert en wordt de eerste door het parlement benoemde professor — op initiatief van zijn oude studievrienden.

Ik zou u veel meer kunnen vertellen: over Lie's hartstochtelijke brieven aan zijn verloofde, die niet onderdoen voor een goede Jane-Austenroman; over de jaren van het gezin Lie in Leipzig; over hoe Sophus daar overspannen raakt en er wiskundig wel, maar persoonlijk nooit helemaal bovenop komt; over zijn steeds fellere beschuldigingen aan collega-wiskundigen, dat ze zich zijn werk toeëigenen; en over de erkenning die hij in Frankrijk krijgt door toedoen van Picard. Maar dat alles kunt u zelf nalezen. Want, al staan er een hoop feiten in dit boek die mij niet interesseren (wanneer hij van wie geld leende en weer terugbetaalde), al is het Engels af en toe tenenkrommend, en moet men het niet lezen om iets over Lietheorie te leren: Stubhaug brengt Sophus Lie en diens plaats in de wiskundige wereld van die tijd prachtig tot leven. Zeker als u snel genoeg leest om oninteressante details op de koop toe te nemen, is dit boek een aanrader!

J. Draisma

D. Beckers, H.J. Smid

Grondbeginselen der Rekenkunde

(Rekenmeesters)

Hilversum: Uitgeverij Verloren, 2003

184 p., prijs €16,-

ISBN 90-6550-744-2

Met dit boek is de Uitgeverij Verloren een nieuwe reeks Rekenmeesters begonnen die onder redactie staat van Danny Beckers, Marjolein Kool en Harm Jan Smid. In de reeks zullen facsimilereproducties van belangrijke oude Nederlandse schoolboeken verschijnen, worden ingeleid en in historische, maatschappelijke en wiskundige context geplaatst; aldus het voorwoord van de serie. Dit eerste boek, geredigeerd door Beckers en Smid, bevat de reproductie van één deel van een gelijknamig boek dat in vier (of vijf) delen tussen 1826 en 1840 is uitgegeven door het Leidse Genootschap Mathesis; dit deel is geschreven door P.E. Rijk en M.I.S. Bevel en verscheen in 1828. Van het boek is één, vermoedelijk het enige nog bestaande exemplaar in particulier bezit en belangeloos aan de redactie uitgeleend. In 1820 had Koning Willem I het metrieke stelsel en de eraan gekoppelde decimale schaal in het toenmalig Koninkrijk wettelijk verplicht gemaakt, zodat in het rekenonderwijs noodzakelijk meer dan voorheen aandacht moest worden geschonken aan decimale breuken, en de schoolboeken aan de aldus ontstane situatie moesten worden aangepast. Het

gereproduceerde tweede deel van *Grondbeginselen* behandelt de breuken en men ontmoet er dan ook allerlei neringdoenden bezig met de rekenkundige bewerkingen in het tientallig stelsel. Dit deeltje (van 114 bladzijden) geeft zo een aardige illustratie van wat er toen in de rekenles omging. De redacteurs hebben een toelichting van 67 bladzijden toegevoegd. Hierin geven ze eerst een schets van de toestand in de Republiek der Zeven Provinciën, maar nogal oppervlakkig en eenzijdig met uit hun verband gerukte, veelal half ware of zelfs apert onjuiste anekdotische bijzonderheden zoals over de afloop van de vierde Engelse oorlog en over de koning van Pruisen (bladzijde 14); de beschrijving van het (hoger) onderwijs heeft meer weg van een persiflage. De bedoeling lijkt te zijn om de lezer ervan te overtuigen dat met de vernieuwde rekenboekjes een 'nieuwe' wiskunde werd geïntroduceerd in drie 'nieuwe' didactische versies. Maar deze suggestie wordt door slechts enkele geparafraseerde citaten uit rekenboeken gestaafd zodat de lezer niet verder komt dan de conclusie van de schrijvers op bladzijde 60: de inhoud van dit zo representatieve deeltje is traditioneel; weliswaar deden de schrijvers (van toen) hun best de 'theorie' goed en helder uit te leggen, maar dit laatste was in ons vak tevoren ook al een gewoonte. Gaandeweg worden zijdelings toch enkele interessante onderwerpen aangestipt: de fysicotheologie, de opvattingen van Locke en Rousseau en de mogelijke invloed van Pestalozzi (bladzijden 17, 24, 25). Maar ook hier wordt de lezer onaangenaam verrast: Over Locke volgt na een misplaatst en verminkt citaat uit de Heidelbergse Catechismus de op zich genomen al anachronistische mededeling dat hij een belangrijke leertheorie had. Maar de pedagogische invloed van Locke is volgens een recente commentaar beperkt gebleven tot de WC-gang van Engelse jongheren (J. Dunn, *Locke: A very short introduction*, Oxford (1984) 2003; bladzijde 19). Enzovoorts. Ook aan de werkzaamheid van genootschappen wordt enige aandacht besteed. Tenslotte geven de schrijvers een samenvatting van de gehele *Grondbeginselen* zodat de lezer ook van de niet gereproduceerde delen een indruk kan krijgen. Het boek is, zowel stilistisch als grammaticaal, weinig verzorgd geschreven; de terminologie is verward en daardoor verwarrend; de schrijvers lopen met hun vooroordelen de lezer voortdurend voor de voeten. Eén vraag blijft over: waarom is het zeldzame doch belangrijk geachte boek *Grondbeginselen* niet in zijn geheel, maar zonder commentaar, gereproduceerd? Dan zou de lezer zich gemakkelijker een oordeel over de merites hebben kunnen vormen.

W. van der Meiden

L.E. Sigler

Fibonacci's Liber Abaci

A translation into modern English of Leonardo Pisano's book of calculation

(Sources and Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences)

Berlijn: Springer-Verlag, 2002

636 p., prijs €58,80

ISBN 0-387-40737-5

Het hier te bespreken boek is een wel zeer bijzondere uitgave. Het is namelijk de vertaling van een Latijns geschrift uit de 13e eeuw, dat nu pas voor het eerst vertaald werd in een moderne taal, het Engels. Het gaat om *Liber Abaci* van de hand van Leonardo van Pisa (ca.1170 – na 1240), de belangrijkste West-Europese wiskun-

dige uit de Middeleeuwen, ook bekend onder de naam Fibonacci. Van de tweede versie van dit werk, uit 1228, circuleerden eeuwenlang exemplaren, die als leerboek werden gebruikt, maar eerst in 1857 verscheen een volledige gedrukte Latijnse uitgave, verzorgd door Boncompagni. Deze vormt de basis van de hier te bespreken Engelse vertaling van de hand van L.E. Sigler, die eerder, in 1987, een voortreffelijke geannoteerde vertaling in het Engels verzorgde van *Fibonacci's Liber Quadratorum*. Allereerst zij opgemerkt dat het geen boek betreft dat handelt over de Abacus, het bekende rekenbord, maar het woord Abacus staat hier voor het rekenen met de door Leonardo geïntroduceerde Hindu-Arabische cijfers. In Italië noemde men de deskundigen op dit gebied dan ook maestri d'abbaco. Het geschrift geeft echter veel meer en kan gezien worden als een encyclopaedie waarin een groot deel van de toen bekende wiskunde is vervat. De Engelse editie begint met een beknopte, maar uitmuntende inleiding (negen bladzijden). Daarna volgen de vertaling van Liber Abaci (601 bladzijden) en de aantekeningen daarbij van de hand van Sigler (zeventien bladzijden). Een bibliografie met 24 titels besluit het werk.

Deze recensie valt uiteen in twee delen: een overzicht van de inhoud van het werk van Leonardo en enkele opmerkingen over Siglers vertaling.

Fibonacci begint, na de opdracht aan de middeleeuwse geleerde Michael Scott en een korte autobiografische schets, in hoofdstuk 1 met de introductie van de Hindu-Arabische cijfers in de volgorde 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 die tezamen met 0 (zephir) de basis vormen voor het tientallige positionele stelsel. De keuze van deze volgorde is een gevolg van de Semitische gewoonte van rechts naar links te schrijven. Men moet dit voortdurend voor ogen houden: zo heet in 724 het cijfer 4 het eerste cijfer en 7 het laatste, hierin stelt 4 echter wel het aantal eenheden voor en 7 het aantal honderdtallen op de ook bij ons gebruikelijke wijze. In de hoofdstukken 1 tot en met 5 worden de Hindu-Arabische cijfers ingevoerd en de rekenregels aan de hand van talloze voorbeelden beschreven. Opvallend is dat deze behandeld worden in de volgorde: vermenigvuldigen, optellen, aftrekken en delen. Het lezen van de gebruikte getallen vereist enige gewenning.

Zo wordt bijvoorbeeld met $\frac{1}{2}4\frac{1}{3}$ bedoeld: $\frac{1}{3} \times 4\frac{1}{2}$. In hoofdstuk 6 vindt men de zogenaamde samengestelde breuken. Dit zijn breuken die geschreven worden als bijvoorbeeld $\frac{2}{9}\frac{5}{7}\frac{3}{4}$, met als betekenis $\frac{3}{4} + \frac{5}{7.4} + \frac{2}{9.7.4}$. Deze schrijfwijze is bruikbaar bij het rekenen met munten als ponden, die verdeeld zijn in 20 soldi, die elk weer verdeeld zijn in 12 denari. Het is duidelijk dat de tiendelige breuken hiervan een bijzonder geval zijn. Deze samengestelde breuken laten zich schrijven als 'opstijgende' kettingbreuken. Zo geldt

$$\frac{2}{5}\frac{3}{7}4 = 4 + \frac{3 + \frac{2}{5}}{7}.$$

Bij de berekeningen wordt veel aandacht geschonken aan het controleren van de uitkomst door de factoren en de termen te vergelijken met de uitkomst modulo 3, 9, 11 of een willekeurig priemgetal. Hoofdstuk 7 geeft veel voorbeelden van toepassingen van de eerder geïntroduceerde nieuwe methoden, terwijl de hoofdstukken 8 t/m 11 voorbeelden geven uit de handelspraktijk: onder andere ruilhandel, verdeling van winst in bepaalde situaties en het bepalen van de waarde van munten die uit verschillende metalen zijn samengesteld. Het overzicht van veel voorkomende maten en gewichten dat Sigler in de aantekeningen heeft opgenomen, bewijst daarbij goede diensten. In de hoofdstukken 12 en

13 komen lineaire vergelijkingen in een of meer onbekenden aan de orde. Door het ontbreken van de notaties waaraan wij gewend zijn, verlopen alle berekeningen verbaal en nemen daardoor veel ruimte in beslag. Zo vergt de oplossing van het vraagstuk '100 rotulae (gewichtseenheden) van zekere koopwaar kosten 13 pond, wat kost één rotula?' ruim 40 regels. Hierbij wordt de methode (elchataym genaamd) gebruikt, waarbij uit twee gissingen voor de oplossing (double false position) het probleem herleid wordt tot het bepalen van een vierde evenredige. Daarna wordt de oplossingsmethode in meetkundige taal toegelicht, waarbij de aantekening van Sigler zeer verhelderend werkt. Overigens worden problemen van dit type elders in het werk op de bekende eenvoudige wijze behandeld. In hoofdstuk 12 vinden we ook het beroemde probleem van de paren konijnen (paria caninorum) aan. Fibonacci formuleert dit probleem, dat teruggaat tot Beda (672–735), maar rekent slechts uit dat er na 12 maanden 377 paren zullen zijn, waarna hij het probleem laat rusten. Later pakte Lucas (1842–1891) dit weer op en hij introduceerde de naam rij van Fibonacci. In hoofdstuk 14 worden onderwerpen behandeld die overeenkomen met die uit boek X van de Elementa van Euclides, ruwweg gezegd de introductie en classificatie van sommen (binomiale) en verschillen (apotomè's) van verschillende soorten irrationaliteiten, alsook het rekenen daarmee. In tegenstelling tot Euclides behandelt Fibonacci hier ook het benaderen van derdemachtswortels en de relevante rekenregels. Het laatste hoofdstuk begint met de behandeling van evenredigheden met drie of vier variabelen. Hierbij wordt ook het harmonisch gemiddelde van twee grootheden behandeld (zonder dat deze naam genoemd wordt). Vervolgens enkele eenvoudige meetkundige problemen en methoden voor het schrijven van een natuurlijk getal als de som van twee rationale kwadraten, met behulp van de stelling dat het product van de sommen van twee kwadraten eveneens de som van twee kwadraten is. De kern van dit hoofdstuk is echter de oplossing van vergelijkingen van de graad 1 en 2 in de zes standaardvormen (modi) die vereist zijn indien men uitsluitend positieve coëfficiënten toelaat.

Hierbij gaat het om de vormen die wij zouden schrijven als

$$bx = c; ax^2 = bx; ax^2 = c$$

(enkelvoudige modi) en

$$ax^2 + bx = c; ax^2 = bx + c$$

en

$$ax^2 + c = bx$$

(samengestelde modi).

Deze worden behandeld door middel van het afsplitsen van een kwadraat, hetgeen meetkundig wordt toegelicht door de beide leden van de verbaal geformuleerde vergelijking voor te stellen door rechthoeken of vierkanten en daaruit conclusies te trekken. Bij de praktische toepassingen wordt dan gebruik gemaakt van de methoden Algebra en Almuchabala, dat wil zeggen, het bijvoegen links en rechts van gelijke termen respectievelijk het wegnemen daarvan. Hierin volgt Fibonacci de Arabische wiskundige Al-Kwarizmi op de voet.

Met deze vertaling heeft de auteur een niet geringe prestatie geleverd en het is des te meer te betreuren dat hij het verschijnen hiervan niet heeft mogen beleven. Hij heeft (nu citeer ik Horatius) *een monumentum voltooid aere perennius, duurzamer dan brons*. Het was zijn streven zich zo dicht mogelijk bij het Latijnse origineel aan te sluiten, maar hij is er toch in geslaagd een goed leesbare

Engelse tekst te produceren die, waar men hem ook opslaat, blijft boeien. Natuurlijk houdt men bij het bestuderen van deze fraaie uitgave nog wensen over, maar men moet daarbij nadrukkelijk bedenken dat het niet de pretentie van Sigler was, meer dan een vertaling te geven. Zo zou men uiteraard graag de zo zeldzame oorspronkelijke Latijnse tekst (in Nederland in slechts twee bibliotheken aanwezig) erbij willen zien, maar dit betekent een boek dat circa 1300 pagina's zou tellen, of het equivalent daarvan in twee dikke delen. Ook zou men bij enkele hoofdstukken de aantekeningen wat minder summier willen zien. Zo wordt het veertiende hoofdstuk, dat onder meer handelt over irrationaliteiten, zoals die voorkomen in het moeilijke tiende boek van de Elementen van Euclides (volgens Snellius *la croix des mathématiciens*) door slechts drie korte aantekeningen begeleid. Daartegenover staat een zeer doelgerichte, maar beknopte bibliografie waardoor degene die de weg weet, te weten kan komen wat hij niet wist. Overigens mist men in deze bibliografie het interessante werk van Ifra, *Universalgeschichte der Zahlen*. Toelichting op de tekst van de vertaling zelf, vindt de lezer niet behandeld. Vooral mist men echter een uitgebreide index. Dit werk werd encyclopedisch genoemd en dat is het ook door de veelheid van onderwerpen en door de gebruikte, eigentijdse oplossingsmethode; daaraan ontleent het ook zijn betekenis, maar er is weinig systeem in volgorde of samenhang van de behandelde onderwerpen. Zo wordt een verhandeling over het splitsen van een getal in de som van twee kwadraten op de voet gevolgd door de vraag hoeveel rechthoekige lappen van 12 bij 5 ellen men kan halen uit een rechthoekige lap van 100 bij 30 ellen; het konijntjesprobleem ligt ingeklemd tussen het berekenen van volmaakte getallen en een praktisch probleem dat leidt tot vier lineaire vergelijkingen met vier onbekenden. Het rekenen met positieve en negatieve getallen en de namen voor de onbekenden en hun machten alsook tal van oeroude, nu nog bekende raadsels en puzzels, het komt allemaal in het boek voor, maar waar? Een index zou ook een voortreffelijk hulpmiddel zijn bij tal van detailstudies waartoe dit boek uitnodigt en waarbij het als bron van inspiratie kan dienen, en die eerst recht mogelijk zijn nu dit werk door deze vertaling algemeen toegankelijk is geworden.

Deze kritische opmerkingen doen echter niets af aan mijn grote waardering voor dit werk. Het blijft een genoegen te lezen in dit boek van deze scherpzinnige, belezen en bereide wiskundige, dat boeit waar men het openslaat.

A.W. Grootendorst

Evenzo wordt de theorie van functielichamen vaak verbannen naar de marge van het exposé van de algebraïsche theorie van getallenlichamen. Toch heeft de theorie van functielichamen tegenwoordig zoveel vertakkingen dat het een studie op zichzelf verdient. Rosen zelf wijst op het belang van de theorie als verkapt studie van algebraïsche krommen en in het verlengde hiervan het belang voor coderingstheorie. De ontwikkeling van de theorie van Drinfeldmodulen vanaf het midden van de jaren zeventig heeft van de studie van functielichamen een interessant en zelfstandig object gemaakt.

Nu is er dan ook eindelijk een tekstboek dat de getaltheorie van deze functielichamen rustig op een rijtje en bij elkaar zet. En dit is zeer illustratief. Uit de context van de getallenlichamen kent men bijvoorbeeld het ABC-vermoeden en de stelling van Fermat. Deze moeilijke problemen blijken een analogon te hebben in de theorie van functielichamen waarin de oplossing eenvoudig blijkt te zijn, zoals Rosen laat zien.

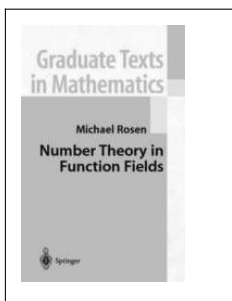
De meest opvallende kwaliteit van het boek is zijn volledigheid. Het is een goede en uitgebreide introductie in het onderwerp. In de eerste hoofdstukken wordt ingegaan op basale aspecten als L -reeksen, zeta-functies en reciprociteitswet. Al snel gaat het boek over op de algemene theorie van functielichamen. Lichaamsuitbreidingen, theorie van klassenlichamen, dichtheidsstellingen en zelfs de eerste beginselen van de theorie over Drinfeldmodulen kan men er in vinden.

Daarnaast is ook de bewijsvoering vrijwel altijd compleet. Slechts af en toe wordt gebruik gemaakt van een verwijzing naar literatuur elders en dan alleen als de bewijsvoering voert naar gebieden die te exotisch zijn om in het kader van een introductie in functielichamen te behandelen.

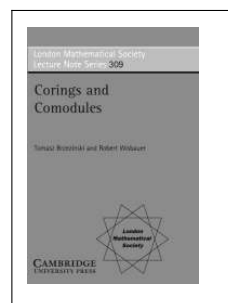
Mijn inschatting is, dat het niet alleen als leerboek, maar ook als referentie voor basale feiten plus bewijzen uit de theorie dienst kan gaan doen. De heldere structuur van het boek zorgt er in ieder geval voor dat hetgeen men zoekt snel te vinden is.

Kortom, Rosens boek is een aanrader voor een ieder die de theorie van functielichamen leren wil en een handige referentie voor wie op zoek is naar formuleringen en bewijzen van zaken die in standaardboeken over getaltheorie als opmerking terzijde worden gelaten.

G.-J. van der Heiden



M. Rosen
Number theory in function fields
(Graduate Texts in Mathematics 210)
 Berlijn: Springer-Verlag, 2002
 258 p., prijs €58,80
 ISBN 0-387-95335-3



T. Brzezinski, R. Wisbauer
Corings and comodules
(London Mathematical Society Lecture Note Series 309)
 Cambridge: Cambridge University Press, 2003
 488 p., prijs £38,-
 ISBN 0-521-53931-5

Er is weer een goed deel verschenen in de Springer-reeks *Graduate Texts in Mathematics*. In dit deel vult Michael Rosen, al veertig jaar hoogleraar aan Brown-universiteit in de VS, een tekort aan in de literatuur over getaltheorie. Vaak wordt de theorie van polynoomringen over eindige lichamen behandeld als opmerking bij de theorie van de ring van gehele getallen, die er veel op lijkt.

Neem een algebra A over een lichaam k . De vermenigvuldiging kunnen we bekijken als een afbeelding van het tensorproduct $A \otimes A$ naar A . Co-algebra's worden gedefinieerd op duale wijze: een co-algebra is een vectorruimte C met een co-vermenigvuldiging $\Delta : C \rightarrow C \otimes C$ en een co-eenheid $\varepsilon : C \rightarrow k$, die aan een aantal axioma's (co-associativiteit en co-eenheid) moet voldoen. Coringen kunnen bekeken worden als de gepaste veralgemening van co-algebra's tot niet-commutatieve ringen. Een co-ring C over een

ring R is een R -bimoduul, met een co-vermenigvuldiging en een co-eenheid, die de bimoduul structuur bewaren, en ook voldoen aan analoge eigenschappen betreffende co-associativiteit en co-eenheid. Coringen werden ingevoerd door Sweedler in 1975. In tegenstelling tot co-algebra's, leek het aantal toepassingen ervan eerder beperkt. Een kwart eeuw lang leden ze een sluimerend bestaan en was er nauwelijks enige belangstelling. In de literatuur vinden we slechts een handvol bijdragen, onder meer door Guzman (1989) en Masuoka (1991).

Hopfmodulen en veralgemeningen ervan, onder meer Doi-Hopfmodulen en Yetter-Drinfeldmodulen werden uitgebreid bestudeerd tijdens de jaren negentig. In 1998 voerden Brzezinski en Majid modulen over verstrengelende structuren in; een tijdlang leek het erop dat die het meest efficiënte formalisme leverden. In een bespreking in *Mathematical Reviews* van een van Brzezinski's artikelen hierover vermeldt Masuoka (2000) dat de verstrengelde modulen kunnen beschouwd worden als co-modulen over een co-ring, en hij schrijft deze opmerking toe aan Takeuchi. Brzezinski zag de verstrekkende gevolgen hiervan, en sindsdien genieten co-ringen een groeiende belangstelling, en verscheen er een reeks publicaties, met toepassingen op diverse onderwerpen. Zo bleek onder meer dat 'descent'- en Galoistheorie elegant kunnen worden geherformuleerd in termen van co-ringen; de canonicke afbeelding in de definitie van een Galoisuitbreiding is in feite een morfisme van co-ringen. Verder kunnen co-ringen onder meer worden aangewend bij de studie van zwakke Hopf-algebra's, quasi-Hopf-algebra's, Hopfalgebroiden, differentiaalgegradeerde algebra's en niet-commutatieve meetkunde.

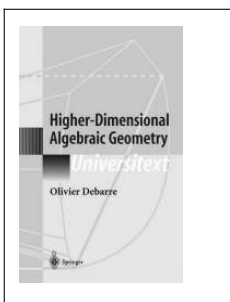
Dit vlot geschreven boek vormt een inleiding tot co-ringen en co-modulen. Er wordt begonnen met twee inleidende hoofdstukken over co-algebra's en Hopfalgebra's; in de hoofdstukken 3 en 4 wordt de algemene theorie van co-ringen systematisch ontwikkeld. Hoofdstuk 5 gaat over de verstrengelende structuren en Hopfmodulen, waarover ik hierboven schreef, en hoofdstuk 6 over zwakke Hopfalgebra's. Er is een appendix voorzien van een inleiding tot categorietheorie, en tot moduultheorie. Ongetwijfeld zal dit boek tijdens de eerstvolgende jaren het standaard referentiewerk zijn voor verdere bijdragen tot de theorie der co-ringen en co-modulen. Het is geschreven voor wiskundigen met een achtergrond in ring- en moduultheorie, maar, mede dank zij de inleidende hoofdstukken en het appendix, zal het ook de interesse wekken van specialisten in aanverwante gebieden. Het kan gebruikt worden als handboek bij een cursus voor laatstejaarsstudenten.

S. Caenepeel

eerste facetten hiervan waren reeds opgemerkt in het begin van de vorige eeuw door de Italiaanse school, met name door Enriques en vooral door Fano. Pas nadat in de jaren 1930–1970 betrouwbare grondslagen gelegd waren voor de algebraïsche meetkunde als zodanig, kon aan het eind van de jaren zeventig een begin worden gemaakt met de studie van de classificatietheorie in dimensies drie en hoger. Na voorbereidend werk over de Kodairadimensie door Iitaka, Ueno en Viehweg en na de moderne behandeling door Iskovskikh van het klassieke werk van Fano over Fanovariëteiten, kwam het baanbrekende werk van Mori, spoedig gevolgd door vele verhandelingen van Miyaoka, Reid, Kawamata, Kollar, Campana, Shokurov en vele, vele anderen. In de laatste twee decennia is op dit gebied een uitgebreide theorie ontstaan. Een gebied met een veelvoud aan begrippen, definities, methoden en resultaten, maar bijzonder moeilijk toegankelijk. Het is daarom bijzonder verheugend dat Debarre nu een boek heeft geschreven, ontstaan uit een college aan Harvard, dat zich richt tot de geïnteresseerde buitenstaander en dat een inleiding geeft tot dit boeiende terrein. Als basiskennis wordt alleen uitgegaan van de algemene theorie zoals die bijvoorbeeld te vinden is in het bekende boek van Hartshorne.

De eerste twee hoofdstukken zijn voorbereidend en gaan over Cartier divisoren en afbeeldingen van een vaste kromme in een gegeven variëteit. De volgende drie hoofdstukken richten zich vooral op die variëteiten die veel rationale krommen bevatten, deze nemen een belangrijke plaats in in de classificatietheorie. In deze drie hoofdstukken speelt het beroemde 'buig- en breekprincipe' van Mori een hoofdrol. Dit principe zegt dat er onder zekere omstandigheden een rationale kromme moet optreden. Met dit principe kan worden aangetoond dat er door elk punt van een Fanovariëteit een geschikte rationale kromme gaat; het ingenieuze bewijs hiervan loopt, voor Fanovariëteiten gedefinieerd over de complexe getallen, via positieve karakteristiek! In hoofdstuk 5 vinden we de belangrijke stelling, onafhankelijk van elkaar bewezen door Campana en door Kollar-Miyaoka-Mori, dat Fano variëteiten *rationally connected* zijn, dat wil zeggen dat ieder tweetal punten te verbinden is door een keten van rationale krommen. De laatste twee hoofdstukken geven een inleiding tot het zogenaamde Moriprogramma; dit is gebaseerd op het idee van Mori om in een gegeven klasse van birationaal equivalente variëteiten een zo 'eenvoudig-mogelijk' model te vinden, een zogenaamd minimaal model. Dit 'programma' is op dit moment alleen bevredigend opgelost in dimensie drie (en natuurlijk in dimensies één en twee). In hoofdstuk 6 vinden we, voor een gladde variëteit, de beroemde stelling van Mori die de beschrijving geeft van de structuur van de convexe kegel voortgebracht door de rationale krommen. Voor het verkrijgen van een minimaal model moet men echter, zoals ontdekt door Miles Reid, zekere 'eenvoudige' singulariteiten toelaten. Dit is een van de belangrijke verschillen met de theorie voor oppervlakken en een feit dat de zaak zo moeilijk maakt. Het laatste hoofdstuk geeft hiertoe een inleiding en behandelt drie fundamentele stellingen, waaronder de beroemde 'samentrekkingsstelling' van Mori.

Bovenstaande is slechts een greep uit de rijke inhoud van het boek. De schrijver heeft niet getracht uitputtend te zijn, zo heeft hij terecht niet de uitvoering van het Moriprogramma in dimensie drie opgenomen. Hij heeft zich geconcentreerd op de behandeling van een aantal centrale technieken, methoden en resultaten. Hij geeft steeds uitgebreide motivatie, en bespreekt (respec-



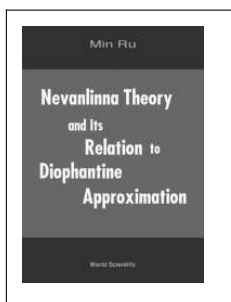
O. Debarre
Higher-dimensional algebraic geometry

Universitext
Berlijn: Springer-Verlag, 2001
233 p., prijs €44,95
ISBN 0-387-95227-6

Bij de classificatietheorie van algebraïsche variëteiten van dimensie hoger dan twee treden verschijnselen op die geheel verschillend zijn van die we bij dimensie één en twee gewend zijn. De

tievelijk formuleert) een aantal met zorg uitgekozen voorbeelden (respectievelijk oefeningen). Zijn doel is de lezer de smaak te geven van, en een goede inleiding tot, dit interessante gebied en naar de mening van uw recensent is hij hier in hoge mate in geslaagd.

J.P. Murre



M. Ru

Nevanlinna theory and its relation to Diophantine approximation

London: World Scientific Publishing, 2001

323 p., prijs £52,-

ISBN 981-02-4402-9

Nevanlinnatheorie is de tak van complexe analyse die zich ruwweg bezighoudt met problemen van het volgende type. Zij X een gegeven complexe projectieve variëteit; bestaat er een niet-constante holomorfe afbeelding $f : \mathbb{C} \rightarrow X$? Zo ja, hoe groot is de afstand tussen de waarden $f(z)$ van f en een gegeven deelvariëteit Z van X ? Diophantische approximatie is de tak van de getaltheorie die gaat over de vraag of, wanneer X en Z gedefinieerd zijn over een getallenlichaam K , er oneindig veel K -rationale punten in X liggen en zo ja, hoe groot de afstanden zijn van die punten tot Z . Nevanlinnatheorie en Diophantische approximatie ontwikkelden zich onafhankelijk van elkaar totdat Vojta in 1983 in zijn proefschrift een 'woordenboek' gaf, waarmee beweringen uit de Nevanlinnatheorie kunnen worden vertaald in beweringen uit de Diophantische approximatie. Zo bleken allerlei fundamentele stellingen uit de Nevanlinnatheorie te corresponderen met fundamentele stellingen uit de Diophantische approximatie. In dit woordenboek correspondeert een niet-constante holomorfe afbeelding met een oneindige verzameling van rationale punten. Door zijn woordenboek toe te passen op een vermoeden van Griffiths uit de Nevanlinnatheorie kwam Vojta tot de formulering van een erg algemeen vermoeden over Diophantische approximatie, dat allerlei bestaande vermoedens in een breder kader zet, en allerlei bestaande grote stellingen als speciaal geval bevat. Vojta werkte dit verder uit in zijn Springer Lecture Notes 1239, *Diophantine approximations and value distribution theory* (1987).

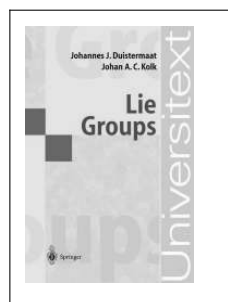
Het hier besproken boek van Min Ru gaat ook over de relatie tussen Nevanlinnatheorie en Diophantische approximatie. In vergelijking met Vojta's Lecture Notes is het ingangsniveau van Ru's boek veel lager. Bovendien bevat Ru's boek allerlei resultaten die na Vojta's Lecture Notes zijn bewezen. Ru's boek heeft zeven hoofdstukken. Elk hoofdstuk is verdeeld in twee delen A en B. In deel A wordt steeds de Nevanlinnatheorie in een bepaalde situatie behandeld en in deel B wordt ingegaan op de corresponderende resultaten uit de Diophantische approximatie. Ru geeft van de resultaten uit de Nevanlinnatheorie steeds de volledige bewijzen. Voor de (veel moeilijker) bewijzen van de corresponderende resultaten uit de Diophantische approximatie verwijst hij in de meeste gevallen naar de literatuur. Er is weinig overlap tussen Vojta's Lecture Notes en Ru's boek.

Ru begint in het eerste hoofdstuk met de eenvoudigste situatie, namelijk in deel A met de twee hoofdstellingen van Nevanlinna voor meromorfe functies van \mathbb{C} naar \mathbb{C} (ofwel holomorfe

functies van \mathbb{C} naar $\mathbb{P}^1(\mathbb{C})$) en in deel B met de analoge daarvan voor Diophantische approximatie, dat zijn de Artin-Whaples productformule voor valuaties in algebraïsche getallenlichamen en de stelling van Roth over de benadering van algebraïsche getallen door getallen uit een gegeven getallenlichaam K . Hij generaliseert dit in de volgende hoofdstukken steeds verder, onder meer naar Nevanlinnatheorie voor holomorfe afbeeldingen van \mathbb{C} naar $\mathbb{P}^n(\mathbb{C})$ en de daarmee corresponderende deelruimtestelling van Schmidt voor Diophantische approximatie. In hoofdstuk 5 komt hij tot de formulering van het vermoeden van Griffiths uit de Nevanlinnatheorie over holomorfe functies van \mathbb{C} naar een projectieve variëteit over \mathbb{C} en het daarmee corresponderende vermoeden van Vojta voor Diophantische approximatie. In hoofdstuk 6 bekijkt Ru deelvariëteiten van abelse variëteiten, met daarin stellingen van Bloch voor Nevanlinnatheorie en Faltings voor Diophantische approximatie, en in het laatste hoofdstuk 7 gaat hij in op hyperbolische variëteiten, met de stelling van Brody voor Nevanlinnatheorie en het vermoeden van Lang voor Diophantische approximatie.

Ru heeft in zijn boek materiaal over Nevanlinnatheorie bijeengebracht dat niet zo makkelijk ergens anders is te vinden. Een aantal van de resultaten over Diophantische approximatie die hij noemt kunnen in standaardwerken worden gevonden, maar hij geeft ook een aantal resultaten van hemzelf die niet ergens anders in boekvorm zijn verschenen. De presentatie is redelijk nauwkeurig; hier en daar zijn er foutjes in het Engels en op sommige plaatsen geeft Ru een definitie die later in het boek op een helderder manier wordt gegeven. Voor degenen die meer van Nevanlinnatheorie en het verband met Diophantische approximatie willen leren is dit boek zeker interessant.

J.H. Evertse



J.J. Duistermaat, J.A.C. Kolk

Lie groups

Universitext

Berlijn: Springer-Verlag, 2000

344 p., prijs €44,95

ISBN 3-540-15293-8

In dit boek wordt theorie van eindigdimensionale Lie-groepen en hun Lie-algebras uiteengezet. Het onderscheidt zich van veel andere boeken over dit onderwerp door een grote nadruk op meetkundige vragen, en het systematische gebruik van differentiaalmeetkundige methoden. Deze spelen al in het oorspronkelijke werk van Sophus Lie een fundamentele rol, en het boek heeft mede tot doel het heruitvoeren van diens project met moderne instrumenten.

Er zijn vier hoofdstukken, waarin achtereenvolgens worden behandeld: een algemene beschouwing van Lie-groepen en hun Lie-algebra's (inclusief een existentiebewijs van een groep bij elke eindig dimensionale Lie-algebra), propere acties, compacte Lie-groepen en hun representaties.

Het voorwoord waarschuwt ervoor dat de tekst af en toe verwijst naar hoofdstukken van een 'toekomstig boek', dat blijkbaar met het huidige een serie zal vormen. Wat bevreemding wekt is dat deze verwijzingen vaak juist basisfeiten betreffen; bijvoor-

beeld treft men in dit boek geen definitie van het Lie-haakje op vectorvelden aan (hoewel sectie 1.8 daarvan al gebruik maakt); blijkbaar wordt dat in hoofdstuk 11(!) behandeld. Ook door het stelselmatig prefereren van een analytische aanpak boven een, voor velen ongetwijfeld gemakkelijkere, algebraïsche benadering, is het boek als introductie in het onderwerp of als '(post)graduate textbook' minder geschikt, ondanks hetgeen de achterflap meldt. Een doelbewust toewerken naar 'grote' resultaten, met gedegen uitwerking van alle benodigde hulpmiddelen ongeacht een grote diversiteit in de moeilijkheidsgraad daarvan, verraadt veeleer een ambitie tot het schrijven van een standaard referentiewerk.

Het boek getuigt echter ook van een groot enthousiasme voor het onderwerp, en een bereidheid tot het ingaan op voor de hand liggende maar lastige vragen, waarvan de antwoorden niet gladjes uit de standaardtheorie voortvloeien. Algemene formules worden in concrete voorbeelden uitgewerkt. Ook wordt waar mogelijk een concrete visualisatie nagestreefd, bijvoorbeeld die van de conjugatieklassen in $SL(2, \mathbf{R})$; deze figureert zelfs op de omslag. Jammer is dat het interpreteren van de illustraties een grote zelfwerkzaamheid van de lezer vereist, door het ontbreken van indicaties.

Belangrijke resultaten worden zorgvuldig behandeld, maar helaas zijn er enkele storende fouten op elementaire punten. Zo klopt de beschrijving van het beeld van 'exp' voor $SL(2, \mathbf{R})$ niet, en zijn lemma 1.11.2 en de definitie van 'proper' onjuist (bestudering van de omslagillustratie respectievelijk van Bourbaki zou hebben geholpen). Ik verwijs naar een toekomstige editie voor correcties. Desondanks kan ik dit boek, voor wie niet vies is van stevige differentiaalmeetkundige kost, zeer aanbevelen.

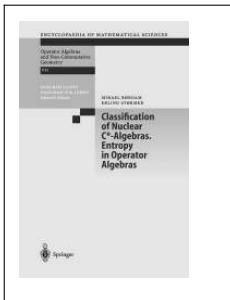
M.A.A. van Leeuwen

algebra is isomorf met een algebra van continue functies op een lokaalcompacte Hausdorffruimte onder puntsgewijze vermenigvuldiging, zodat de classificatie van dergelijke algebra's reduceert tot de (hopeloze) classificatie van zulke ruimten. Een ander speciaal geval vormen de von Neumannalgebra's; dit zijn C^* -algebra's die de duale van een Banachruimte zijn. De classificatie van enkelvoudige von Neumannalgebra's werd begonnen door Murray en Von Neumann in de jaren dertig, en voltooid door Connes in de jaren zeventig van de vorige eeuw. Connes ontving mede hiervoor in 1982 een Fields Medal.

De vraag is of ook iets over andere speciale klassen van C^* -algebra's gezegd kan worden, en daarover gaat de bijdrage van Rørdam. De bovenstaande drie voorbeelden zijn niet als zodanig in dit boek te vinden, maar dienen wel ter inspiratie voor de gebruikte technieken. Het centrale idee, voor het eerst in 1989 geopperd door George Elliott, is dat C^* -algebra's zouden moeten worden geclassificeerd door hun K -theorie. De K -theorie van C^* -algebra's is een uitbreiding van de topologische K -theorie van Atiyah en Hirzebruch, die men terugvindt in het commutatieve geval. Deze suggestie blijkt juist te zijn voor een aantal zeer speciale klassen van C^* -algebra's. Aan de ene kant van het spectrum geldt dit voor de zogenaamde AF -algebra's, die limieten zijn van eindig-dimensionale C^* -algebra's. Aan de andere kant worden ook de Kirchberg-algebra's, die in zekere zin analoog zijn aan hyper-eindige type III factoren in de theorie van von Neumannalgebra's, volledig door hun K -groepen gekarakteriseerd. Tussen deze extremen liggen ook weer allerlei andere speciale klassen waarvoor het vermoeden van Elliott al dan niet met enige correcties waar is.

De gehele inhoud van Rørdams stuk is uitzonderlijk technisch, zelfs voor specialisten in de theorie van C^* -algebra's. Zo vormt zijn eigen *Introduction to K -theory for C^* -algebras* (met F. Larsen en N.J. Laursen, CUP 2000) nog lang geen afdoende voorbereiding. Slechts een kleine sekte werkt aan Elliotts classificatieprogramma, en ik verwacht niet dat dit boek het onderwerp populariseert. Ik vermoed dat ondergetekende de enige in Nederland is, die in dit boek is geïnteresseerd. Dit zou lof impliceren voor de boekenredacteur van het NAW, die feilloos de juiste recensent heeft gevonden, maar ook kritiek, omdat het boek überhaupt ter recensie is aangeboden. Laat ik hopen dat mijn vermoeden onjuist is!

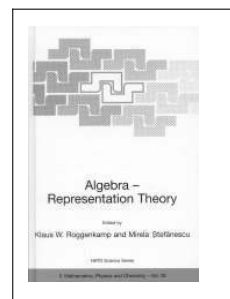
K. Landsman



M. Rørdam, E. Størmer
Classification of nuclear C^* -algebras
Entropy in operator algebras
(Encyclopaedia of Mathematical Sciences 126)
 Berlin: Springer-Verlag, 2002
 198 p., prijs €90,90
 ISBN 3-540-42305-2

Deze band in de veelbelovende nieuwe serie *Operator Algebras and Non-Commutative Geometry*, onderdeel van Springer's EMS, bestaat uit twee bijdragen die niets met elkaar te maken hebben. Ik bespreek hier slechts het eerste en veruit langste stuk, waarin Mikael Rørdam een zeer gedetailleerd overzicht geeft van de classificatie van bepaalde klassen van C^* -algebra's. Een C^* -algebra is een algebra van begrensde operatoren op een complexe Hilbertruimte die gesloten is onder het nemen van geadjungeerden, en tevens onder limieten in de topologie gegeven door de operator-norm. C^* -algebra's zijn dus een bepaald soort associatieve algebra's over de complexe getallen die een natuurlijke realisatie hebben op een Hilbertruimte, en daarom van groot belang zijn voor de quantummechanica. C^* -algebra's vormen tevens de basis voor de niet-commutatieve meetkunde.

Eindig-dimensionale C^* -algebra's zijn isomorf met directe sommen van matrixalgebra's, en worden dus geclassificeerd door een oplopend rijtje natuurlijke getallen. Een commutatieve C^* -

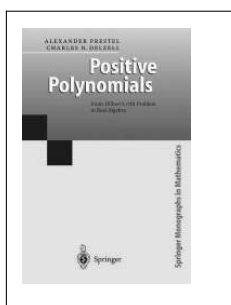


I.K.W. Roggenkamp, M. Stefanescu (eds.)
Algebra — Representation Theory
(Proc. of the NATO Advanced Study Institute on Algebra — Representation Theory, Constanta, Romania, 2–12 August 2000)
 Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2001
 460 p., prijs €189,—
 ISBN 0-7923-7113-5

In de afgelopen dertig jaar is de ontwikkeling van representatietheorie van groepen, Lie-algebra's en associatieve algebra's zeer zeker bevorderd door de theorie van zogeheten bijna-splijttrijen, Auslander-Reitenpijlkokers en cohomologie van groepen. Quantumgroepen, Hopf-algebra's en niet-commutatieve meetkunde brengen de klassieke representatietheorie tegenwoordig eveneens

verder. Voor dit alles is een goed begrip van 'structuur van speciale ringen' onontbeerlijk. Daartoe werd in Constanza-Roemenië in 2000 een conferentie belegd. Over voornoemde onderwerpen werden inleidende en specialistische voordrachten gehouden door, zoals het congresboek zegt, 'internationally highly recognised specialists'. Er staan twintig uitgewerkte voordrachten in dit congresboek. Sommige bijdragen zijn nog redelijk informatief, andere vallen meteen met de deur in huis en geven alleen zeer recente ontwikkelingen. Als onderwerpen die aan bod komen, noem ik slechts: toepassingen van moduultheorie op invariantentheorie van klassieke groepen, vlechtgroepen, de zogeheten filosofie van Langlands en Koszuldualiteit, ontwikkelingen betreffende het abelse-defectvermoeden, Cohen-Macaulayrepresentaties, Gelfand-Kirillovdimensies, bloktheorie, enz. De inhoud van het boek is bestemd voor specialisten en zeer gevorderde studenten. Het boek hoort zeker in de bibliotheek van elke (?) niet-technische universiteit thuis. Wel aanbevolen om erin te kijken en eruit te studeren, maar zelf kopen? Dat laatste laat ik aan u zelf over.

R.W. van der Waall



A. Prestel, C.N. Delzell
Positive polynomials: from Hilbert's 17th problem to real algebra
(Springer monographs in mathematics)
 Berlin: Springer-Verlag, 2001
 267 p., prijs €72,95
 ISBN 3-540-41215-8

Hilberts siebteenthes Problem besagt, dass jedes reelle Polynom (in mehreren Variablen), das keine negativen Werte annimmt, sich als Summe von Quadraten rationaler Funktionen schreiben lässt. Diese Tatsache, die 1926 von E. Artin bewiesen wurde, sowie die zur gleichen Zeit von ihm und O. Schreier begründete Theorie der reell abgeschlossenen Körper bildet den Ausgangspunkt des vorliegenden Buches, das sich in acht Kapitel und einen Anhang gliedert.

Die ersten vier Kapitel führen in das Themengebiet der Reellen Algebra ein. Es werden behandelt: (Vor-)Ordnungen auf Körpern, Sturm-Folgen, reeller Abschluss eines geordneten Körpers, Quantorenelimination, Tarski-Transfer, Witt-Ring der quadratischen Formen über einem Körper, Verallgemeinerung von Hilbert 17 auf semi-algebraische Mengen, reelles Spektrum eines kommutativen Ringes, abstrakter und konkreter Positivstellensatz.

Die Quantorenelimination, und damit das aus ihr abgeleitete Tarski'sche Transferprinzip für reell abgeschlossene Körper, auf das im weiteren Verlauf des Buches immer wieder zurückgegriffen wird, wird auf dem für mein Verständnis etwas undurchsichtigen Weg über die aleph-1-Saturiertheit nichtprinzipaler Ultrapotenzen reell abgeschlossener Körper gezeigt, anstatt, wie zum Beispiel in J. Bochnak, M. Coste, M.-F. Roy, *Géométrie algébrique réelle* (Springer-Verlag, 1987), durch vollständige Induktion. Überwiegend ist die Darstellung jedoch recht klar und gut verständlich und eignet sich daher als Lektüre für einen graduierten Einführungskurs in Reeller Algebra.

Die letzten vier Kapitel widmen sich zunehmend den neue-

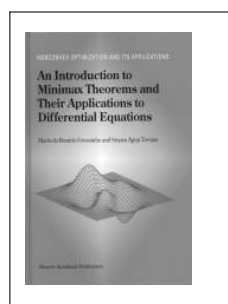
ren Entwicklungen, die das Gebiet seit Erscheinen der Lehrbücher *Géométrie algébrique réelle* und M. Knebusch, C. Scheiderer, *Einführung in die reelle Algebra* (Vieweg, 1989) verzeichnen durfte und die wohl auch den Hauptanlass zur Herausgabe des vorliegenden Werkes bilden. Zwar fanden grosse Teile dieser neuen Ergebnisse bereits eine elementare Behandlung im (übrigens gratis erhältlichen) Vorlesungsskript M. Marshall, *Positive Polynomials and Sums of Squares*, (Dipart. Mat. Univ. Pisa, Istituti Editoriali e Poligrafici Int., Pisa - Roma, 2000), doch erscheint eine breitere und mehr theoretisch unterbaute Darstellung, wie sie mit dem vorliegenden Text gegeben ist, als durchaus sinnvoll und wünschenswert.

Zur Orientierung für den Neuling sei gesagt, dass die meisten Sätze um das Problem der Darstellung positiver Polynome, ähnlich wie bei Hilbert 17, kreisen. So finden sich in der zweiten Hälfte des Buches: der Darstellungssatz von Kadison und Dubois, Schmüdgens Satz, (Prestels und) Jacobis Verallgemeinerungen auf quadratische Moduln und Halbordnungen, Anwendungen auf das Moment-Problem, Wörmanns Verallgemeinerungen auf Potenzen mit geradem Exponenten, quantitative Aspekte wie Pythagoras-Zahl und Gradschranken.

Das Buch verfügt über einen ausführlichen Anhang zur Bewertungstheorie, ein dreiseitiges Glossar für die verwendeten Notationen sowie über eine Literaturliste und einen Index von je acht Seiten. Jedes Kapitel hat einen Übungsteil (ohne Musterlösungen) und schliesst mit bibliographischen und historischen Anmerkungen zum jeweils behandelten Stoff. Der gesamte Text ist trotz einer teilweise etwas eigenwilligen Notation recht gut lesbar. Die typographischen Fehler bleiben im annehmbaren Rahmen. An ein paar Stellen geht die Nummerierung und Referenzierung der Sätze etwas durcheinander.

Insgesamt ist dies eine durchaus empfehlenswerte Monographie. Ihr Erscheinen ist aufgrund der vielen Neuerungen auf dem Gebiet sehr begrüssenswert, und es ist zu hoffen, dass sie auch die zukünftige Entwicklung in der Reellen Algebra förderlich beeinflusst.

R. Auer



M.R. Grossinho, S. Tersian
An introduction to minimax theorems and their applications to differential equations
(Nonconvex optimization and its applications 52)
 Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2001
 288 p., prijs €135,36
 ISBN 0-7923-6832-0

The book is an introduction to critical point theory and its applications to differential equations. The material has been organized in seven chapters.

Chapter I is an introductory chapter. It presents the variational principles of Ekeland and of Borwein-Preiss on the existence of ε -minimum points. It introduces a number of deformation lemmas, which are subsequently used to provide proofs of the mountain-pass theorem of Ambrosetti-Rabinowitz and some of its extensions. It also shows how mountain-pass theorems can be derived from the variational principle of Ekeland.

Chapter II starts with a discussion of the well-known minimax theorem of Von Neumann. It also presents the saddle-point the-

orems of Rabinowitz and their extensions due to Lazer-Solimini on the one hand and Schechter on the other and shows how these results are connected to critical point theory. It formulates the critical point theorems of Brézis-Nirenberg and Li-Willem, and a number of linking theorems due to Silva.

Chapter III studies applications of critical point theorems to elliptic problems in bounded domains. The Neumann problem is studied, as well as the Hammerstein equations on a bounded domain with smooth boundary. The existence of solutions to the Hammerstein integral equations is shown using the Ambrosetti-Rabinowitz mountain-pass theorem discussed in Chapter I and the Lazer-Solimini saddle point theorem treated in Chapter II.

Chapter IV applies variational methods to prove the existence of periodic solutions of some second-order non-linear differential equations. Existence results are established using the Ambrosetti-Rabinowitz mountain-pass theorem of Chapter I and the Silva saddle-point the Li-Willem linking theorems of Chapter II.

The dual variational method is presented in Chapter V, as well as its applications to some problems for fourth-order differential equations with continuous and discontinuous nonlinearities.

The goal of Chapter VI is the presentation of a number of minimization and mountain-pass theorems for non-differentiable functionals. It is assumed that the functionals are locally Lipschitz, which implies that it is possible to define their generalized gradients. The mountain-pass theorems of Chang, Ghoussoub-Preiss and Brezis-Nirenberg are obtained as special cases of a general mountain-pass theorem.

Chapter VII concludes the book with an application of variational methods to study the existence of homoclinic and heteroclinic solutions of second-order equations, fourth-order equations and Schrödinger type equations.

The book is designed for graduate and postgraduate students as well as for specialists in the fields of differential equations, variational methods and optimization. Although there is room for improvement of the book, in particular with regard to the use of English and the exposition of the general intuition behind the results obtained, I have enjoyed reading the book for its mathematical clarity and rigor. I am convinced that any specialist in the field will use the book as a valuable reference manual, and I would therefore like to highly recommend it.

P.J.J. Herings

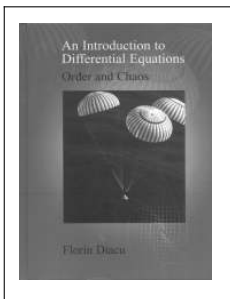
tions by variation of constants; harmonic oscillators; basic theory of systems of linear differential equations; linearization of non-linear systems near equilibrium points; periodicity and stability of solutions of non-linear systems; two-dimensional gradient and Hamiltonian systems; chaos; solution of differential equations by Laplace transform; power series solutions at regular singular points. For the qualitative study of differential equations the author introduces vector fields, flows, phase space, and discusses the behavior of solutions of linear systems near the equilibrium.

The author prefers to rely on intuition rather than on rigor when the latter 'endangers clarity'. However, the text contains non-rigorous explanations which do not help in clarifying matters. For example, vector fields for first-order differential equations are defined in an example of a linear equation with constant coefficients, and later are used to introduce the notion of a singular solution of any kind of first-order differential equation. Examples of differential equations with discontinuous coefficients are introduced early without comments on how the main theory applies (or does not apply) to them. For instance, the non-uniqueness of solutions to initial value problems for these equations is only briefly mentioned in the chapter on the Laplace transform.

Another preference of the author concerns the 'difficult and time-consuming issue' of modelling. The textbook contains many modelling examples from various fields (including economy, culinary, psychology), aiming to be attractive. Nevertheless, more comments on the reliability of the very diverse models, or less arbitrary assumptions, would serve the same purpose. In the example of the Tacoma Narrows bridge disaster the author presents a simplification of a published model, but its solution is mathematically weak and plays a minor role in the qualitative discussion thereafter.

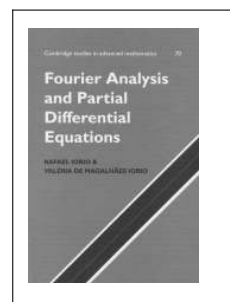
In conclusion, the textbook contains much interesting material and covers various aspects of the theory and applications of differential equations, including numerical methods and computer algebra. However, for a course on differential equations, it would have been better if some aspects of the theory and modelling were presented in a more open way.

R. Vidunas



F. Diacu
An introduction to differential equations
Order and chaos
 London: Macmillan, 2000
 399 p., prijs £40,99
 ISBN 0-7167-3296-3

According to the author, this textbook aims to combine two approaches to teaching calculus (and differential equations in particular) at modern universities: the classical approach based on exact techniques, and the more intuitive 'reform' method. The classical topics include: exact solution of separable or linear first order equations, of second order linear equations with constant coefficients; solution of nonhomogeneous second order equa-



R.J. Iorio, Jr., V. de Magalhães Iorio
Fourier analysis and partial differential equations
 (Cambridge Studies in Advanced Mathematics
 70)
 Cambridge: Cambridge University Press,
 2001,
 411 p., prijs £55,-
 ISBN 0-521-6211-X

Het eerste deel van dit boek geeft een inleiding in de theorie van Fourierreeksen, periodieke distributies en Sobolevruimten op de cirkel. In het tweede deel wordt deze theorie toegepast op evolutievergelijkingen van de vorm $\partial_t u = P(x, \partial x)u$ op de cirkel, waarbij oplossingen beschouwd worden als functies van t met waarden in Sobolevruimten op de cirkel. Eerst wordt het lineaire geval besproken en daarna worden de resultaten toegepast in het niet-lineaire geval. Aan de orde komen onder meer het lokaal en globaal goed-gesteld zijn van het Cauchyprobleem en maximale

existentie-intervallen bij niet-lineaire Schrödinger vergelijkingen en Korteweg-De Vriesvergelijkingen. Bij eerstgenoemde vergelijkingen wordt onder andere een Hamiltonstructuur ingevoerd om globaal goed-gesteld zijn te onderzoeken en bij de laatstgenoemde vergelijkingen wordt de methode van de verdwijnende viscositeit gebruikt.

Het derde deel behandelt niet-periodieke gevallen. Daartoe wordt eerst een inleiding gegeven in de algemene theorie van distributies, Fouriertransformaties en Sobolevr ruimten op \mathbf{R}^n . Dan volgt een behandeling van Cauchyproblemen voor Korteweg-De Vriesvergelijkingen en Benjamin-Onovergelijkingen.

De theorie is helder gepresenteerd en voorzien van veel nuttige vraagstukken. Naar mijn mening is het een waardevol boek dat bijvoorbeeld op colleges goed gebruikt zou kunnen worden.

B.L.J. Braaksma

A.A. Martynyuk

Stability by Liapunov' matrix function method with applications

(Pure and Applied Mathematics)

New York: Marcel Dekker, 1998

276 p., prijs \$ 150,-

ISBN 0-8247-0191-7

Dit boek gaat over het bestuderen van stabiliteitseigenschappen van stelsels differentiaalvergelijkingen, via de methode van *matrix Lyapunovfuncties*. Het eerste hoofdstuk is achtergrondinformatie: het beschrijft de bekende resultaten voor scalaire Lyapunovfuncties. Het tweede hoofdstuk behandelt dan de matrixwaardige Lyapunovfuncties, en geeft een aantal voorbeelden. Hoofdstuk 3 betreft singulier gestoorde problemen, terwijl hoofdstuk 4 gaat over stabiliteit voor stochastische differentiaalvergelijkingen. Hoofdstuk 5, tenslotte, behandelt een aantal 'real-life' voorbeelden. Het boek is duidelijk geschreven door een expert op het vakgebied, en bevat resultaten die nog niet eerder in boekvorm zijn verschenen.

Het boek kan ik helaas niet erg aanbevelen, ook niet voor diegenen die door de bovenstaande opsomming van de inhoud de gedachte zouden hebben dat het wellicht een erg interessant boek zou kunnen zijn. Het boek vertoont namelijk een aantal ernstige tekortkomingen: ten eerste is het in een taal geschreven waarvan de auteur denkt dat het Engels is, maar waarvan ik vermoed dat het ontstaan is door een Russische tekst met het woordenboek op schoot woord voor woord te vertalen. Ten tweede is niemand op het idee gekomen om de drukproeven eens te corrigeren. Het eerste fenomeen leidt er toe dat het lezen erg vermoeiend is: de lezer is regelmatig op zoek in de zin om te zien wat de correcte grammatica zou kunnen zijn, en moet hier en daar erg raden naar de bedoeling van de auteur. Het tweede fenomeen is vooral erg hinderlijk als in essentiële formules tikfouten staan die het volstrekt onduidelijk maken wat de auteur nu weer in vredesnaam bedoelt. Om maar eens een voorbeeld te geven: zelfs nadat ik elders mijn geheugen had opgefrist betreffende Dini-afgeleiden, duurde het nog een flink tijdje voor ik begreep wat de auteur bedoelt in de definitie van deze afgeleiden op pagina 47. Erg hinderlijk ook al omdat deze definitie van belang is voor de rest van hoofdstuk 2. Overigens staat in dezelfde definitie nog een verwijzing naar een niet bestaande formule, die in de daaropvolgende pagina's ook

consequent herhaald wordt. Ook komt het regelmatig voor dat zinnen, die kennelijk weg hadden moeten, zijn blijven staan, en omgekeerd (zie bijvoorbeeld pagina 44 na definitie 2.2.2). Voorts heeft de auteur er een handje van om één en hetzelfde ding nu eens met een kleine letter aan te duiden, en het dan enkele regels verderop met een grote letter aan te duiden. En dan duiken er soms ook nog dingen op die helemaal niet gedefinieerd zijn.

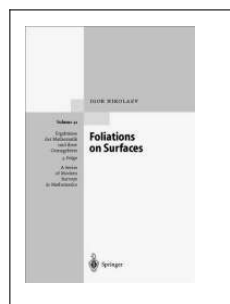
Dergelijke zaken mag men natuurlijk de uitgever ook aanrekenen, alsmede de editors van de serie waarin het boek verschenen is. En voorts de reviewers van het manuscript, die er, getuige het voorwoord, ook nog zijn geweest. Zij allen hadden de auteur hier dienen te ondersteunen. Was dat allemaal gebeurd, dan zou deze recensie waarschijnlijk veel positiever zijn, want inhoudelijk is het materiaal zeker de moeite waard.

Keren we even terug naar de inhoud. Alhoewel het hier gaat om matrixwaardige Lyapunovfuncties wordt in de meeste toepassingen toch weer gereduceerd tot een scalaire Lyapunovfunctie door het nemen van het inproduct van een vector met de vector die ontstaat door die matrixwaardige functie te vermenigvuldigen met die vector. De motivatie om naar matrixwaardige Lyapunovfuncties te kijken is dat daarmee die componenten van het systeem, die de zwaarste eisen nodig maken, kunnen worden uitgelicht, terwijl de condities op de andere componenten wellicht veel lichter kunnen zijn.

Ondanks alle kritiek heeft het boek zo zijn leuke kanten. De gekozen toepassingen, en het hoofdstuk over 'real life' problemen zijn interessant, en verhelderen de bedoelingen van de auteur wel. Al moet me van het hart dat de ellenlange lijst van voorwaarden die soms nodig zijn om de hoofdresultaten toe te passen geen erg overtuigende indruk maakt.

Concluderend heb ik maar één aanbeveling: besteed uw euro's anders.

A.C.M. Ran



I. Nikolaev

Foliations on surfaces

(Ergebnisse der Mathematik, 3. Folge, 41)

Berlijn: Springer-Verlag, 2001

450 p., prijs €129,95

ISBN 3-540-67524-8

Onder *foliatie* van dimensie p van een gladde variëteit verstaat men een opdeling van die variëteit in *bladen*, die er lokaal uitziet als de opdeling van de euclidische ruimte \mathbf{R}^n in p -dimensionale bladen $\mathbf{R}^p \times \{x\}$. De theorie van foliaties is een belangrijk onderdeel van de differentiaaltopologie en meetkunde, een onderdeel waarbinnen verschillende Fields Medals zijn toegekend en waaraan al diverse leerboeken zijn gewijd.

Het is eenvoudig om in te zien dat op een compact oppervlak alleen een niet-triviale (dat wil zeggen 1-dimensionale) foliatie kan bestaan als het oppervlak geslacht nul heeft. De reden dat ik toch een dik boek voor me heb dat gaat over foliaties van oppervlakken is, dat de auteur een ruimer begrip van foliatie behandelt, waarin ook singulariteiten mogen voorkomen. (Denkt u bijvoorbeeld aan de foliatie van het Euclidische vlak door concentrische cirkels.) Ook in de klassieke theorie van *reguliere* foliaties spelen

zulke *singuliere* foliaties van oppervlakken een rol, bijvoorbeeld in Haefliger's befaamde bewijs voor het niet bestaan van een analytische 2-dimensionale foliatie op de 3-sfeer. Later werden ook bepaalde klassen singuliere foliaties geïsoleerd, zogenaamde Sussmann of Stefan foliaties.

Dit boek slaat een wat andere richting in, en de namen van Haefliger, Stefan en Sussmann komen dan ook niet voor in de bibliografie.

Het boek bestaat uit een inleidend hoofdstuk met Nikolaevs definitie van foliaties met singulariteiten, enkele voorbeelden en enkele constructiemethoden, gevolgd door zes hoofdstukken waarin de algemene theorie wordt ontwikkeld. Hierin komen onderwerpen als Morse-Smale foliaties, holonomie, Cherry cells, minimale invariante verzamelingen, en de stellingen van Anosov aan de orde. Er is ook een hoofdstuk over foliaties van niet-compacte oppervlakken. Vervolgens worden tien hoofdstukken gewijd aan toepassingen op, en verbanden met andere gebieden van de wiskunde. Hier komen bijvoorbeeld aan bod de ergodentheorie, de classificatie van homeomorfismen van de cirkel, en verbanden met C^* -algebras. Het laatste van deze tien hoofdstukken is gewijd aan verbanden met control theory, en geschreven door B. Piccoli. Tot slot is er een appendix van ongeveer 30 bladzijden waarin de belangrijkste begrippen en stellingen uit de theorie van Riemann oppervlakken worden samengevat.

Uw recensent heeft weinig plezier aan dit boek beleefd. Het Engels is matig (en dat van Piccoli's hoofdstuk ronduit slecht), en er zijn veel drukfouten. Reeds de eerste definities uit dit boek zijn slecht geformuleerd en uitsluitend met veel inspanning en goede wil te begrijpen. (Om een indruk te krijgen van waar ik op doel vergelijk men de definitie van een r keer differentieerbaar lijnenveld op pagina 5 met de veel zorgvuldiger definitie op pagina 18 van Springer Lecture Notes 468.) Sommige van de hoofdstukken over verbanden met andere gebieden zijn beter geschreven, maar zijn vaak zeer oppervlakkig. Zo gaat een groot deel van het hoofdstuk over C^* -algebras over de inmiddels voldoende in de literatuur uitgekauwde C^* -algebra geassocieerd met de Kronecker foliatie van de torus, en wordt het 'Baum-Connesvermoeden' slechts aangestipt. De appendix over Riemannoppervlakken is beter geschreven, maar hier gaat het om een samenvatting van een klasieke en veel geëxposeerde theorie. Al met al past dit boek niet bij het prestige van de *Ergebnisse*-serie van de uitgever. I. Moerdijk

ruimte X voortbrengt, en f een Lipschitz continue afbeelding van $X^\alpha = D((-A)^\alpha)$ in X is voor zekere $\alpha \in [0, 1)$.

Deze theorie is geïnspireerd door het speciale geval waarin A de Laplaciaan op een begrensde gebied $\Omega \subset \mathbf{R}^n$ met gladde rand is, en waar f van u en ∇u afhangt, dat wil zeggen

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u + f(x, u, \nabla u).$$

De algemenere opzet laat natuurlijk veel meer vergelijkingen toe, waaronder de Navier-Stokesvergelijkingen,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u + \nabla_u(u) + \nabla p, \quad \nabla \cdot u = 0,$$

en de hogere orde Cahn-Hilliardvergelijkingen

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\Delta(\Delta u - f(u)).$$

Deze aanpak van semilineaire parabolische vergelijkingen is al minstens 20 à 30 jaar oud en werd eerder door Dan Henry (*Geometric Theory of Semilinear Parabolic Equations*, Springer, 1981) op voortreffelijke wijze samengevat. Veel van de theorie in het hier besproken boek kan dan ook al bij Henry gevonden worden.

Cholewa en Dlotko beginnen hun boek met een samenvatting van de nodige feiten betreffende Sobolevruimtes, elliptische operatoren en de analytische halfgroepen die ze voortbrengen, en de zogenaamde 'fractional power spaces.' Vervolgens wordt lokale existentie en eenduidigheid van oplossingen van $u_t + Au = f(u)$ voor een algemene klasse van niet-lineairiteiten $f: X^\alpha \rightarrow X$ door middel van de variatie van constante formule vastgelegd. Wie lokale oplossingen heeft wil natuurlijk ook weten of er globale oplossingen bij zitten. Hiertoe voeren de auteurs 'de conditie (A_2) ' in. Deze redelijk eenvoudige conditie blijkt voldoende, en met wat extra aannamen zelfs ook noodzakelijk te zijn voor globale existentie van oplossingen. Dezelfde conditie (A_2) is ook voldoende om een globale attractor te construeren.

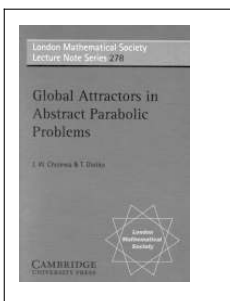
De abstracte theorie van de eerste vier hoofdstukken wordt in het vijfde hoofdstuk op algemene parabolische differentiaalvergelijkingen (dit in tegenstelling tot abstracte, in een Banachruimte geformuleerde beginwaarde problemen) toegepast. Concrete voorbeelden, waaronder de Navier-Stokesvergelijkingen in \mathbf{R}^2 worden in hoofdstuk 6 behandeld.

In hoofdstukken 7 en 8 hebben Cholewa en Dlotko diverse ongerelateerde resultaten samengevoegd. Achtereenvolgens komen hier 'backward uniqueness,' 'hogere regulariteit,' 'niet-Lipschitz continue nietlineairiteiten f ,' 'lokale stabiliteit van kleine oplossingen van de n -dimensionale Navier-Stokesvergelijkingen,' en 'oplossingen in ruimtes van Hölder continue functies' aan de orde. Vreemd genoeg zijn er ook nog een paar pagina's over monotone operatoren en ontaarde parabolische vergelijkingen (in het bijzonder de p -Laplaciaan).

Het ligt voor de hand dit boek met het boek van Dan Henry te vergelijken. Bij zo'n vergelijking valt meteen op dat Cholewa en Dlotko vrijwel alle kwalitatieve (meetkundige of topologische) theorie vermijden. Geen van de in dit boek geconstrueerde attractors wordt in detail beschouwd zoals Henry dat in zijn boek deed. Men krijgt onterecht de indruk dat er sinds 1980 geen vooruitgang in deze richting is geboekt.

Het boek lijkt me desondanks een goede inleiding in de theorie van door parabolische vergelijkingen gedefinieerde dynamische systemen.

S. Angenent



J. W. Cholewa, T. Dlotko
Global attractors in abstract parabolic problems
(London Mathematical Society Lecture Notes Series 278)
 Cambridge: Cambridge University Press, 2000
 250 p., prijs £30,-
 ISBN 0-521-79424-2

In dit boek wordt het begin-/randwaardeprobleem voor vergelijkingen van de vorm

$$\frac{\partial u}{\partial t} = A(u) + f(u)$$

beschouwd, waar A een analytische halfgroep op een Banach-



C.M. Dafermos
Hyperbolic conservation laws in continuum physics

(*Grundlehren der mathematischen Wissenschaften*, 325)

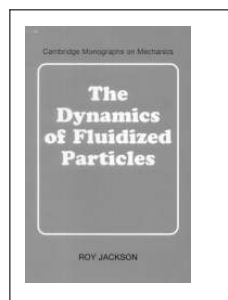
Berlijn: Springer-Verlag, 2000

443 p., prijs €99,95

ISBN 3-540-64914-X

This extensive monograph gives a comprehensive treatment of continuum physics and of the theory of hyperbolic conservation laws. An intimate connection between these two subjects distinguishes the book from others. After each chapter there are notes, including historical comments. The book is divided into fifteen chapters. Chapters 1–5 are devoted to conceptual foundations of the theory of hyperbolic conservation laws in relation to continuum physics. In Chapter 6, *The L^1 theory of the scalar conservation law*, the author first establishes exactly the maximal interval of the existence of a classical solution, then he investigates admissible weak solutions and their stability properties. The method of vanishing viscosity is effectively used to obtain admissible weak solutions. Next, solutions are considered as trajectories of a suitable contraction semigroup and the layering method is presented. Finally, a kinetic approach and the method of relaxation to obtain a weak solution are treated. Beginning with Chapter 7, *Hyperbolic systems of balance laws in one-dimension*, the rest of the book is devoted to one-dimensional theory. In this chapter, such important notions and themes are introduced as hyperbolicity, strict hyperbolicity, Riemann invariants, simple waves, breakdown of classical solutions and others as well. Chapter 8, *Admissible shocks*, offers notions and properties of strong and weak shocks. Then the concept of the Hugoniot locus is discussed. Various shock criterions are examined. Chapter 9, *Admissible wave fans and the Riemann problem*, covers self-similar solutions to the Riemann problem. Interaction of wave fans is also considered. The brief Chapter 10, *Generalized characteristics* (a concept introduced into the literature by the author), treats various properties of generalized characteristics. In Chapter 11, *Genuinely nonlinear scalar conservation laws*, the generalized characteristics are used to obtain precise information on regularity and large time behavior of solutions. In Chapter 12, *Genuinely nonlinear systems of two conservation laws*, using generalized characteristics and entropy estimates, the author obtains results similar to the ones in the preceding chapter. Chapter 13, *The random choice method*, is devoted to the celebrated method of Glimm. The construction of the scheme, wave interactions, approximate conservation laws, approximate characteristics, the Glimm functional and other themes are investigated in detail. Another constructive method to solve both scalar and system of conservation laws is a subject of Chapter 14 entitled *The front tracking method and standard Riemann semigroups*. Also the structural stability of the wave pattern under perturbations of the initial data is discussed here. The last chapter, *Compensated compactness*, deals with the problem whether solutions may be obtained as limits of sequences of approximate solutions. The author introduces the concept of the Young measure, a very effective tool to describe the behavior of weakly convergent sequences under superpositions of nonlinearities. It is a pity that the huge bibliography does not list the book of M. Feistauer, *Mathematical methods in fluid dy-*

namics (Longman, 1993), where the theory of measure-valued solutions to conservation laws is briefly, but very clearly presented. There is no numerics in the monograph under review, however the author quotes many books devoted to this aspect of the theory of hyperbolic conservation laws. I am sure that the monograph of Professor Dafermos will play a fundamental role during many years for all interested in hyperbolic conservation laws. S. Burys



R. Jackson

The dynamics of fluidized particles

Cambridge: Cambridge University Press, 2000

368 p., prijs £55,-

ISBN 0-521-78122-1

This book addresses the motion of systems of solid particles immersed in a fluid that may be a liquid or a gas. The motion of the fluidized suspensions are described by differential equations of motion at the level of locally averaged and their associated boundary value problems. For these two-phase systems this is the closest analogue of the familiar methods of single-phase fluid mechanics. The formalism of local spatial averaging is developed and it is used to derive averaged forms of the point equations of motion for the fluid and the particles. The averaging procedure introduces terms that are not related explicitly to the locally averaged velocities and the particle concentration. Hence the averaged equations are not closed in terms of these variables. The book addresses the formal derivations of closures for these undetermined terms. The formally derivable closures are only applicable in certain limiting cases and therefore it may be necessary to use alternative, empirical, reasonable closure relations. These topics are discussed very clearly in Chapter 2.

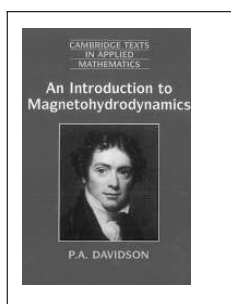
The basic problem in the field of fluidization is the description of the process of fluidizing and defluidizing a bed of particles by alternately increasing and decreasing an upward flow of fluid and is addressed in Chapter 3. The stability of a uniform fluidized bed against small perturbations is discussed in Chapter 4 using small-amplitude perturbation theory. Chapter 5 deals with the propagation of fully developed large-amplitude structures in fluidized beds. In dense beds these take the form of bubbles and in less dense beds they take the form of streamers. Insight is obtained into the nature of the distinction between bubbling and non-bubbling behaviour.

In Chapters 6 and 7 the behaviour of practical devices in which fluids and particles flow together through ducts is described. In Chapter 6 the duct is a vertical pipe, or riser, and the direction of flow is upward. The objective is to describe the velocity and concentration fields and hence to relate the flow rates of the two phases and the pressure gradient in the fluid. One of the challenges of the theory is to predict quantitatively the observed high particle concentration in a layer adjacent to the wall of the pipe. This kind of flow problem occurs for example in fluidized bed systems for catalytic cracking of heavier hydrocarbon stocks to yield gasoline. In Chapter 7 the flow of fluid and particles in the other half of the circulating fluidized bed loop, namely the standpipe that returns

the particles from the top of the riser, is discussed. An analysis is carried out that proves to be capable of giving a lot of insight in the flow behaviour of the system.

The book is a good introduction to the field of the flow of fluid-particle mixtures but, by drawing together widely scattered material, it also serves as a useful overview for experienced workers. The basic equations to describe the dynamics of fluidized particles are carefully formulated in the book. The fully described examples given in the book illustrate clearly the usefulness of the developed mathematical models. The book will be of much value for both novices and established researchers in the field of the flow of fluid-particle mixtures.

W. Potze



P.A. Davidson

An introduction to magnetohydrodynamics

(Cambridge texts in applied mathematics)

Cambridge: Cambridge University Press, 2001

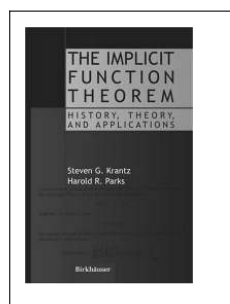
431 p., prijs £28,-

ISBN 0-521-79487-0

Magnetohydrodynamica (MHD) is de studie van de wederzijdse interactie van stromingen van fluïda (vloeistoffen en gassen) en magnetische velden. Hierbij kan men denken aan de ingewikkelde plasmastromingen in de zon, maar ook aan stromingen van het geleidend materiaal in het inwendige van de aarde. Naast de astro- en geofysische toepassingen in de natuur, worden kunstmatig opgewekte magnetische velden onder andere toegepast in de moderne metallurgie en, minder succesvol, in de aandrijving van schepen en in de wapenindustrie. Het boek begint met een uitgebreide introductie, waarin elektrodynamica centraal staat. De vergelijkingen van Maxwell worden hierbij vereenvoudigd tot een vorm zoals die in MHD gebruikt wordt. Vervolgens komen de incompressibele Navier-Stokesvergelijkingen uit de vloeistofmechanica aan bod en worden de MHD vergelijkingen afgeleid. Aan de hand van de verhouding tussen convectie en diffusie van het magnetische veld, weergegeven in het magnetische Reynolds getal, worden MHD stromingen onderverdeeld in stromingen met een laag magnetisch Reynolds getal en stromingen met een hoog magnetisch Reynolds getal. De verschillende effecten die daarbij een belangrijke rol spelen worden vervolgens aan de hand van voorbeelden vrij uitgebreid behandeld. Bij de voorbeelden moet men denken aan de dynamo-werking van de aarde en de zon, turbulente MHD stromingen enzovoort. Na het algemene gedeelte behandelt het boek in de laatste hoofdstukken toepassingen van MHD in de metallurgie. Hierbij verliest het boek zijn inleidend karakter en evolueert tot een up-to-date naslagwerk voor de nieuwste wetenschappelijke ontwikkelingen op het specialisatiegebied van de auteur. De schrijfstijl in deze laatste hoofdstukken past overigens goed bij de rest van het boek. Er wordt een interessant beeld gegeven van de problemen en oplossingen wat betreft MHD-toepassingen zoals deze in de moderne metaalindustrie gangbaar zijn. De behandelde stof is interessant voor natuurkundigen, toegepast wiskundigen en ingenieurs. Een bepaalde kennis van de wiskunde is zeker nodig om de stof te kunnen begrijpen. Hierbij moet men denken aan onder andere reeksontwik-

kelingen, lineaire differentiaalvergelijkingen en asymptotiek. Wat betreft elektrodynamica, vloeistofdynamica en MHD bevat het boek referenties voor verdere studie. De nadruk op incompressibele stromingen is voor een introductie zeker niet storend. De opbouw van het boek maakt het boek redelijk prettig leesbaar. Veel begrippen worden door zinnige illustraties verduidelijkt. Aan het eind van ieder hoofdstuk is onder het kopje 'examples' een serie vragen over de stof toegevoegd. Tevens is er een appendix waarin diverse onderwerpen als vectoridentiteiten en theorema's, stabiliteitscriteria, fysische eigenschappen van vloeibare metalen en een speciale vorm van MHD turbulentie behandeld worden. Het is geen boek dat men in een adem uitleest, maar voor mensen die geïnteresseerd zijn in onderwerpen als vloeistofdynamica en metallurgie of meer willen weten over theorieën betreffende het magnetische veld van de aarde of de zon is het zeker een aanrader.

J. Wissink



S.G. Krantz, H.R. Parks

The implicit function theorem: history, theory and applications

Boston: Birkhäuser, 2002

163 p., prijs €78,-

ISBN 0-8176-4285-4

In veel onderdelen van de analyse en de meetkunde zijn de impliciete functie stelling en de nauw daarmee verwante inverse functie stelling van wezenlijk belang. Dit boek is helemaal gewijd aan deze stellingen. Achtereenvolgens bespreken de auteurs de geschiedenis, een aantal bewijzen die in de loop der tijd bedacht zijn, generalisaties en ook nog een aantal toepassingen van deze stellingen. De geschiedenis is snel verteld. Er zijn reeds wat primitieve versies bij Newton en bij Leibniz te vinden, maar de formulering die wij nu gebruiken is afkomstig van Cauchy. Bij Cauchy zijn het stellingen over functies die door machtreeksen worden voorgesteld.

Vervolgens wordt aandacht besteed aan een aantal van de vele in omloop zijnde bewijzen. De auteurs hebben originele bronnen geraadpleegd. Zij zijn erin geslaagd een duidelijk beeld te schep- pen van de ontwikkeling van deze materie. Omdat er bewijzen zijn die op belangrijke punten verschillen, zijn er ook uiteenlopende generalisaties. Aan een aantal van die generalisaties wordt ruime aandacht geschonken.

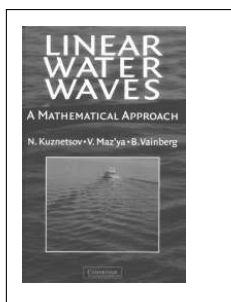
Enkele van de besproken toepassingen liggen op het gebied van het oplossen van (differentiaal)vergelijkingen en op het bestuderen van gladde oppervlakken in een Euclidische ruimte. In het laatste hoofdstuk 'Advanced Implicit Function Theorems' komen de globale inversie stelling van Hadamard voor propere afbeeldingen en de impliciete functie stelling van Nash en Moser, compleet met bewijs, aan bod. Aan toepassingen van de stelling van Nash en Moser komen de schrijvers niet toe.

In het voorwoord wordt opgemerkt dat ook lezers die nog nooit kennis met dit onderwerp hebben gemaakt, dit boek kunnen lezen. Hoofdstukken 1, 2 en 3 zijn inderdaad zonder voorkennis te lezen. Bij de hoofdstukken 4 en 5 is enige voorkennis wel prettig, en in het laatste hoofdstuk ligt het tempo zo hoog dat

vertrouwdheid met de stof onmisbaar lijkt om het betoog te kunnen volgen.

The Implicit Function Theorem is een goed geschreven en prettig leesbaar boek. Er is zorg besteed aan de tekst en aan de afwerking. Net als de twee eerdere boeken van Krantz en Parks (*A Primer of Real Analytic Functions*, en *The Geometry of Domains in Space*, eveneens uitgegeven door Birkhäuser) bevat *The Implicit Function Theorem* veel materiaal waar iedere analyticus mee vertrouwd zou moeten zijn.

R. Kortram



N. Kuznetsov, V. Maz'ya, B. Vainberg
Linear water waves: a mathematical approach

Cambridge: Cambridge University Press, 2002
513 p., prijs £75,-
ISBN 0-521-80853-7

This book is about the dynamics of water waves, generated by ships and underwater earthquakes. Studies on this topic are important: results find their application in ocean engineering (ship design, etc.) and geophysical fluid dynamics (e.g., prediction of tsunamis).

There are two remarkable facts about this book. Firstly, it focuses on the *linear* theory of water waves, whereas nowadays most research in this field is on nonlinear aspects. Secondly, the authors use a strongly mathematical approach: they discuss solvability and uniqueness of solutions for three specific problems. In Part 1 of the book (Chapters 1–5) time-harmonic waves, generated by oscillating bodies, are considered. In Part 2 (Chapters 6–8) ship waves are discussed and in Part 3 (Chapters 9–10) unsteady waves, generated by sudden disturbances, are studied. These chapters are preceded by a pre-introductory section, in which the basic equations of motion and boundary conditions for water waves are presented.

The methods used in the book involve the construction of Green's functions, which give keys for proving the solvability condition of the water wave problem by reducing it to an integral equation. Uniqueness proofs are based on auxiliary integral identities involving the velocity potential and its derivatives. Different cases are considered: submerged bodies, partially submerged bodies with or without isolated parts of the free surface. Also the dynamics of trapped modes is discussed.

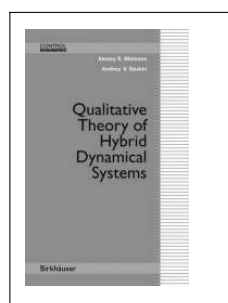
The material presented in the book is valuable for experts: the authors give a broad and coherent overview of the major achievements in this field over the last decades, to which they substantially contributed. Besides, some new results are presented. At the end of each chapter extensive bibliographic notes are given. All chapters and most sections start with a clear introduction about the topic that is to be discussed and highlights are denoted by slanted text. A disadvantage is that some figures are difficult to understand, because there are no captions and also because not much explanation about them is given in the text.

Furthermore, the text lacks physical interpretation of the assumptions and results. For example, I could not find an explicit link in the book between the theory presented and the beautiful

photograph of ship waves at the front cover. Also, the introductory section contains a number of imperfections: it is not clearly stated that the density can be at most a function of pressure in order to apply irrotational theory, a clear interpretation of the kinematic and dynamic boundary conditions is missing and the analysis of the energy equation needs at least further explanation. Also, symbols are not always properly defined, e.g., what the difference is between the domains W and \bar{W} or what the meaning is of some of the brackets on page 22, is not clear to me.

Summarizing: the book is important for experts, but readers interested in more background information should consult other textbooks, for example, G.D. Crapper, *An introduction to water waves* (Ellis Horwood, 1984) or C.C. Mei, *The applied dynamics of ocean surface waves* (World Scientific, 1989).

H. de Swart



A.S. Matveev, A.V. Savkin
Qualitative theory of hybrid dynamical systems

(Control Engineering)
Berlin: Birkhäuser, 2000
348 p., prijs €121,98
ISBN 0-8176-4141-6

The book is a research monograph on dynamical system properties for a rather specific class of hybrid systems. Both authors are mathematicians from the Russian school of dynamic systems and optimal control. The book is addressed to graduate students and to researchers. An introductory text book on hybrid systems is A.J. van der Schaft and J.M. Schumacher, *An introduction to hybrid dynamical systems* (Springer, 1999), while recent results on the topic may be found in a workshop series on hybrid systems, see Rajeev Alur, George J. Pappas (editors), *Hybrid Systems: Computation and Control* (Springer, 2004) for the 2004 proceedings.

The topic of analysis and control of hybrid systems is investigated in the research area *control and system theory*. A hybrid system is, for example, a model for the operation of an engineering system which is controlled by a computer. A *hybrid system* is formally defined as a dynamic system with both a continuous and a discrete dynamics. The *state set* is the Cartesian product of a finite set and a family of continuous state spaces of possibly different dimensions.

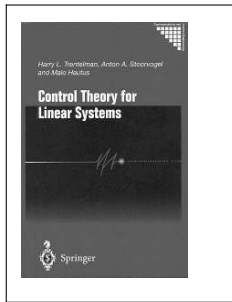
Problems considered for hybrid systems concern dynamical system properties and the synthesis of control laws. Analytic problems lead to the concept of a *Filippov solution* formulated by the Russian mathematician A.F. Filippov. The *Zeno effect* of having an infinite number of mode transitions on a finite interval may occur. Control problems require the synthesis of a control law such that the closed-loop system, consisting of the control system in a loop with a control law, achieves prespecified control objectives.

Chapter 1 introduces the two main examples of the book: the switched arrival system and the switched server system. These examples are models for communication networks where the buffers refer to routes from origins to destinations or to computer servers available for job processing. Chapter 2 establishes a sufficient condition for global periodicity for cyclic linear differential automata. Chapter 3 is devoted to a decomposition in-

to a finite set of systems with simple cyclic symbolic dynamics and limit cycles. Chapter 4 presents the theorem that a trajectory in a bounded invariant planar domain is either periodic or converges to one of a countable number of limit cycles, an extension of the classical Poincaré-Bendixson theorem. Chapters 5 and 6 present corresponding results for different classes of hybrid systems. The Chapters 7 and 8 present results for switched server systems while Chapter 9 states open problems.

The strength of the book is in the theorems for the stability theory of dynamical hybrid systems. The topic of analysis and control synthesis of hybrid systems is widely expected to remain active for the next decades in control and system theory, in engineering, and in computer science.

J.H. van Schuppen



H.L. Trentelman, A.A. Stoorvogel, M. Hautus

Control theory for linear systems

(Communications and Control Engineering)

London: Springer-Verlag, 2001

389 p., prijs €112,30

ISBN 1-85233-316-2

Vanaf 1987 heeft eerst het AIO-netwerk Systems and Control, en later de onderzoeksschool DISC landelijke cursussen voor de AIO's in Nederland op het gebied van systeem en regeltheorie georganiseerd. Vanaf het begin hebben Trentelman en Hautus een cursus verzorgd over lineaire systemen. Een van de eerste cursisten was Anton Stoorvogel, die later zelf een aantal malen de cursus mede verzorgd heeft. Zoals met veel van de cursussen is gebeurd, is ook van deze cursus na verloop van jaren het materiaal in boekvorm verschenen.

Hautus is een van de pioniers van systeemtheorie in Nederland, hij heeft vanaf het eind van de jaren zestig met name over de zogenaamde geometrische benadering gepubliceerd. Trentelman is in de geometrische theorie groot geworden en heeft vooral in de jaren tachtig en begin jaren negentig daarover gepubliceerd. Stoorvogel is een promovendus van beide andere auteurs, en heeft natuurlijk de geometrische theorie van twee experts geleerd, maar heeft zich daarna vooral in de H -oneindig theorie gespecialiseerd, een populair onderwerp in de jaren negentig waarover ook beide auteurs uitvoerig gepubliceerd hebben.

Het boek begint met een uitleg van de geometrische benadering en behandelt een aantal standaard regelproblemen als storingsontkoppeling, stabilisering en poolplaatsing vanuit dat perspectief. Vervolgens passeren het klassieke LQ probleem en het H_2 optimale regelprobleem de revue. Deze problemen worden opgelost met behulp van de in de eerste hoofdstukken ontwikkelde methoden. De laatste hoofdstukken zijn gewijd aan het modernere H oneindig regelprobleem en zijn varianten.

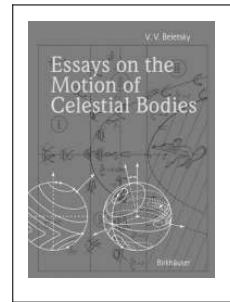
Op het eerste gezicht lijkt het boek weinig voorkennis te vereisen. De benodigde lineaire algebra wordt in een apart hoofdstuk behandeld, net als stabiliteit van oplossingen van differentiaalvergelijkingen. Enige distributietheorie is in een appendix opgenomen.

Toch is voor het doorgronden van de methoden bijvoorbeeld een goed inzicht in de eigenschappen van lineaire ruimtes ver-

eist, daarvoor is meer nodig dan een opsomming van de benodigde eigenschappen. Maar voor een lezer met enige wiskundige opleiding is dit boek een uitstekende inleiding in de regeltheorie voor eindigdimensionale lineaire systemen. Het is geschreven in een heldere en correcte stijl. Aan de wiskundige correctheid zijn nergens concessies gedaan, terwijl de leesbaarheid daaronder niet te lijden heeft.

Het boek bevat een groot aantal oefenopgaven. Gelukkig hebben de auteurs geen oplossingen opgenomen in het boek. Daardoor verliezen de opgaven hun nut niet.

K. Praagman



V.V. Beletsky

Essays on the motion of celestial bodies

Boston: Birkhäuser, 2001

372 p., prijs €167,-

ISBN 3-7643-6480-4

Mechanics has a great tradition in Russia, where the interest in celestial mechanics gets a formidable stimulus from the space flight program. This also holds for mechanics in general and for certain parts of engineering and mathematics. The book first appeared in 1973 and was reviewed enthusiastically by, among others, Arnold and Zeldovich.

The contents are formed by twelve essays about various subjects in the area. Let me describe a number of these, without attempting to be complete. The first essay is somewhat theoretical, dealing with perturbations of Keplerian motions. (Such perturbations already gave Newton headaches, cf. R.S. Westfall's biography of Newton, Cambr. Univ. Press 1980). References to some classical (Russian) textbooks on mechanics and averaging are included, among which the Russian original of V.I. Arnold, *Mathematical Methods of Classical Mechanics* (GTM 60 Springer-Verlag, 1978).

Essay number four, *Motion of the worlds*, concerns the fate (stability) of the solar system. Regarding 'stability forever' the Kolmogorov-Arnold-Moser theory is treated next, which no doubt forms the greatest contribution to classical mechanics of the 20th century. In additional comments the name of Moser is introduced and also a recent reference to Arnold diffusion. For background information compare with Arnold's book.

The sixth essay, *They are waltzing in orbits*, forms a long chapter of 60 pages. It deals with many subjects, among which the 1 : 1 resonance in the Earth-Moon motion and the 2:3 resonance in the motion of Mercury, with due reference to Schiaparelli and Cassini. Tidal effects are introduced to explain the capture of the motions in resonance.

Essay number eight, entitled *The full force of the Sun blows in the sails*, deals with the possible use of the Solar radiation pressure for manoeuvring in space. This essay is a scientific commentary on A.C. Clarke, *The Wind from the Sun; stories of the space age* (1972).

I am very enthusiastic about this book, which is written in a grand narrative (non-Bourbaki) style that reminds one of Minnaert's *De Natuurkunde van 't Vrije Veld*. With a minimum of mathematical background, a great number of interesting phenomena

are explained. This background involves series, asymptotics and (numerical) computations. (Some familiarity with classical mechanics is also recommended.)

The text is somewhat outdated, since it was not essentially revised since the first edition of 1973, which solely aimed at a Russian readership. Given the circumstances, this also accounts for the merely Russian bibliography. On the one hand this is not too bad, since the subject matter itself is almost timeless. On the other hand, however, the present excellent English translation (by Andrei Iacob) aims at a wider readership. It would have been wise to thoroughly revise the bibliography, including the great many western contributions to this area. Nevertheless, I think that many master and graduate students should be able to find their way in the book and the surrounding literature. Recommended!

H. Broer

implementation, and the typical optimality-robustness trade-off is again demonstrated by various examples. Proofs and mathematical background subjects are collected in appendices.

With this book the authors succeed in covering the rather wide range from abstract functional analytic optimization theory to a practical analysis of the example results, providing the reader with important insights and tools to develop tailored filtering algorithms. From a mathematician's point-of-view, the text compromises on refraining from a succinct rigorous integration of continuous and discrete time which creates some redundancy, whereas mathematically not well-trained engineers might easily get lost in the somewhat uninspiring collection of theoretical background material. Still, the authors nicely live up to their intention to inform mathematicians about a modern field of advanced applications and to equip engineers with the necessary mathematical techniques to master optimization based filter synthesis.

C. Scherer



Ba-Ngu Vo, A. Cantoni, K. Lay Teo
Filter design with time-domain mask constraints: theory and applications

(Applied optimization 56)

Boston: Kluwer Academic Publishers, 2001

329 p., prijs €163,-

ISBN 0-7923-7138-0

In classical filter design the desired characteristics are usually formulated in the frequency domain by imposing magnitude and phase behavior over various frequency bands that should be matched as closely as possible by the transfer function of the to-be-constructed filter. However, in various modern applications such as communication systems, in addition to maximal noise suppression the filter response to some input signal has to obey rather stringent constraints in the time-domain, often expressed through upper and lower envelope signals.

In Chapter 1 of the book under review the authors describe in quite some detail various concrete problems (pulse compression, waveform or channel equalization and deconvolution) in which the relevance of such time-domain mask constraints come forward, and they argue why standard least-squares techniques to match a prescribed output signal in the energy norm might fail to achieve hard time-domain specifications. In Chapter 2, the diversity of concrete optimal filter design problems with envelope constraints for continuous-time, discrete-time and hybrid filters are beneficially embedded into suitable infinite-dimensional convex optimization problems. Chapter 3 serves to highlight the advantage of dualization for removing constraints, to point out the benefit of reduction to finite-dimensional subspaces, and to analyze the particularities of the involved semi-infinite constraints. Active-set or descent-type algorithms for discrete-time filter synthesis are devised in Chapter 4, with a particular emphasis on the role of penalty functions and their performance on illustrative examples. In Chapter 5, these are extended to continuous-time and hybrid filter design algorithms by suitable discretization techniques with a priori estimation of the required coarseness to achieve a desired approximation accuracy. In Chapter 6 it is investigated how to employ these techniques to determine filters that need to be robust against variations in the input signal or in their

Han-Lin Chen

Complex harmonic splines, periodic quasi-wavelets Theory and applications

Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000

240 p., prijs €99,51

ISBN 0-7923-6137-7

Een eerste kennismaking met splines zal zich bij menigeen hebben voorgedaan in een context van numerieke interpolatie en approximatie of computer graphics. De splines bestonden dan uit aan elkaar geknoopte derdegraads polynomen of rationale functies. Bij splines denken we al lang niet meer uitsluitend aan algebraïsche polynomen of breuken daarvan. Er kunnen verschillende functies aan elkaar geknoopt worden. Zo hebben de periodieke splines met stuksgewijs trigonometrische polynomen nagenoeg dezelfde eigenschappen als de klassieke polynomiale splines. Wanneer deze trigonometrische splines worden gezien als polynomiale splines op de eenheidsirkel in het complexe vlak dan gaat er weer een wereld open met nieuwe complexe B-splines, complexe wavelets en vooral nieuwe toepassingen. Dit boek gaat hierover.

De auteur van dit boek, Han-lin Chen, heeft een leidende rol in de ontwikkeling van splines en wavelets in China gespeeld. Het voorwoord, geschreven door twee experts van wereldfaam, Charles Michelli en Yuesheng Xu, maakt dit onomstotelijk duidelijk en ook bij het lezen van dit boek geeft Han-lin Chen mij blijk van zijn gedegen ervaring in het veld. Wel zijn de formuleringen soms te bondig en enigszins cryptisch en missen de wiskundige begrippen een zorgvuldige introductie. Voor een goede verstaan-der is het geen probleem, echter als studiemateriaal voor studenten die het zelfstandig willen bestuderen, is het daardoor minder geschikt.

Het boek kent vier hoofdstukken. Het eerste hoofdstuk introduceert de complexe polynomiale splines (CSF) gedefinieerd op de eenheidsirkel. Net als bij de reële polynomiale splines worden de bijbehorende complexe B-splines ingevoerd en allerlei interpolatie-eigenschappen afgeleid met schattingen voor de approximatiefout. Ook de methode van quasi interpolatie op equidistante knooppunten (nu de complexe eenheidswortels) kent een volledig complex analogon. De complexe harmonic spline (CHSF)

wordt vervolgens ingevoerd als een complexe harmonische functie, waarvan de restrictie op de eenheidscirkel overeenkomt met een CSF. De CHSF wordt gedefinieerd door middel van een integraal over de eenheidscirkel zoals we die tegenkomen bij het oplossen van een Dirichlet probleem op de eenheidsschijf. Het eerste hoofdstuk behandelt verder, naast een imposant aantal analytische en geometrische eigenschappen van een CHFS, een interessante toepassing van CHFS bij het approximeren van conforme afbeeldingen.

Hoofdstuk 2 is het startpunt voor de behandeling van verschillende typen orthogonale periodieke quasi wavelets op de eenheidscirkel. De theorie volgt de lijnen van het construeren van wavelets uit B-splines, zoals we die kennen uit de boeken van Charles Chui. Zoals gebruikelijk is de multiresolutie analyse het bepalend kader bij het maken van wavelets. Decompositieformules en reconstructieformules met, wat voor de praktijk belangrijk is, een gering aantal filtercoëfficiënten worden gepresenteerd.

De periodieke quasi wavelets worden in hoofdstuk 3 gebruikt om randwaardenproblemen voor de twee dimensionale Helmholtz vergelijking op te lossen. Op de gebruikelijke wijze zet Hanlin Chen de vergelijking eerst om naar een Fredholm integraalvergelijking met een zwak singuliere kern. Door projectie op eindigdimensionale waveletruimten ontstaat er dan een lineair stelsel van zeg $n \times n$ vergelijkingen. Voor het numeriek oplossen hiervan wordt, onder bepaalde voorwaarden, een efficiënt algoritme ontworpen met complexiteit $O(n)$ in plaats van $O(n^2)$.

Het laatste hoofdstuk, hoofdstuk 4, geeft een uitgebreide behandeling van de theorie van de periodieke cardinale wavelets. Deze wavelets, die met analytische formules expliciet kunnen worden weergegeven, bezitten een groot aantal fraaie eigenschappen met betrekking tot interpolatie, symmetrie, regulariteit enzovoort. Dit zie je ook aan de hoge 'formuledichtheid' van dit hoofdstuk. Alleen motiverende opmerkingen en interessante toepassingen ontbreken nog in dit hoofdstuk.

Door de keuze van het onderwerp en een samenhangende behandeling van theorie en praktijk, neemt dit boek in de uitgebreide serie van boeken over splines en wavelets een aparte plaats in. Ik kan het dan ook iedere spline- en/of waveletexpert van harte aanbevelen.

H. ter Morsche

V.P. Tuzlukov

Signal detection theory

Basel: Birkhäuser, 2001

725 p., prijs €136,96

ISBN 0-8176-4152-1

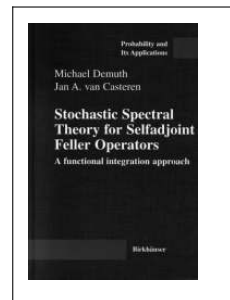
In de introductie weet de auteur zijn boek op een uitstekende wijze te karakteriseren: "This book is devoted to a new approach to signal detection theory that allows us to establish an absolutely new viewpoint on signal detection and noise immunity. This work summarizes the investigations carried out by the author over the last 20 years". Ik wist in eerste instantie niet dat ik de tweede zin letterlijk moest nemen.

Als doelgroep is gekozen voor onderzoekers met ervaring op het vakgebied. Als eerste leerboek is dit boek ongeschikt. Een introductie van basale concepten zoals het sampling theorema, thresholding, cost-functions, false alarm probability en signal-to-noise ratio zoekt men hier tevergeefs.

Het boek geeft een overzicht over methoden in de signaaldetectietheorie. De voortschrijdende digitalisering van het vakgebied komt onvoldoende aan bod. De auteur beperkt zich hoofdzakelijk tot tijdcontinue signalen; hierdoor mist het boek de aansluiting met de digitale signaalbewerking. Er worden nauwelijks concrete toepassingen in het boek uitgewerkt, terwijl militaire toepassingen en toepassingen uit de wereld van de communicatie ruimschoots beschikbaar zijn. Een prominente plaats is ingeruimd voor de door de auteur gepropageerde 'generalized approach to signal detection'. De auteur maakt de noodzaak van deze benadering onvoldoende duidelijk.

In vrijwel ieder hoofdstuk valt de auteur met de deur in huis. De eerste stukken theorie komen als het ware uit de lucht vallen. Vaak wordt dit ondersteund met een 'zoek maar uit' literatuurverwijzing zoals bijvoorbeeld [6-37,39-54]. Door de magere index, vijf pagina's, in relatie tot de omvang van het boek is het vrijwel onmogelijk iets in het boek terug te vinden. Zonder voldoende achtergrondkennis zijn de redeneringen en afleidingen nauwelijks te volgen. Zeker voor lezers met een niet-wiskundige achtergrond is het werk moeilijk toegankelijk. Tot mijn genoegen is aan ieder hoofdstuk een uitgebreide literatuurverwijzing toegevoegd, echter de auteur had het aantal referenties naar zichzelf mogen beperken. Buiten deze referenties wordt hoofdzakelijk naar oudere literatuur verwezen.

R. Moddemeijer



M. Demuth, J.A. van Casteren

Stochastic spectral theory for selfadjoint Feller operators

A functional integration approach

(Probability and its Applications)

Basel: Birkhäuser, 2000

463 p., prijs €128,00

ISBN 3-7643-5887-4

The monograph under review is concerned with the spectral theory of selfadjoint Feller operators. The main theme is an interplay between probability theory and stochastic processes on the one hand and operator and spectral theory on the other. The main objective is to investigate spectral properties of Feller generators by means of tools from stochastic analysis. In particular, one of the aims is to compare the spectral properties of two Feller operators based on properties of the differences of the corresponding resolvents or semigroups.

The theory starts with the basic assumptions for the unperturbed Feller operator as the generator of the Feller semigroup $\{\exp(-tK_0) : t \geq 0\}$ of integral operators acting on the space of continuous complex functions $C_\infty(E)$ on E vanishing at infinity, where E is a second countable locally compact Hausdorff space equipped with a non-negative Radon measure. The assumptions on the integral kernels $p_0(t, x, y)$ are rather weak, so a wide class of unperturbed Feller operators lies within the scope of the theory.

As the main tool for studying perturbations of Feller operators the authors use the Feynman-Kac formula which serves as an interface between operator theory and stochastic analysis. The book contains a careful justification of the Feynman-Kac formula for the so-called Kato-Feller potentials. By means of the Feynman-Kac formula the authors compare the spectral properties of two Feller

operators via the difference of the generated semigroups and the difference of the corresponding resolvents. The book consists of eight chapters, five appendices and the list of references. For the convenience of the reader it is supplied with an index of symbols and a subject index. Below we summarize the contents of the book.

In Chapter 1 the authors formulate the assumptions on the free Feller operator, the so-called Basic Assumptions of Stochastic Spectral Analysis (BASSA). The authors give a substantial number of examples of operators satisfying (BASSA). Next, the authors provide heat kernel upper bounds in the setting of Feller semigroups.

In Chapter 2 the authors introduce the main classes of perturbations: regular perturbations as potentials and singular perturbations corresponding to infinitely high potential barriers. The Kato-Feller class of regular perturbation is introduced as a straightforward generalization of the Kato class corresponding to the free Laplacian. The chapter contains a justification of the Feynman-Kac formula for the Kato-Feller potentials. The last section of the chapter is devoted to the extension of the Feynman-Kac formula to singular perturbations, with a careful treatment of the Dirichlet decoupling process.

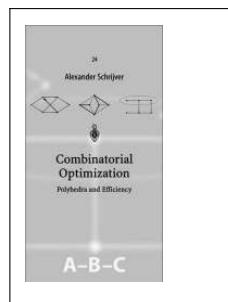
Chapter 3 contains the proof of the main properties of the Feynman-Kac semigroups and their kernels, i.e., semigroups obtained via the Feynman-Kac formula. Chapters 4–6 deal with semigroup and resolvent differences for Feller operators which lead to the corresponding comparison properties. In Chapter 4 the authors establish some technical identities and weighted estimates.

Chapter 5 gives sufficient conditions on the perturbations guaranteeing that the difference of the Feller operators is a Hilbert-Schmidt operator, with well-known consequences for the comparison of spectra. Chapter 6 deals with the problem of semigroup differences being trace class operators. The connection between regular and singular perturbations is given in terms of large coupling limits. In Chapter 7 the authors investigate the resolvent convergence of Feller operators additively perturbed by potentials on certain subsets of the state space.

Finally, Chapter 8 contains an overview of qualitative and quantitative spectral results available as a consequence of the general theory and the estimates obtained in previous chapters, demonstrating the power of the methods described in the book. The results of this chapter also indicate directions for further research. The qualitative spectral results of Chapter 8 provide sufficient conditions for the existence of bound states, stability of the essential and absolutely continuous spectra, existence and completeness of the wave operators and scattering systems. Quantitative results are given in terms of the Kato-Feller norms and weighted Laplace transform of the occupation time.

The appendices aim to make the book relatively self-contained. They contain elements of spectral theory, an account of semigroup theory, Markov processes and martingales, Dirichlet kernels and probabilistic potential theory. The reader will find in the appendices the main definitions, theorems, and hints to the literature.

The reader is required to have a profound background in functional analysis and probability theory. The book will undoubtedly be interesting for graduate students and researchers with interests in mathematical physics, spectral theory, stochastic processes, partial differential equations and quantum physics. *V. Liskevich*



A. Schrijver
**Combinatorial optimization
Polyhedra and efficiency**

Algorithmics and Combinatorics, 24 (3 volumes)

Berlijn: Springer-Verlag, 2003

1881 p., prijs €89,95

ISBN 3-540-44389-4

During the more than one year of its existence the book under consideration has already been reviewed by some leading experts in the field of Combinatorial Optimization. It has become clear from their reviews that the author has enriched the community with an encyclopedical work that will be one of the main sources for researchers in mathematics, computer science and operational research, especially with a mathematical interest in discrete mathematics, in particular polyhedral combinatorics and algorithmic problems on graphs and networks. Only superlatives suffice to describe its size, its clarity, its depth, its completeness, coherence and conciseness, its preciseness, its numbers of pages (1881), chapters (83), references (about 5000 on more than 300 pages), etc.

The author has already (co-)authored some classical books in the field. The importance of his work has been recognized and has been rewarded at several occasions. After prestigious prizes such as the Fulkerson Prize of the American Mathematical Society and the Mathematical Programming Society (MPS) in 1982 and 2003, and the Lanchester Prize of INFORMS in 1986, the current book was the basis for the Dantzig prize of the MPS and the Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), in 2003. The citation of the Dantzig prize ends with the sentence 'Characterized by insights that are both broad and deep, and by a continual pursuit of simplification and unity, Schrijver's work is scholarship at its best.'

The 83 chapters in the book are divided into parts. The main parts are Paths and Flows (Chapters 6–15), Bipartite Matching and Covering (Chapters 16–23), Nonbipartite Matching and Covering (Chapters 24–38), Matroids and Submodular Functions (Chapters 39–49), Trees, Branchings and Connectors (Chapters 50–63), Cliques, Stable Sets and Colouring (Chapters 64–69), Multiflows and Disjoint Paths (Chapters 70–76), and Hypergraphs (Chapters 77–83).

The book concludes with a Survey of Problems, Questions, and Conjectures (p. 1453–1462), References (p. 1463–1767), Name Index (p. 1767–1806), Subject Index (p. 1807–1879), and a list of Greek graph and hypergraph functions (p. 1880–1881). Volume A contains Parts I–III, Volume B Parts IV–VI, and Volume C the rest.

Each part starts with an elementary exposition of the basic results in the area, and gradually evolves to the more elevated regions. A basic knowledge of graph theory, polyhedra, linear and integer programming, algorithms and complexity, is required. The author writes that he considers his former book (Alexander Schrijver. *Theory of linear and integer programming*, Wiley, 1986) to be a good introduction to some of these topics, since it was partly written as a preliminary to the current book. Algorithms are described in full detail. All main results come with short and elegant proofs, in many cases these proofs are original. The preface states: 'Some mathematical maturity is required, and the general level is that of graduate students and researchers. Yet, parts

of the book may serve for undergraduate teaching.' There are no exercises, but in the course of the book a lot of open problems, questions and conjectures are mentioned, and these are listed at the end of the book. A list of typos is maintained at <http://homepages.cwi.nl/~lex/co/>.

The emphasis is on 'deterministic sequential polynomial-time' algorithms, as the author writes (page V). To keep the size of the book under control, the author did not attempt to cover recent important work on approximate, randomized, and parallel algorithms and complexity, and other 'areas that are recently in exciting motion', like semidefinite programming and graph decomposition.

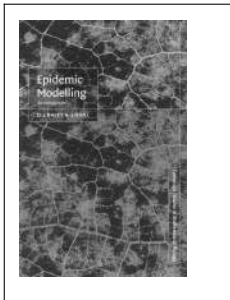
In general, the book offers an extremely rich and well-written source for mathematicians and computer scientists interested in combinatorial optimization. A nice feature of the book is provided by the many historical notes.

The publisher gave the book a beautiful and handy form, and kept the price very reasonable. The book is also available on cdrom (ISBN: 3-540-20456-3) for €69,69.

C. Roos

authors do not pay enough attention to constructing and motivating models; this even gives rise to conceptual mistakes. For example, discrete-time deterministic models are explained based on the Mass Action Law while it is hardly applicable in a general discrete-time setting; those models can be considered rather as nonlinear predictors than as models based on underlying mechanisms of epidemics. Actually, only one (though powerful) modelling tool is used, it is the Mass Action Law. But, for example, averaging techniques, which give constraints on the applicability of this law, are not mentioned. So, for those who are interested in the basic principles of modelling and in the underlying mechanisms and reasons behind the spread of diseases, the book is less recommended. However, students should find the book very readable and useful, all the more so because many of examples and exercises, which help in training calculating skills, are provided.

N. Davydova



D.J. Daley, J. Gani
Epidemic Modelling
An introduction

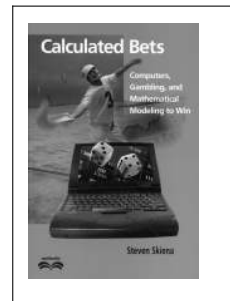
(Studies in mathematical biology 15)
Cambridge: Cambridge University Press, 2001
226 p., prijs £21,99
ISBN 0-521-01467-0

This book is an introduction to simple epidemic models. Both stochastic and deterministic approaches are considered but the accent lies on stochastic models. The book is provided with a lot of epidemic data starting from those of the 17th century. In the introduction the reader finds a historical outline of epidemic modelling. And also current problems, such as AIDS, are not forgotten and discussed throughout the book.

The nicest feature of the book is that many details of the mathematical analysis of models are given, so almost no special knowledge is needed. Therefore the book is accessible to (even) undergraduate students and also to those biologists who are interested in mathematical details of research done by their mathematical colleagues.

The authors do not forget about the real world and there is a whole chapter in the book and a few sections throughout the book in which the fitting of models to epidemic data is considered. There is also a chapter devoted to controls of epidemics and to optimization of control strategy. It is based on simple models and does not require special tools of control and optimization theory. Another chapter of the book deals with such a funny subject as spreading rumours.

Unfortunately, some interesting recent models (with, say, spatial or age or sex structure) are left out completely. They are neither mentioned nor references are provided, so this can give the wrong impression to an inexperienced reader that more complicated models do not exist. Also, slightly more advanced and extremely useful tools for deterministic systems are not presented (e.g., finding equilibria and stability analysis of equilibria). The



S. Skiena
Calculated bets
Computers, gambling, and mathematical modeling to win

Cambridge: Cambridge University Press, 2001
232 p., prijs £14,-
ISBN 0-521-00962-6

Dit boek is gepubliceerd in de *Outlooks*-reeks, die ten doel heeft de wisselwerking tussen wiskunde en andere disciplines te verkennen. De auteur introduceert zijn boek als het 'Verhaal van mijn 25-jarige obsessie de uitslagen van jai-alai-wedstrijden te voorspellen om er met succes op te kunnen bieden'.

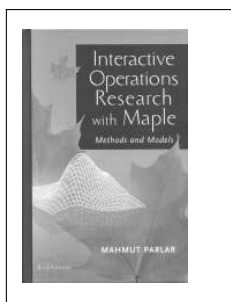
Jai-alai is een sport van Baskische oorsprong waarbij twee spelers om beurten een bal tegen een muur gooien en opvangen totdat een van beiden een fout maakt (zoals bij squash maar dan toch weer heel anders). In de Verenigde Staten wordt het op professioneel niveau gespeeld. Acht spelers spelen volgens een bepaald plaatsingsschema tegen elkaar waarbij het om de eerste drie plaatsen gaat. Op de volgorde van deze drie plaatsen kan door de toeschouwers op allerlei manieren gewed worden.

Door het speciale plaatsingsschema hebben bij spelers van gelijke sterkte niet alle mogelijke volgorden dezelfde kans. Daarom spelen bij het wedden kansrekening en computersimulatie een belangrijke rol. Uitslagen van eerdere wedstrijden geven verdere informatie en op die manier wordt de statistiek erbij gehaald. Deze statistische informatie is op internet beschikbaar en daarom wordt in het boek ook hierop ingegaan. Het benodigde statistische rekenwerk is omvangrijk en daarom is er ook aandacht voor de speciale hiervoor ontwikkelde computerprogrammatuur. Al deze onderwerpen worden in dit boek behandeld. Ze worden niet alleen besproken in relatie tot jai-alai maar ook meer algemeen. De auteur hanteert hierbij een lichte en ludieke verteltrant en dat maakt het boek bijzonder leesbaar, zelfs als vakantielectuur.

De lezer die altijd al precies heeft willen weten hoe hij bij jai-alai moet wedden, komt in dit boek dus volledig aan zijn trekken. Mijn inschatting is dat dit een zeer beperkte groep is. Aangezien jai-alai weinig gelijkenis met meer bekende spelen vertoont, is de lering die uit de gedetailleerde analyses getrokken kan wor-

den voor andere wedsituaties beperkt. Dit in tegenstelling tot wat de tekst op de achterflap van het boek suggereert. De overgrote groep van lezers die het spel niet kennen, zal het met de meer algemene uiteenzettingen moeten doen. Deze zijn nogal oppervlakkig.

Blijft voor de algemene lezer die geïnteresseerd is in gokken en wars is van formules, de plezierige en ludieke stijl waarmee de auteur verhaalt van zijn obsessie en dat alleen al maakt het de moeite waard dit boek aan te schaffen. *B. van der Genugten*



M. Parlar
**Interactive operations research with Maple
methods and models**

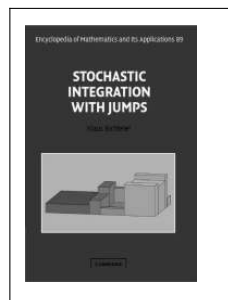
Boston: Birkhäuser, 2000
468 p., prijs €89,88
ISBN 0-8176-4165-3

Het boek *Interactive operations research with Maple* illustreert hoe het computeralgebra systeem Maple (versies 5.1 en 6) gebruikt kan worden bij het oplossen van vraagstukken uit de operations research (OR). De voornaamste onderwerpen, die besproken worden, zijn lineair en niet-lineair programmeren, dynamische programmering, voorraadmodellen, wachtrijen en simulatie. De Maple worksheets die bij de voorbeelden in het boek horen, kunnen gratis worden gedownload van de website van de auteur op de URL www.business.mcmaster.ca/msis/profs/parlar/. Volgens de auteur kan het boek in een semester behandeld worden. Dit lijkt me wat al te optimistisch, aangezien het voornamelijk studenten zal betreffen die nog onbekend zijn met de stof en met Maple.

Voor degenen die nog onbekend zijn met Maple vermeld ik even dat Maple zich onderscheidt van andere computerpakketten zoals Gauss en Matlab, omdat het niet alleen numerieke maar ook algebraïsche oplossingen kan genereren. Het boek gebruikt Maple om zowel numerieke (bijvoorbeeld lineair programmeren met de Simplexmethode) als algebraïsche oplossingen (bijvoorbeeld voor een continuous-review voorraadmodel) te genereren. Algebraïsche oplossingen zijn natuurlijk soms gewenst, maar als je geïnteresseerd bent in een numerieke oplossing is Maple minder handig. Het programma werkt dan vaak aanmerkelijk minder snel in vergelijking met zuiver numeriek georiënteerde programma's. Dit is ook de reden dat ik hoofdstuk 10 van het boek, over simulatie, vrij overbodig vind. Simulatie kan veel beter en vooral veel sneller met behulp van bijvoorbeeld Matlab gedaan worden. Langere rekentijd is natuurlijk alleen een probleem voor complexe, rekenintensieve problemen waar studenten wellicht niet mee geconfronteerd zullen worden. Daar staat bovendien nog eens tegenover dat Maple veel ingebouwde modellen en bibliotheken bevat, waardoor er weinig zelf geprogrammeerd hoeft te worden. Daarnaast kun je met behulp van Maple mooie plaatjes genereren. Voor onderzoekers bieden het boek en Maple naar mijn idee weinig toegevoegde waarde (het boek is ook niet voor hen bedoeld). Onderzoekers willen vaak toch zelf programmeren, omdat dit de ultieme flexibiliteit geeft en qua rekentijd optimaal is.

Een belangrijke vraag is natuurlijk of het gebruik van het boek in combinatie met Maple tot beter begrip bij OR-studenten leidt. Mijn eigen ervaring is dat het vaak erg nuttig is om de theorie te illustreren met voorbeelden waarmee je zelf aan de slag kan. Maple werkt in zulke gevallen aanmerkelijk gemakkelijker en inzichtelijker dan bekende programma's zoals bijvoorbeeld GAMS. Dynamische programmering (DP) is typisch iets wat prima met Maple kan: in plaats van jezelf te verrekenen in de recursie, laat je Maple het rekenwerk doen terwijl je tegelijkertijd wel voldoende inzicht in de werking van DP moet hebben om Maple te kunnen aansturen. Daarnaast is het niveau van de problemen die Maple aankan vrij hoog: zelfs voor continue Markov-ketens deinst dit programma niet terug (zo kun je de transient probabilities bijvoorbeeld algebraïsch met Maple uitrekenen). Wel denk ik dat dit boek niet op zichzelf als cursusmateriaal moet worden gebruikt, omdat de uitleg van de onderliggende theorie vrij beknopt is. Het moet dus in combinatie met een ander OR-boek gebruikt worden. De beknoptheid komt overigens ook tot uiting in de uitleg bij de worksheets die in het boek staan. Het boek geeft slechts wat voorbeelden met wat korte uitleg. Hierdoor zal het voor studenten niet altijd makkelijk zijn om gelijksoortige (maar net even iets andere) problemen zelfstandig aan te pakken.

Al met al ben ik van mening dat dit boek zeer geschikt is om studenten de mogelijkheid te geven praktische OR-problemen met behulp van Maple op te lossen. *L. Spierdijk*



K. Bichteler
Stochastic integration with jumps

(Encyclopedia of mathematics and its applications 8)
Cambridge: Cambridge University Press, 2002
516 p., prijs £75,-
ISBN 0-521-81129-5

In many branches of applied mathematics, stochastic differential equations (SDE's) are used to model systems in which a stochastic 'noise' contributes to the evolution of the system. To make the notion of an SDE mathematically precise and to study its solutions, a theory of stochastic integration is required. An important obstacle is that, typically, we want to be able to integrate with respect to stochastic processes which are not necessarily of bounded variation, hence the usual Lebesgue-Stieltjes approach can not be followed. The main task is to overcome this difficulty and to develop an alternative, 'stochastic' calculus. This program is carried out in the present book.

What makes this book interesting is that it takes a nonstandard approach. Usually, stochastic integration is developed with respect to so-called semimartingales. These can be decomposed into a bounded variation part and a part which is of bounded quadratic variation, and this structure allows for the construction of a stochastic integral and the development of the associated calculus. In this book the fundamental notion is that of an 'integrator'. An L^p -integrator is a process Z which is right-continuous in mean, and which has the property that for every uniformly bounded collection of elementary integrands X , the corresponding collection of integrals $\int_0^t X_s dZ_s$ (which, for the elementary in-

tegrands X , are defined in the obvious way) are bounded in L^p . Thus, in some sense integrators are the natural stochastic analogues of right-continuous functions of bounded variation. Semimartingales turn out to be examples of integrators.

To extend the definition of the integral to integrands that are not necessarily elementary, a clever norm is constructed on the space of potential integrands: the Daniell mean. This norm has the property that the elementary integral $X \mapsto \int_0^t X_s dZ_s$ becomes a contraction on the space of elementary integrands. The integral can then be extended by continuity to the closure of the space of elementary integrands under this norm. The resulting integral has the usual nice properties and we have convergence theorems, an Itôformula, the Doléans formula, the Girsanov theorem, etc.

The obvious question is: 'What is the relation between this theory and the semimartingale approach?'. This question is answered by a Doob-Méyer-type result for integrators, which implies that every integrator is in fact a semimartingale. So in the end, the whole stochastic calculus with respect to integrators turns out to coincide with the usual calculus relative to semimartingales.

Its nonstandard approach makes this book an interesting addition to the literature on stochastic calculus. Technically however, the route via the Daniell mean seems to be a little more demanding than the classical construction. This makes the book less useful as a textbook for students. It is probably most interesting for those who are already familiar with the usual theory, and who would appreciate an alternative view on the subject. *H. van Zanten*

nen we de werking van een willekeurig programma simuleren, en in de LISP-versie kunnen we dan onderzoeken of het binnen zekere grenzen termineert. Hiermee kan het getal Ω dan 'benaderd' worden.

Tevens is het zo mogelijk om de algoritmische informatie van een programma concreet te berekenen. Dit deel van het boek bevat veel programmeeropdrachten in LISP. Hierna volgen nog enige hoofdstukken waarin andere definities van 'random' naast de eerder genoemde worden gezet, in het bijzonder die van Solovay en van Martin-Löf, en zowel voor eindige als voor oneindige rijtjes. Ook dit deel bevat LISP-programmeeropdrachten, maar hier ligt nu minder nadruk op. Het boek besluit met enige nog ambitieuzer generalisaties.

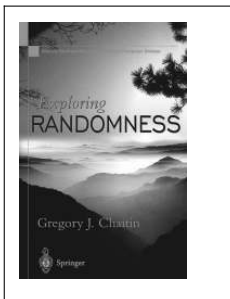
Ik was enigszins argeloos in deze materie gedoken: vaag bekend met informatietheorie, redelijk op de hoogte van maar geen ervaren programmeur in LISP, en, moet ik helaas inmiddels beschaamd bekennen: niet bekend met Chaitin. Hoewel ik deze achtergrond voldoende acht om een boek over zo'n nieuw onderwerp te doorgronden, was dat in dit geval niet genoeg. Ik werd gehinderd door onverklaarde afkortingen, zoals AIT, en strandde halverwege, in het technische deel waarin algoritmische informatietheorie (AIT dus) in LISP werd geïmplementeerd. Inmiddels was ik, geërgerd, voldoende gemotiveerd voor een kort literatuuronderzoek.

En wat blijkt: in verschillende publicaties uit voornamelijk de jaren zeventig (onder andere IBM Journal of Research and Development, Scientific American) weet Chaitin op zeer heldere en uitmuntend aansprekende wijze zijn ideeën te verkopen. De details van de nogal onaangenaam polemische discussie over de verschillen tussen zijn en Kolmogorov's benadering van 'random' heb ik niet uitgeplozen. Referenties hoeft ik niet te geven: de auteur is maximaal online en vrijwel al zijn publicaties zijn te vinden op zijn homepage www.umcs.maine.edu/~chaitin/, inclusief hele Springer-boeken. (Niet het hier besproken boek, vooralsnog.) Het trof mij dat de helderheid en zorgvuldigheid van die eerdere publicaties wel erg gunstig afsteekt bij dit boek.

Op deze manier geïnformeerd bracht een herlezing me nu verder in het boek. Het blijft echter onaangenaam, dat bijvoorbeeld in het eerste hoofdstuk één op de drie zinnen van een uitroepeteken wordt voorzien, dat op zoveel plaatsen de 'ik'-dichtheid in de tekst hinderlijk hoog is, en dat de meeste referenties naar eigen werk zijn. Los van de pagina-layout, die bedroevend is (hoofdstuktitels van tot zes vetgedrukte regels), is de tekst verder juist erg zorgvuldig en lijkt vrij van type- en (in de delen die ik in detail bekeken heb) formulefouten.

Ik heb niet de moeite opgebracht om de LISP-opdrachten uit te voeren, maar ik stel me voor dat de mogelijkheid om theoretisch wiskundige resultaten zo concreet en zichtbaar te maken zeker zal aanspreken. Als dat echter als thema het boek inhoud had moeten geven, zou de structuur er heel anders uit hebben moeten zien. Nu hebben de verschillende delen weinig onderlinge samenhang. Tot slot, waar wordt nu AIT als afkorting geïntroduceerd? In het voorwoord! Ik lees die nooit, maar begin altijd op pagina 1 van hoofdstuk 1.

H. van Ditmarsch



G.J. Chaitin

Exploring Randomness

(Discrete mathematics and theoretical computer science)

164 p., prijs €29,95

London: Springer-Verlag, 2001

ISBN 1-85233-417-7

Eerst een kort overzicht van de inhoud van het boek. Het boek begint met een historisch overzicht van de grondslagen van de wiskunde en de logica.

Zowel onvolledigheidsresultaten als het 'halting'-probleem krijgen een nieuwe interpretatie in het licht van de algoritmische informatietheorie. In het bijzonder wordt het 'maximaal onkenbare' getal Ω ten tonele gevoerd. Dit is de waarschijnlijkheid dat een willekeurig programma termineert. 'Willekeurig' betekent dat het programma in binaire representatie is gegenereerd door toeval (0 of 1 in die representatie wordt bepaald door 'kruis' of 'munt'). Een ander relevant concept is de 'algoritmische informatie' van een rijtje ('string'). Dit is het kortste programma dat het rijtje kan reproduceren. Als deze van de orde van de lengte van het rijtje is, wordt het rijtje 'random' genoemd.

Na dit hoofdstuk komt een korte inleiding in de programmeertaal LISP. Enige speciale functies worden aan LISP toegevoegd om het mogelijk te maken een Turing-machine in LISP te programmeren. LISP is uiteraard een geschikte programmeeromgeving voor zo'n project, omdat het niet getypeerd is en, kort door de bocht: 'zichzelf kan interpreteren'. Met de Turing-machine kun-