

Jan van de Craats

Koninklijke Militaire Academie

Postbus 90002

4800 PA Breda

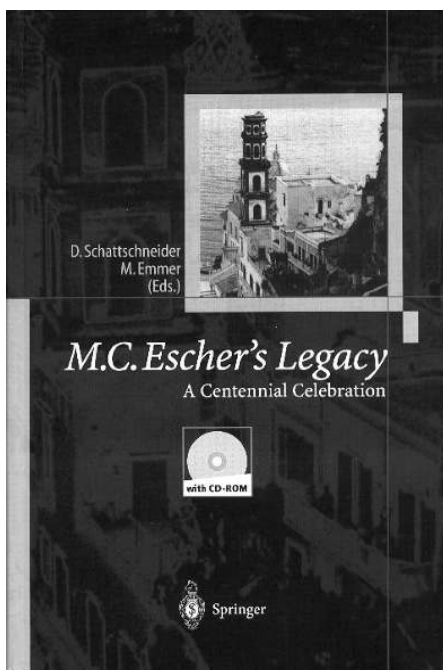
J.vd.Craats@mindef.nl

Boekbespreking Het erfgoed van M.C. Escher

Tovenaarsleerlingen

Ter ere van de honderdste geboortedag van de Nederlandse graficus M.C. Escher vond in Rome en Ravello een grote conferentie plaats. Nog steeds wordt Escher door de kunstwereld als vreemde eend in de bijt beschouwd ("Just a nonartist in the art world", *New York Times*), terwijl tentoonstellingen van zijn werk honderdduizenden bezoekers trekken, meer dan voor enige andere kunst-expositie. De invloed van Escher op andere kunstenaars is inmiddels gegroeid. Een aantal van hen komt aan het woord in de *Proceedings* bij de conferentie.

Het werk van de graficus M.C. Escher (1898–1972) blijft wiskundigen inspireren. Vorig jaar kreeg een groep Leidse wiskundigen onder leiding van Hendrik Lenstra veel aandacht in de media toen zij de structuur van Eschers *Prentententoonstelling* ontrafelden en daarmee het gat dat Escher in het midden van de prent had opengelaten, opvulden. In feite reduceerden zij het gat tot een singulier punt. Die ontdekking kwam te laat voor de *M.C. Escher Centennial Conference* die in 1998 in Rome en Ravello plaatsvond ter gelegenheid van Eschers honderdste geboortedag. De *Proceedings* daarvan zijn nu bij Springer Verlag verschenen als een fraai uitgegeven bundel van ruim veertig artikelen met een begeleidende cd-rom.

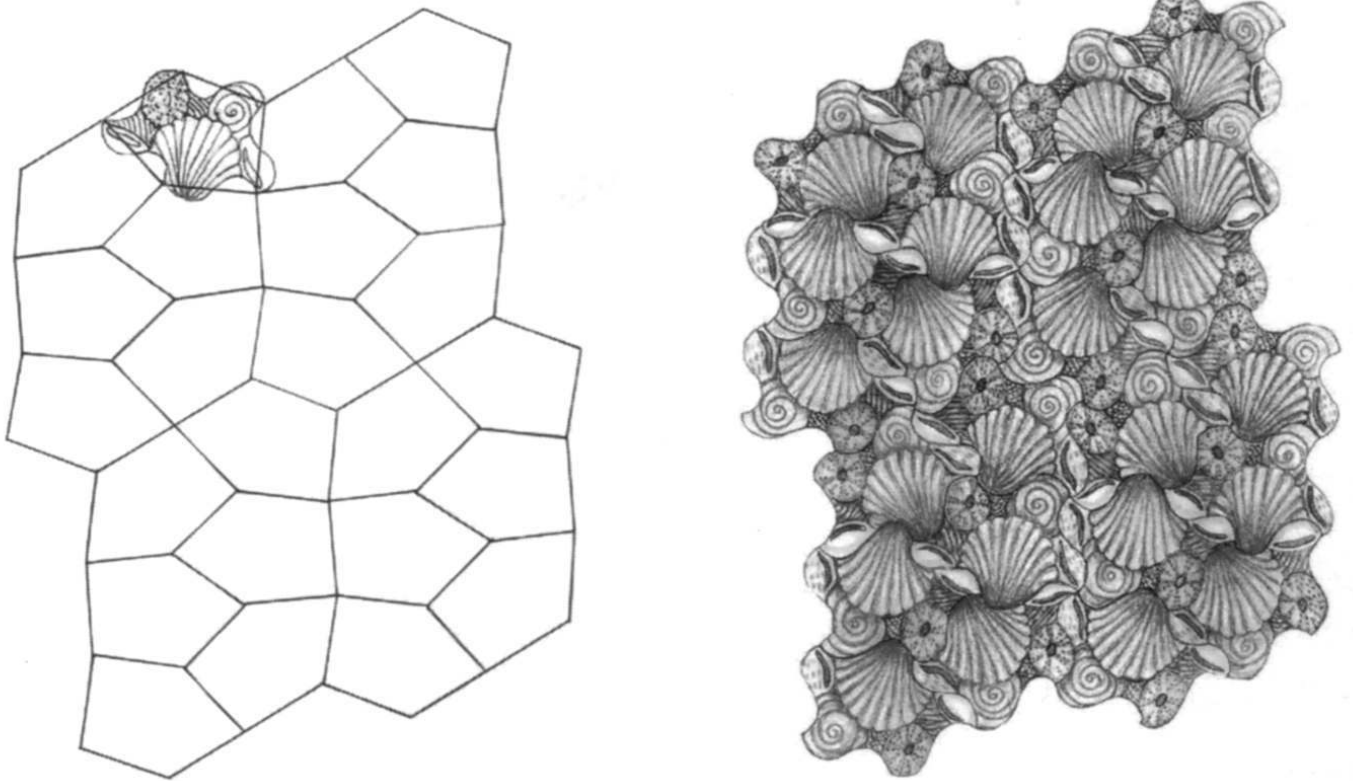


Eschers invloed in de beeldende kunst

Een aanzienlijk deel van die bijdragen is van de hand van kunstenaars die zich door Escher hebben laten inspireren. Zij vertellen over de achtergronden van hun werk en de wijze waarop ze door Escher zijn beïnvloed. Zonder anderen tekort te willen doen, noem ik in deze categorie de Brit S. Jan Abas die een interes-

sant essay schreef over Escher, islamitische ornamentiek en de manier waarop hij (Abas) dat allemaal in zijn eigen werk integreert, en het artikel van onze landgenoot Rinus Roelofs die een groot aantal fraaie regelmatige tweedimensionale patronen en driedimensionale constructies laat zien en bespreekt.

Deze beide kunstenaars hebben een wiskundige achtergrond. Dat geldt niet voor Marjorie Rice, een huisvrouw uit Californië die in 1975 gegrepen werd door de inhoud van een column van Martin Gardner in *Scientific American* over betegelingen met congruente vijfhoeken. Toen Gardner dat stuk schreef, waren er acht types bekend, en aangenomen werd dat er geen andere waren. Marjorie Rice wilde begrijpen wat elk type uniek maakt en ontwikkelde aan de keukentafel haar eigen notatiesysteem. Binnen een paar maanden had ze een nieuw type ontdekt. Ze stuurde het naar Martin Gardner, die het voor commentaar doorzond naar Doris Schattschneider. Schattschneider constateerde dat het inderdaad om een nieuw type ging en moedigde haar aan om haar werk voort te zetten. Dat leverde nog drie nieuwe types op en een aantal andere resultaten die ze samen met Doris Schattschneider publiceerde. De link met Escher is dat Rice bij een aantal van haar vlakvullingen de vijfhoeken vervormde tot herkenbare figuren (bloemen, vissen, vogels, schel-



Figuur 1 Een vijfhoeksvlakvulling van Marjorie Rice met schelpenmotieven — hier helaas in zwart-wit gereproduceerd en niet in de originele kleuren lila en blauw.

pen) en inkleurde. Sommige daarvan waren al te zien in de bundel *The Mathematical Gardner* uit 1981 [1], en ik was destijds al onder de indruk van de esthetiek van haar tekeningen, die ik eigenlijk veel fraaier vond dan Eschers eigen werk op dit gebied. Speciaal voor de Escher-conferentie maakte Marjorie Rice twee nieuwe exemplaren, en ook die zijn weer prachtig. Samen met vier eerdere vlakvullingen zijn ze ook op de cd-rom te bewonderen.

Het is al vele malen betoogd: voor Escher zelf waren regelmatige vlakvullingen met herkenbare figuren geen doel op zichzelf. In hun 'kale' vorm komen ze ook nauwelijks in zijn grafische werk voor; ze worden bijna altijd opgenomen in een groter geheel om een idee uit te drukken: een metamorfose, een paradox, het conflict tussen een driedimensionale suggestie en de tweedimensionale realiteit van het tekenvlak, het begrip oneindigheid binnen een begrensde vlakdeel. Douglas Hofstadter, breedspakig als altijd, geeft in zijn bijdrage aan de bundel hiervan een prachtig voorbeeld: de houtsnede *Vissen* uit 1963 waarin Escher een regelmatige vlakvulling met vismotieven gebruikt. Hofstadter vergelijkt de houtsnede met een gedicht dat, als het goed is, elegante ambiguïteit met uiterste

beknoptheid combineert. Hij schrijft over de prent: 'Er zijn maar twee volledige vissen in te zien, een witte en een zwarte, met daaromheen kleine fragmenten van nog tien andere vissen (vijf witte en vijf zwarte, natuurlijk), in totaal dus twaalf vissen — drie kolommen met vier vissen per kolom. Maar de overgang van de vissen naar het golfpatroon van het water is uiterst subtiel en volledig symmetrisch gerealiseerd (...). Als er ook maar één zo'n kunstwerk de titel "gedicht" verdient, dan is het dit wel!'

Meetkunde

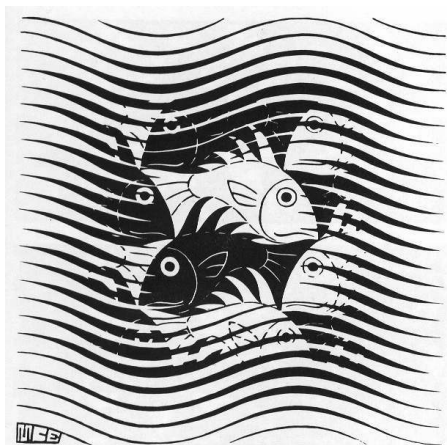
Tot aan de recente analyse van *Prententoonstelling* door Lenstra cum suis golden Eschers Cirkellimiet-prenten als de meest wiskundige, met *Cirkellimiet III* als de interessantste realisatie van een betegeling van Poincaré's cirkelmodel van het hyperbolische vlak. Douglas Dunham geeft variaties op dit thema, gebaseerd op andere betegelingen van het hyperbolische vlak. De wiskunde ervan is natuurlijk in orde, maar toch zou Escher er denk ik niet gelukkig mee zijn geweest. Het zijn computertekeningen in lelijke kleuren, maar erger is dat ze naar de rand toe vroegtijdig afbreken terwijl Escher zijn uiterste best deed om een oneindig patroon te

suggereren door de motieven tot aan de grens van het zichtbare te continueren. Het is overigens geen sinecure om dat ook programmeerbaar voor elkaar te krijgen. In *Indra's Pearls* van Mumford, Series en Wright [2] worden technieken beschreven waarmee het wel lukt, maar dit terzijde. Toch illustreert dit weer de kloof tussen de wereld van Escher en de wereld van de wiskunde. Wiskundigen hebben er geen moeite mee een gesuggereerd patroon zelf in gedachten te completeren, terwijl de complete, gedetailleerde visuele realisatie bij Escher juist datgene is waar het om draait.

H.S.M. Coxeter was in 1979 de eerste die Cirkellimiet III volledig analyseerde. Hij constateerde dat Eschers prent werkelijk tot in alle zichtbare details overeenkomt met het wiskundige ideaalbeeld. Later (1996, 1997) gaf hij een eenvoudiger afleiding, die nu ook in een iets gestroomlijnde vorm in deze bundel is opgenomen. Voor de hoek ω waaronder de vissenstromen de rand snijden, blijkt te gelden dat $\cos \omega = \sinh(\frac{1}{4} \ln 2)$ dus $\omega \approx 79^\circ 58'$.

De grenzen van de symmetrie

In een van de laatste bijdragen van de bundel, *The Symmetry Mystique* bekritiseert Marjorie

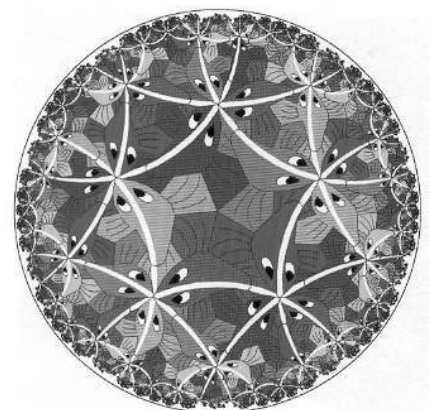


M.C. Eschers 'Vissen' (c) 2004 The M.C. Escher Company — Baarn. Alle rechten voorbehouden. www.mcescher.com

Senechal de preoccupatie van veel wiskundigen met symmetriegroepen bij het analyseren van vlakke ornamentale patronen: 'Our fixation blinds us to *dissymmetry* which, I hope to show, is every bit as mathematically rich, and presents new and exciting challenges.' Zij geeft eerst een interessante en kritische beschouwing over de rol van symmetrische vlak-

vullingen in oude culturen, en vervolgt dan met een exposé over *Penrose tilings* en verwante nonperiodieke vlakvullingen die 'regelmaat' zonder interessante symmetriegroepen laten zien. Meer hierover is onder andere te vinden in haar boek *Quasicrystals and geometry* [3].

Tot zover een indruk van al het interessants dat deze *Proceedings*, die geredigeerd zijn door Doris Schattschneider en Michele Emmer, te bieden hebben. Het is ondoenlijk alle bijdragen hier te bespreken of zelfs maar te noemen. Ik maak een uitzondering voor het stuk van Escher-kenner en KWG-erelid Bruno Ernst alias Hans de Rijk die persoonlijke herinneringen aan Escher combineert met lezenswaardige gedachten over Eschers bedoelingen en de publieke waardering voor zijn werk. Ook vermeld ik nog een bijdrage van J. Taylor Hollist en Doris Schattschneider over Cornelius van Schaak Roosevelt, een vroege bewonderaar en verzamelaar van Eschers kunst. De vormgeving van de bundel is zeer verzorgd. Er zijn veel illustraties waarvan een flink aantal in kleur, en de cd-rom biedt aller-



Een variatie op Eschers *Cirkellimiet III* door Douglas Dunham

lei interessante extra's. Het boek is een aanwinst voor de Eschercollectie. ❖

M.C. Escher's Legacy — A Centennial Celebration. Collection of articles coming from the M.C. Escher Centennial Conference, Rome 1998, Doris Schattschneider & Michele Emmer (Editors), 458 pages, hardcover with cd-rom, price \$ 99.-, Cambridge UK, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 2002, ISBN 3-540-42458-X.

Referenties

- 1 Doris Schattschneider 1981. "In Praise of Amateurs." *The Mathematical Gardner*, edited by David A. Klarner. Wadsworth International. pp. 140–166
- 2 David Mumford, Caroline Series, David Wright 2002. *Indra's Pearls — The Vision of Felix Klein* Cambridge UK, Cambridge University Press
- 3 Marjorie Senechal 1995, corrected paperback edition 1996. *Quasicrystals and geometry*, Cambridge University Press