

## Peter Kop

Goudse Scholengemeenschap

Burg. Martenssingel 15,

2806 CL Gouda

[peterkop@worldonline.nl](mailto:peterkop@worldonline.nl)

## Onderwijs

# Een wiskunde-B examenjaar

Sinds de invoering van de nieuwe Tweede Fase in het middelbare onderwijs volgen alle leerlingen van het vwo één of meer wiskundevakken. Er zijn vier profielen waar de leerlingen uit kunnen kiezen: cultuur en maatschappij, economie en maatschappij, natuur en gezondheid en natuur en techniek. Voor het profiel natuur en gezondheid is het vak wiskunde B1 bedoeld en voor het profiel natuur en techniek wordt het vak wiskunde B1,2 gegeven. Op dinsdag 25 mei werden voor het vwo de examens wiskunde-B afgenomen.

Dit schooljaar had ik, als docent wiskunde op het vwo, enkele groepen waarvan wij zeggen "zo word je oud in het onderwijs"; leerlingen die wat willen en wat kunnen. Wat hebben wij, docent en leerlingen, de afgelopen twee jaar bij wiskunde B1 en B1,2 (een combinatieklas) gedaan als voorbereiding op het komende eindexamen?

Wat vind ik belangrijk dat leerlingen in mijn lessen leren? Zonder compleet te zijn: enthousiasme en waardering voor wiskunde op kunnen brengen, problemen oplossen en daarbij strategieën ontwikkelen en zelfvertrouwen opbouwen, redeneren en bewijzen en de diversiteit van wiskunde laten zien en wat je er mee kan. Hieronder zal ik trachten te schetsen hoe ik daar bij de wiskundelessen aan werk.

In de lessen en proefwerken komt regel-

matig de opdracht 'formuleer een vermoeden' voor. Mijns inziens een onmisbare schakel om wiskundige problemen op te lossen. Een voorbeeld: Gegeven de functie  $f(x) = x^2$ . Kies een punt  $A$ , met  $x$ -coördinaat  $a$  op de grafiek van  $f$  en teken de raaklijn in dat punt. Deze raaklijn snijdt de  $x$ -as in punt  $B$  met coördinaten  $(b, 0)$ . Formuleer een vermoeden voor de ligging van punt  $B$  en bewijs dit ook. Als  $f(x) = x^n$  kun je iets dergelijks doen. Formuleer weer een vermoeden voor de ligging van punt  $B$  en geef een bewijs. Dit zijn pogingen om met behulp van algebra generalisaties te maken en onderscheid te maken tussen vermoedens en bewijzen. Leerlingen vinden dit niet simpel, maar, als er tenminste regelmatig een succes te boeken valt, wel leuk en spannend.

Een ander voorbeeld is de opdracht 'het gewichtig probleem' dat destijds in het Profimateriaal verscheen. Een historische context waarbij de noodzaak om zonder grafische rekenmachine (GR) een maximum te vinden zichtbaar wordt. Daarna wordt ook zichtbaar wat de rol van de GR kan zijn. Bij dit probleem is tegenwoordig mijn laatste vraag om dit ook met behulp van computeralgebra (TIinteractieve) op te lossen. Zo ontwikkelen leerlingen een gevoel voor welke problemen blijven en welke problemen verminderd kunnen worden met ICT. Ieder jaar doet de hele bovenbouw

mee aan de wiskunde A-lympiade of wiskunde B-dag. In vwo 5 en 6 telt dit mee als praktische opdracht in het kader van het schoolexamen. Samenwerken en communicatie zijn noodzakelijk om deze grotere en moeilijkere problemen op te lossen. Voor de *Zebrablokken* (een keuze-onderdeel in het examenprogramma) wordt gewerkt uit boekjes uit de Zebrareeks. Deze boekjes met verschillende onderwerpen worden door leerlingen zelfstandig doorgewerkt waarna een afsluitende opdracht gemaakt moet worden. Ook dit telt als praktische opdracht. Het afgelopen jaar hebben de B1,2-leerlingen gekozen om in het kader van de Zebrablokken mee te doen aan de Wiskunde Olympiade. In een zestal bijeenkomsten buiten de lessen om werden oude Olympiades besproken door leerlingen onderling (onder leiding van de docent). Leerlingen waren erg enthousiast en besteedden veel tijd om zelf de oplossingen en strategieën te verzinnen. Bij de beoordeling speelde de strategie en hoe je deze kon uitleggen ook een rol. De spelregel dat alles zonder GR gedaan moest worden is soms onhandig, maar iedereen gaf na afloop aan dat dit geen onoverkomelijk probleem was. Bijna iedereen vond deze wijze van wiskunde doen leuker en uitdagender dan de wiskunde in de reguliere lessen. Opmerkelijk was dat leerlingen voor al problemen hadden met elementaire drie-

hoeksrekening zoals de zogenaamde 30-60-90-driehoek. Omdat communicatie, redeneren en bewijzen een belangrijke rol spelen, krijgen leerlingen in vwo 5 de opdracht om een aantal bewijzen binnen de vlakke meetkunde voor te bereiden en deze ook aan de anderen te presenteren. De B1-leerlingen presenteren een hoofdstuk statistiek en nemen een eigen gemaakte toets over dit hoofdstuk af.

We hebben veel gedaan de afgelopen twee jaar en deze leerlingen willen veel, doen veel en kunnen veel. Nu zal het komende eindexamen wel weer vooral vanuit het algebraïsch perspectief bekeken worden: welke algebra wordt ook al weer gevraagd en wat kunnen ze allemaal niet? Vooraf kan ik al voorspellen dat ze gekke fouten zullen maken. Ik heb een entreetoets van een van de WO-opleidingen laten maken en was toch weer verbaasd over wat ze niet konden. Daarnaast heb ik ook gezien wat ze wel kunnen. Het lijkt bijna niet te rijmen met elkaar. Bij de eerste experimenten met dit nieuwe wiskunde B1,2-programma verzuchtte iemand al eens "we weten niet meer wat moeilijk is". Na vier jaar Tweede Fase snap ik dit nog steeds niet. Maar wel weet ik dat de veiligheid van vaste algoritmen oefenen in een beperkt aantal standaardsituaties, zoals vroeger gebeurde en nu weer hier en daar bepleit wordt, ons niet verder brengt. We willen immers ook dat leerlingen flexibel met hun algebra-kennis omgaan. En dat konden ze vroeger toch ook niet. Het leren van al-

gebra verdient misschien iets meer aandacht, maar het verloopt anders dan vroeger. Mijn zoektocht naar hoe het beter kan gaat verder maar mijn weg gaat via AF.

#### Leerlingen blikken terug

Ze vinden het zebraboekjes-perspectief en de wiskunde B-dag wel leuk en zeker nuttig. Als reden wordt gegeven: samenwerken en creatief denken worden ontwikkeld. Velen gebruiken de grafische rekenmachine als controle-middel; ook in het geval dat er exact gerekend moet worden. Sommigen vragen zich echter af 'of de grafische rekenmachine wel te vertrouwen is'. Over meetkunde in het platte vlak, *Cabri* en vooral de Wiskunde Olympiade zijn de B12-leerlingen enthousiast: "Het is sowieso leuk om samen hardop te denken over een bewijssom." De stelling "De wiskunde op het VWO is simpel en weinig uitdagend" wordt niet onderschreven. Degenen die meer moeite hebben met de wiskunde noemen zelfs expliciet dat "wiskunde alleen leuk is als je er uit komt". Men vindt wiskunde een nuttig en leuk vak, waarin de afwisseling tussen projectjes en onderzoekjes, het gebruik van de computer en andere dingen zoals de wiskunde B-dag en de Wiskunde Olympiade het vak leuker maken. "Vooral ook veel dingen naast het boek doen" is het advies dat ik krijg.

Direct na het eindexamen besprak ik met de leerlingen het werk. Zowel bij de B1- als bij de B1,2-leerlingen waren er enkelen die klaagden over de hoeveelheid. Slechts twee

waren eerder dan 16.00 uur klaar. Opmerkelijk vond ik dat voornamelijk de opgave over de vlakke meetkunde (opgave *Cirkel met lijnen*) als een schaakpartij geanalyseerd werd. Blijkbaar spreekt dit soort wiskunde leerlingen erg aan. Ook aan de opgave over goniometrie (een verzameling functies) werd op deze wijze aandacht besteed. Een bewijs rondkrijgen was in onze nabespreking belangrijker dan de uitkomsten van de diverse opgaven. Volgens de leerlingen zat er redelijk wat algebra in dit examen ("je moest best vaak iets exact berekenen"). Verschillende leerlingen hebben daarbij zo hun eigen strategie ontwikkeld: sommigen doen een beroep op de grafische rekenmachine en bluffen bij 9,42 gewoon  $3\pi$ , anderen voelen zich zonder een formulekaart kansloos. Op mijn vraag of zo'n hiervoor genoemde entreetoets voor het WO, die geoefend was in de voorbereiding, nu een simpeler examen op zou leveren, werd hier voorzichtig bevestigend geknikt: het is een kwestie van oefenen, vond men. Misschien is dat wel het geval en blijft de vraag: wat willen we dat de leerlingen weten en kunnen, met de wiskunde die ze krijgen. We kunnen echter niet van alle leerlingen alles willen, dus we moeten kiezen. We moeten met z'n allen maar eens nadenken over wat te kiezen bij de aanpassing van de Tweede Fase per 2007. ☺

De vwo-examens van dit jaar zijn te vinden op de internetpagina <http://www2.citogroep.nl/v0>



Het wiskunde B1,2-examen op het Canisius college te Nijmegen