Jantine Bloemhof
Stichting Vierkant voor Wiskunde
Mathematisch Instituut
Universiteit Leiden
Niels Bohrweg 1
2333 CA Leiden
jantineb@vierkantvoorwiskunde.nl

Cultuur Museum Boerhaave

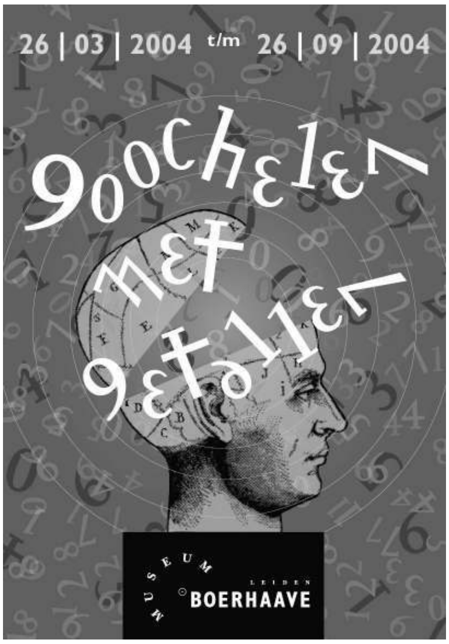
Goochelen met getallen

Het idee van een tentoonstelling over wiskunde, aldus directeur Veeneman van Museum Boerhave in Leiden, leverde zeer tegengestelde reacties op: "Wat een leuk onderwerp", of "Dat is zelfmoord". Toch ging het museum de uitdaging aan. Vergezeld door haar man en haar zonen van tien en twaalf, toog Jantine Bloemhof naar Leiden. Dit leidde tot de overtuiging dat de zelfmoorddenkers snel hun ongelijk zullen inzien. Jantine Bloemhof schrijft voor Vierkant voor Wiskunde 'wisschriften', verbredingsmateriaal voor getalenteerde kinderen in de bovenbouw van het basisonderwijs.

De expositie bestaat uit twee delen die elkaar fraai aanvullen. Enerzijds worden er historische voorwerpen en boeken getoond, anderzijds zijn er twintig experimentele opstellingen op vrolijk rood gekleurde tafeltjes. De onderwerpen en experimenten zijn ondergebracht in vier duidelijke thema's, te weten *Cijfers en getallen*, *Maten en meten*, *Praktisch rekenen* en *Mechanisch rekenen*. De experimenten maken op een speelse manier duidelijk dat wiskunde overal om ons heen te vinden is. Ze zijn waarschijnlijk voor kinderen bedacht, maar jong en oud ging enthousiast achter de rode tafels aan de slag. Aardig is ook dat dit praktische deel uitnodigt tot het uitwisselen van ervaring en kennis tussen bezoekers.

Cijfers en getallen

Een eenvoudige manier om de relatie tussen de diameter van een cirkel en zijn omtrek vast te stellen is te zien bij *Cirkels en Pi*. Op de tafel liggen een grote en een kleine cirkel van hout. Op beide is de diameter getekend. Aan de buitenkant is een koord bevestigd waarop een maatverdeling is aangebracht, te weten een, twee en drie keer de diameter van de bijbehorende cirkel en zijn totale omtrek. De omtrek van een cirkel is π maal zijn diameter. In een oogopslag is hier te zien dat π iets meer dan drie is. Ook is er aandacht voor het bekende verhaal van de Chinese boer die als beloning voor de uitvinding van het schaakspel van zijn koning zoveel rijstkorrels wil hebben als er op een schaakbord gaan wanneer op het eerste veld één korrel, op het tweede veld twee korrels, op het volgende veld vier korrels, enzovoort worden gelegd. Het leek de koning een bescheiden beloning. Al snel bleek de gevraagde hoeveelheid rijstkorrels groter te zijn dan er op aarde kan groeien. De tafel *Exponentieel schaak* laat op een aantrekkelijke manier zien, door damschijven te stapelen op de velden, dat bij verdubbeling het aantal inderdaad heel snel oploopt.



Maten en meten

Op verschillende manieren wordt in de tentoonstelling aandacht besteed aan het begrip gemiddelde. Wel heel bijzonder is dat een schoen van de reus Cajanus, een Fin die de laatste jaren van zijn leven in Nederland woonde, bewaard is gebleven en op de tentoonstelling te zien is. De schoenmaat is niet vermeld, maar de schoen van deze 260 cm metende man heeft zeker geen gemiddelde grootte. Verder tonen oude prenten waarop heel erg kleine en zeer grote mensen staan afgebeeld dat de sterke afwijking van de gewone, lees gemiddelde, lengte als zo bijzonder ervaren werd, dat zij in hun levensonderhoud konden voorzien door zich tentoon te stellen.

Bij *Een neuslengte verschil* zien we dat de lengtemaat voet in het verleden geen eenduidige lengtemaat was. Een Rijnlandse voet meet 0,314m, een Amsterdamse 0,284m. Hadden Rijnlanders gemiddeld grotere voeten dan Amsterdammers? *Maten en meten* heeft een aantal aansprekende proeven. De stelling van Pythagoras kun je proefondervindelijk bewijzen door de houten vierkanten a^2, b^2 en c^2 te wegen op twee weegschalen. Op de ene weegschaal weeg je a^2 en b^2, op de andere c^2. De vierkanten zijn heel nauwkeurig

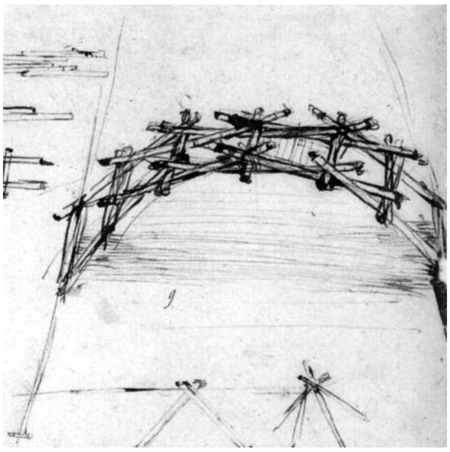
Van links naar rechts, van boven naar beneden: *1a.* Door op een slang te blazen kunnen kinderen en volwassenen hun longinhoud meten. Naast het apparaat is de gemiddelde longinhoud per leeftijdsgroep en geslacht te lezen. *1b.* De pomp van Archimedes. *1c.* Wat is de relatie tussen de diameter en de omtrek van een cirkel en wat bepaalt de slingertijd van een kogel aan een koord? *2a.* Schrijf je geboortejaar in Romeinse cijfers. *2b.* De dubbele kegel rolt ogenschijnlijk naar het hoogste punt. *2c.* De brachistochroon van Bernoulli. Langs welke baan is een kogel het eerst bij het eindpunt? *3a.* De Chinese parabel van de rijstkorrels. *3b.* De stelling van Pythagoras wordt gedemonstreerd door de driehoeken en vierkanten te wegen. *3c.* Bouw een brug van losse planken.

gezaagd en de weegschalen doen hun werk goed, zodat beide weegschalen (vrijwel) hetzelfde gewicht aangeven. Er valt veel meer te meten. Bij een van de opstellingen kun je je longvolume in milliliters meten. Dit volume kun je dan vergelijken met het gemiddelde ademvolume van personen van dezelfde leeftijd en hetzelfde geslacht. Ik bleek slechts 20 milliliter onder het gemiddelde van mijn club te presteren. Wat bepaalt de slingertijd van een slinger? Deze vraag kun je beantwoorden nadat je de slingerexperimenten van *Aan de slinger* hebt gedaan.

Praktisch rekenen

Een intrigerende opstelling is die van de *Oplopende kegel*. In een wigvormige bak, die smal en laag is bij de punt en breder en hoger aan de andere zijde, ligt een dubbele kegel, die wanneer je hem aan de smalle lage kant legt naar de bredere hoge kant van de bak rolt. Iedereen meent te zien én te begrijpen wat er gebeurt. De kegel rolt omhoog, de verklaringen zijn divers. Bijna niemand heeft in de gaten dat hier sprake is van gezichtsbedrog. Een liniaal zou op deze tafel een waardevolle aanvulling zijn. In een vitrine vlak bij dit experiment staan een mooie oplopende kegel en een dubbele kegel uit de tweede helft van de achttiende eeuw.

De rechte en de kromme zijn twee banen waarover je een kogel kunt laten rollen. De ene baan is een schuine helling, de andere een cycloïde. Vraag is in welke baan een kogel het snelst van links naar rechts rolt. Deze vraag lijkt op de klassieke vraag die Johann Bernoulli stelde in 1696: “Hoe ziet de kromme eruit waarlangs een wrijvingsloos object zo snel mogelijk van het ene naar het andere punt glijdt?” Bernoulli noemde de gevraagde



Deze schets van Leonardo da Vinci is een voorbeeld van een brug die gemaakt is van losse palen. Op de tentoonstelling kun je een soortgelijke brug bouwen. (Illustratie: Codex Atlanticus, Milaan, Biblioteca Ambrosiana, ca. 1487–1488; detail)

kromme een brachistochroon. De kogel in de cycloïde baan (Bernoulli's brachistochroon) blijkt de snelste. Het is niet voor niets dat de helling van een halfpipe deze vorm heeft. Wanneer kinderen zien dat de kogel in de cycloïde baan sneller is en eerder aan de rechter kant arriveert, zijn ze verrast. Ze merken zelf op dat de kogel in de cycloïde baan een langere weg aflegt, bovendien moet hij ook nog eens een helling op. Wist u dat het ventieldopje van een binnenband een cycloïde baan aflegt tijdens het fietsen? De Chinese duikelaars (1700–1800) en de parabolische valbaan van van Musschenbroek (1725–1740) zijn twee andere tot de verbeelding sprekende oude objecten.

Mechanisch rekenen

Een slim bouwwerk is de brug van Leonardo Da Vinci. In 1483 schrijft hij dat hij een opzet heeft bedacht voor een lichte en makkelijk te transporteren brug. Het bijzondere van deze brug is dat hij bestaat uit louter losse planken van twee verschillende lengten en een bepaalde breedte. Touw, spijkers of lijm komen er niet aan te pas. Je kunt de brug zelf bouwen op een van de tafels. Maar hoe krijg je de brug met de ene zijde op de ene oever en de andere zijde op de andere oever? Vermoedelijk heeft Da Vinci de constructie voor zijn brug niet berekend, maar is deze al doende ontstaan. Tegenwoordig worden bij het ontwerpen van een brug de plaats en de grootte van de druk- en trekkrachten nauwkeurig berekend.

Mijn oudste zoon werd gegrepen door de laatste opdracht *Rekenen met raderen*. Een wel heel simpele rekenmachine telt twee getallen onder de tien bij elkaar op wanneer je aan een hendel draait. Hierbij is de werking van de machine met behulp van tandwielen duidelijk te zien. Wouter probeerde of het apparaat ook een getal van een ander getal aftrekt, wanneer je de hendel in tegengestelde richting draait. En ja hoor, dat doet hij prima. Daarop bedacht hij dat de machine in principe eenvoudig verder uit te bouwen is, zodat deze ook kan vermenigvuldigen. Delen lijkt niet tot de mogelijkheden te behoren, maar daar wordt nog over nagedacht. Dat hij niet de eerste is die over de mogelijkheden van mechanische rekenmachines nadenkt, blijkt wel uit de tentoongestelde rekenmachines uit de periode 1800 tot 1910.

In het boekje van de tentoonstelling staat een foto waarop een bol, een kegel en een cilinder van hout te zien zijn. Ze zijn afkomstig uit het meetkundig kastje met mathematische modellen van Jan Paauw uit de tweede helft van de achttiende eeuw. Het bijschrift vermeldt dat het wegen van deze drie het proefondervindelijk bewijs leverde voor de stelling van Archimedes. Deze stelling luidt: bij gelijke hoogte en diameter is de inhoud van de bol en kegel samen gelijk aan de inhoud van de cilinder. Dat had ik graag zelf gewogen!

Dit is nog maar een greep uit het aanbod van de tentoonstelling. Die heeft ook interessante voorwerpen, boeken en experimenten over de onderwerpen reeksen, inhoudsmaten, lengtematen, oppervlak, schaal, landmeetkunde, astronomie, loterij en tellen.

Bij de tentoonstelling is het boekje *Mededeling 304, Goochelen met getallen. Een geschiedenis.* verschenen. Het is de catalogus van de tentoonstelling. Daarnaast geeft het een beknopt overzicht van de ontwikkelingen in de Westerse wiskunde, waarbij de nadruk ligt op de bijdrage die Nederlanders aan de ontwikkeling van de wiskunde hebben geleverd. Een aantal grote wiskundigen ontbreekt op de tentoonstelling en in het boekje, omdat hun werk te ingewikkeld is om begrijpelijk te maken voor niet-wiskundigen.

De tentoonstelling is te zien tot en met 26 september. Informatie over het museum, de expositie en voor scholen is te vinden op www.museumboerhaave.nl.

De exposities van Museum Boerhaave zijn altijd zeer de moeite waard. Ik pleit voor een 'Museum Boerhaave Op Reis'. Tentoonstellingen zoals deze zouden op nog andere plaatsen in het land te zien moeten zijn.

Het construeren van een brug door enkel gebruik te maken van houtjes, dus zonder touw, spijkers of lijm.