

## Hendrik Blauwendraat

Afdeling Wiskunde, Vrije Universiteit

De Boelelaan 1081a

1081 HV Amsterdam

hblauwe@few.vu.nl

### Onderzoek

# Waardenvolle wiskunde

Onlangs verscheen van de hand van Hendrik Blauwendraat het boek ‘Worsteling naar waarheid. De opkomst van Wiskunde en Informatica aan de Vrije Universiteit’. In deze geschiedenis speelt J.F. Koksma (1904–1964), getaltheoreticus en mede-oprichter van het Mathematisch Centrum (thans CWI), een grote rol. Koksma was betrokken bij de opkomst van de afdelingen Wiskunde en Informatica aan de VU en hij bezon zich op het verband tussen wiskunde en het christelijke karakter van zijn universiteit. Blauwendraat geeft hier een inleiding op het boek en gaat op dit verband in.

Wiskunde heeft de naam de meest abstracte wetenschap te zijn, onafhankelijk van levensbeschouwelijke invloeden. Maar is dat wel zo? Wordt de wiskunde anders als de wiskundige een andere levensovertuiging heeft? De meesten zijn geneigd deze vraag meteen ontkennend te beantwoorden: wiskunde en (natuur)wetenschap hebben met geloof niets van doen. Sommigen — zoals natuurkundige en Nobelprijswinnaar Simon van der Meer — gaan zelfs zover dat ze beweren dat je een gespelede persoonlijkheid moet hebben om als natuurwetenschapper (in zijn geval: natuurkunde) in God te geloven.<sup>1</sup> De wetenschap

zou dan aantonen dat geloof in een god onzinnig is.

#### De Vrije Universiteit

De Amsterdamse Vrije Universiteit werd in 1880 opgericht om tegen dergelijk gedachtegoed op te treden. Haar stichter, de orthodox-christelijke Abraham Kuiper (1837–1920), en de zijnen zagen geen heil meer in de wetenschap zoals die aan rijksuniversiteiten werd beoefend. In de natuurwetenschappen hadden theorieën opgeld gedaan die strijdig waren met een letterlijke interpretatie van de bijbel, en ook in de theologie was het vrijzinnigheid troef. De Hervormde Kerk kon wel kerkelijke hoogleraren aanstellen, maar dat vormde geen verbetering. Kuiper besloot ‘voor zichzelf te beginnen’; hij wilde een eigen onderwijsinstelling waar wetenschap kon worden beoefend vanuit een orthodox-christelijk standpunt.

Het belangrijkste voor hem was het onderwijs in de theologie, een van de drie faculteiten waarmee de VU werd opgericht.<sup>2</sup> De VU ging uit van de in 1879 opgerichte *Vereeniging voor Hooger Onderwijs op Gereformeerden Grondslag*; de leden en begunstigers van die vereniging droegen de VU financieel. De grondslag van de Vereeniging was ‘gerefor-

meerd’, een theologische richting die met name in de zeventiende eeuw erg invloedrijk was geweest en in de negentiende eeuw (mede dankzij Kuiper) een *revival* beleefde.

Kuipers doel was dat de VU op basis van die grondslag wetenschappelijk onderzoek en onderwijs zou gaan uitvoeren. Hij liet het daarbij niet bij de theologie, maar van elke wetenschappelijke discipline moest een dergelijke, christelijke variant ontwikkeld worden. De VU werd met scepsis en wantrouwen begroet; lang niet iedereen deelde immers Kuipers overtuiging dat christelijke wetenschap mogelijk was.

Als particuliere, kleine universiteit sprak het ook allerminst vanzelf dat de VU eenzelfde erkenning van examens en promoties als rijksuniversiteiten zou krijgen. In 1905 wist Kuiper deze erkenning bij wet geregeld te krijgen; de VU kreeg het zogenaamde *civiel effect*. Voorwaarde was wel dat de universiteit door zou moeten groeien met minstens één nieuwe faculteit per 25 jaar. Voor een onderwijsinstelling die volledig met hele en halve centen van de gereformeerde ‘kleine luyden’ bekostigd werd, was dit geen geringe opgave.

#### Brouwers intuïtionisme

Tot zover heeft de geschiedenis van de VU

nog weinig met wiskunde uitstaan. Sommige hoogleraren dachten wel eens na over het belang van het geloof voor de natuurwetenschappen, maar een concrete visie op christelijke wiskunde was er niet. De Wis- en Natuurkundige Faculteit, waar over deze kwesties moest worden nagedacht, zou pas in 1930 worden opgericht. Studenten aan de VU die in deze vakken geïnteresseerd waren, weken dan ook uit naar de Gemeente Universiteit<sup>3</sup>. Daar was in 1912 de briljante wiskundige L.E.J. Brouwer (1881–1966) aangesteld als buitengewoon hoogleraar in de wiskunde. In 1907 had Brouwer zijn proefschrift verdedigd. Dat proefschrift zou men kunnen zien als een reactie op ontwikkelingen in de negentiende-eeuwse wiskunde.

In ruim honderd jaar had de wiskunde immers een metamorfose doorgemaakt. Niet alleen waren bestaande disciplines vertakt en uitgebreid, maar ook was het karakter van de wiskundebeoefening veranderd. Binnen de wetenschap van getal en ruimte was men zich in toenemende mate gaan afvragen wat getal en ruimte nu precies waren. De ontwikkeling van de niet-euclidische meetkunde toonde bijvoorbeeld aan dat de ‘ruimte’ niet per definitie de driedimensionale euclidische ruimte was. Op zoek naar een goede fundering van de analyse was men op de verzamelingenleer gestuit en de paradoxen die Cantors *Mengenlehre* met zich meebracht.

De crisis in de grondslagen van de wiskunde verdeelde de geesten zeer en leidde tot de opkomst van het formalisme en logicisme. Deze richtingen poogden de vraag te beantwoorden wat wiskunde is: een logisch spelletje of een formele taal — of is er toch een soort transcendent werkelijkheid waarin de wiskundige objecten zich bevinden? Brouwer had over deze overtuigingen zijn eigen mening: wiskunde was geen van die alle, maar een mentale constructie.

Die constructie was gebaseerd op de oerintuïtie van de wiskunde: een continuüm met daarop punten. Deze oerbegrippen waren voor hem het object van de *eerste orde wiskunde*. Het wiskundig nadenken over die intuïtief gegeven objecten was wiskunde van de *tweede orde*. Brouwer wilde deze visie ten grondslag leggen aan de bestaande wiskunde. Het zou echter nog een decennium duren voordat hij zou inzien dat een consequente toepassing van deze richting, het *intuitionisme*, een wezenlijk andere wiskunde zou opleveren.

Eén van de oorzaken hiervan is de ontkenning van het principe van de uitgesloten derde, waardoor bewijzen uit het ongerijmde niet

meer opgaan. Het bewijs van de tussenwaardstelling maakt bijvoorbeeld essentieel gebruik van dit principe. Je neemt immers aan dat een continue reëelwaardige functie  $f$  op het interval  $[a, b]$  geen nulpunten heeft, terwijl toch  $f(a) < 0$  en  $f(b) > 0$ . Nadat je de tegenspraak hebt afgeleid, stel je dat er maar twee mogelijkheden zijn:  $f$  heeft òf wel òf niet een nulpunt op  $[a, b]$ ; de mogelijkheid ‘ $f$  heeft geen nulpunt’ valt af.<sup>4</sup> Je houdt dus de bewering over: ‘ $f$  heeft een nulpunt op  $[a, b]$ ’.

Een bewijs als dat van de tussenwaardstelling kan de toets der intuïtionistische kritiek niet doorstaan. De reden hiervoor is dat het nulpunt niet wordt aangewezen: je weet niet waar het ligt. In het intuitionisme van Brouwer wordt dat niet als wiskunde geaccepteerd: alleen dat is wiskunde, wat geconstrueerd wordt.

### Christelijk intuitionisme

Binnen de gevestigde wiskundige orde werden Brouwers standpunten als gevaarlijk ervaren. David Hilbert, op dat moment toch wel de meest toonaangevende wiskundige, deed er alles aan om Brouwers invloed zoveel mogelijk af te knotten. In Brouwers eigen stad liep echter een student rond die wel erg onder de indruk was van zijn ideeën: Dirk Hendrik Theodoor Vollenhoven (1892–1978).

Vollenhoven was in 1916 begonnen aan een promotieonderzoek aan de VU met als onderwerp ‘de invloed der wijsbegeerte op de nieuwste vertegenwoordigers der wiskunde en natuurwetenschappen’. Wegens omstandigheden moest hij zich beperken tot de wiskunde, maar dat leverde nog een proefschrift van 444 pagina’s op dat hij op 27 september 1918 verdedigde. De titel was *De wijsbegeerte der wiskunde van theïstisch standpunt*. Hij probeerde daarin de filosofie van de wiskunde in te passen in een christelijk wijsgerig systeem.

Zijn promotor aan de VU had hem inhoudelijk niet veel kunnen helpen, maar des te meer vond hij hulp bij anderen, onder wie Brouwer. Het is ongetwijfeld aan diens invloed en allure te danken dat Vollenhoven in zijn proefschrift duidelijk stelling kiest voor een bepaalde richting, het intuitionisme.

Vollenhoven kwam hiermee in het vaarwater van Brouwer terecht. Sterker nog, de constructie van de wiskunde zoals Brouwer die uitvoerde alsmede het onderscheid tussen eerste en tweede orde wiskunde, werd door Vollenhoven met instemming begroet. Dat ligt ook wel enigszins voor de hand: Vollenhoven had de axiomatic en wiskunde zelf niet voldoende in de vingers om in Brouwers con-



D.H.Th. Vollenhoven, christen-wijsgeer van de wiskunde.

structie verbeteringen aan te brengen. Maar Vollenhoven deinsde er niet voor terug om op andere terreinen zich scherp tegen Brouwer en een andere grote intuïtionist van die tijd, Henri Poincaré, af te zetten.

De verschillen bevonden zich hier meer in de metafysische achtergronden die aan hun visies vooraf gingen. Vollenhoven stelde zich op een christelijk standpunt. Zijn welomschreven filosofie was het ‘theïsme’, door hem losjes omschreven als ‘de wijsbegeerte die God wil dat we hebben zullen’.<sup>5</sup> Deze omschrijving is natuurlijk wat vaag, maar voor Vollenhoven hield dat een christelijke visie in op de wereld en natuurlijk op God zelf.

Een opvallende conclusie die hij hieraan verbond, was de verwerping van het actueel oneindige ‘met al z’n antinomieën’. Vollenhoven komt tot deze uitspraak doordat hij het niet gepast of mogelijk vindt dat de mens, per slot van rekening een schepsel, God ‘de Oneindige’ zou bevatten.<sup>6</sup>

Een andere opvatting die uit Vollenhovens wereldbeschouwing volgt, is dat de werkelijkheid bestaat uit een geestelijk en een materieel deel (deze visie noemt hij *dualisme*). Dit in tegenstelling tot anderen die de werkelijkheid tot hetzij geest, hetzij materie willen reduceren. In een lang en grondig betoog bespreekt hij de diverse filosofen van de wiskunde uit de geschiedenis en legt hun ideeën langs de dualistische meetlat. Op grond van deze toets worden het logicisme en formalisme als wijsbegeerte der wiskunde door hem verworpen. Alleen het intuitionisme van Brouwer en Poincaré komen door de toets heen.

De metafysische verschillen die Vollenhoven met deze intuïtionisten had, leidden ertoe dat hij op zoek ging naar een christelijke versie van het intuïtionisme. De ideeën van Brouwer werden daarbij als ‘pseudo-intuïtionisme’ betiteld. Wellicht is dit oordeel er de oorzaak van dat Brouwer nergens met een woord over Vollenhovens werk heeft gerept.<sup>7</sup>

### Wiskunde aan de VU

In 1930, twaalf jaar na Vollenhovens proefschrift (hij was inmiddels hoogleraar wijsbegeerte aan de VU), werd ingevolge de wet van 1905 een vierde faculteit aan de VU toegevoegd: de Faculteit voor Wis- en Natuurkunde. Er werd een gewoon hoogleraar in de wiskunde aangesteld: Jurjen Ferdinand Koksma, op dat moment 26 jaar oud en net in Groningen gepromoveerd bij J.G. van der Corput op een proefschrift *Over stelsels diophantische ongelijkheden*. Naast hem werd een bijzonder hoogleraar Verzekeringswiskunde aangesteld, Marius van Haften (1880–1957).

Koksma zou tot 1938 in zijn eentje verantwoordelijk zijn voor al het reguliere onderwijs in de wiskunde. Daarnaast deed hij ook erg succesvol onderzoek in zijn specialisme, de analytische getaltheorie. Hij onderzocht met name benaderingsproblemen van irrationale getallen en publiceerde met J. Popken over transcendentie van  $e^{\pi}$ . In 1936 verscheen zijn belangrijkste werk, *Diophantische Approximationen* bij Springer: een samenvatting van de stand van zaken op zijn vakgebied. Ondanks het feit dat het vanaf zijn verschijnen verouderde, heeft het boek twee herdrukken beleefd.<sup>8</sup> De literatuurlijst bevat meer dan 700 items.

De vraag die zich echter opdringt, is hoe Koksma stond in het christelijke wetenschaps-

ideaal van de VU. De natuurwetenschappelijke faculteit werd vanwege het schijnbaar ongelovige karakter ervan nogal gewantrouwd door de achterban van de VU en was er ook niet zonder slag of stoot gekomen. Van de hoogleraren werd dan ook verwacht dat zij ‘trouw zouden medestrijden voor het beginsel’. Dat betekende voor Koksma dat hij onder druk stond om iets te doen met het werk van Vollenhoven.

In diverse referaten en toespraken die hij voor de eigen kring hield, klinkt de echo van Vollenhoven dan ook inderdaad door. Koksma voelde wel iets voor het intuïtionisme, en dan met name omdat het voor hem ook duidelijk maakte wat de grenzen van de wiskunde (én van de wiskundige) waren. Hij volgde daarin in zekere zin Vollenhoven, maar voelde zich toch prettiger in het gezelschap van collega-wiskundige Hermann Weyl.

De ideeën van Vollenhoven waren ambitieus en Koksma moet zich gerealiseerd hebben dat een intuïtionistisch standpunt in de wiskunde, en meer in het bijzonder zijn eigen vak, toch wel grote offers vergde. In het referaat *Existentiebewijzen in de wiskunde* besprak hij existentiebewijzen zoals dat van de tussenwaardstelling. In de getaltheorie komen dergelijke stellingen regelmatig voor. Zou hij zich, zoals Vollenhoven eiste, op een strikt intuïtionistisch standpunt stellen, dan moest hij deze stellingen verwerpen. Dat deed hij niet. Met de existentiële stelling had je tenminste iets.<sup>9</sup>

Dergelijke ideeën vond Koksma terug bij Weyl. Een andere reden om zich niet zonder meer bij Vollenhoven aan te sluiten was Koksma's vaste overtuiging dat zo'n richting voor een christelijke wetenschapsbeoefening niet uniek was. Kortom: je kon het een ander niet opleggen om als christen ineens ook



Foto: Faculteit der Exacte Wetenschappen

J.F. Koksma, eerste gewoon hoogleraar Wiskunde aan de VU

intuïtionist te worden, wat wel Vollenhovens idee was. Een keuze voor het Platonisme was bij wijze van spreken even legitiem.

In mijn onderzoek naar de opkomst van de disciplines Wiskunde en Informatica is dit laatste standpunt diverse keren opgedoken. Maar een belangrijker invloed van het christelijk karakter van de VU op deze disciplines wordt door velen gezien in de sfeer die er heerst en heerste. Niet zozeer christelijke wetenschap dus, maar wel (zeker in vroeger dagen) christelijke wetenschappers — en dat kun je merken. Als alumnus van de VU kan ik daarvan meepraten. ↵

Dit onderzoek is mede mogelijk gemaakt door de Haak Bastiaanse-Kunemanstichting en de afdelingen Wiskunde en Informatica aan de Vrije Universiteit.

### Noten en referenties

- 1 NRC-Handelsblad 18 april 1987.
- 2 De andere waren Letteren en Rechten.
- 3 Gemeente Universiteit: thans UvA.
- 4 Het principe van de uitgesloten derde houdt juist in dat een derde mogelijkheid er niet is.
- 5 Vollenhoven, Dirk Hendrik Theodoor, *De wijsbegeerte der wiskunde van theïstisch standpunt* (diss. VU), Wed. G. van Soest, Amsterdam, 1918, pagina 2.
- 6 Let op het lidwoord!
- 7 Van Dalen, Dirk, L.E.J. Brouwer 1881–1966. *Een biografie. Het heldere licht van de wiskunde*, Bert Bakker, Amsterdam, 2002. In deze biografie is Vollenhoven niet terug te vinden.
- 8 Chelsea, 1950 en Springer, 1974.
- 9 Koksma, J.F., *Existentiebewijzen in de wiskunde*, Kleijwegt, Loosduinen, 1938.