

# Boekbesprekingen

| Book Reviews

Alle in de vijfde serie van het NAW verschenen boekbesprekingen zijn te vinden op onze webpagina.

Tevens staat daar een lijst met ter recensie aangeboden congresverslagen en eventueel andere boeken.

Indien u er prijs op stelt een van deze verslagen te bespreken, meld dit dan binnen een maand na verschijnen van dit nummer (bij voorkeur per e-mail) op onderstaand adres.

Eindredactie: Hans Cuypers en Hans Sterk  
 Redactieadres: Review Editors NAW - HG 9.10  
 Dept. of Math. and Computer Science  
 Technische Universiteit Eindhoven  
 Postbus 513, 5600 MB Eindhoven  
 Webpagina: [www.math.rug.nl/revwg/](http://www.math.rug.nl/revwg/)  
 e-mail: [wgreview.win@tue.nl](mailto:wgreview.win@tue.nl)

J. van Mill

## The Infinite-Dimensional Topology of Function Spaces

(North-Holland Mathematical Library 64)

Amsterdam: Elsevier, 2001

644 p., prijs €138,-

ISBN 0-444-50557-1

Voor een volledig reguliere topologische ruimte  $X$  is  $C_p(X)$  de verzameling van alle continue functies  $X \rightarrow \mathbf{R}$ , voorzien van de topologie van puntsgewijze convergentie, dat wil zeggen, de topologie die  $C_p(X)$  erft als deelruimte van de productruimte  $\mathbf{R}^X$ . Zij  $Q = [0,1]^\infty$  de Hilbert-kubus,  $s = (0,1)^\infty$  het pseudo-inwendige van  $Q$  en  $B(Q) = Q \setminus s$  de pseudo-rand van  $Q$ . Als nu  $X$  een aftelbare, niet-discrete ruimte is met  $C_p(X)$  een  $F_{\sigma\delta}$  in  $\mathbf{R}^X$ , dan is  $C_p(X)$  homeomorf met het aftelbare product  $B(Q)^\infty$  van pseudo-randen van  $Q$ .

Dit resultaat van Dobrowolski, Marciszewski en Mogilski uit 1991 vormt de 'rode draad' van het boek dat we hier bespreken, in die zin dat het de aanleiding vormt voor de behandeling van een groot aantal resultaten op uiteenlopende gebieden van de wiskunde, zoals de algemene en oneindig-dimensionale topologie, ANR-theorie, dimensietheorie en beschrijvende verzamelingenleer. Die behandeling mondt uiteindelijk uit in een bewijs van genoemde stelling, maar de expositie gaat veel verder dan hetgeen nodig is voor dat bewijs.

Het boek begint met een hoofdstuk *Basic topology*, met als belangrijkste thema de uitbreiding van functies. De auteur houdt in dat opzicht vast aan de opzet van zijn eerdere boek, *Infinite-dimensional topology, prerequisites and introduction*. Aan de orde komen onder meer de bekende uitbreidingsstellingen van Tietze, Dugundji en Borsuk, maar ook Bing shrinking, inverse limieten en hyperruimten. De echte basisbeginselen van de algemene topologie bevat dit hoofdstuk zeker niet: hiervoor wordt verwezen naar Appendix A.

Het korte tweede hoofdstuk is getiteld *Basic combinatorial topology* en behandelt simplices, simpliciale complexen en nerven van overdekkingen. De vaste-puntstelling van Brouwer wordt er bewezen, met behulp van het Lemma van Sperner.

Dan volgt een uitgebreid hoofdstuk 3, *Basic dimension theory*, over de dimensietheorie van separabel metrische ruimten. Naast de onderwerpen die men standaard aantreft in een boek over dimensietheorie is ook een aantal meer bijzondere resultaten opgenomen over onder meer zogenaamde indecomposable continua en over kleuringen van afbeeldingen. Apart en boeiend is ook een paragraaf met een historische beschouwing over de 'Dimensionsgrad' van Brouwer.

Hoofdstuk 4, *Basic ANR theory*, bevat als toepassing onder meer de Stelling van Curtis-Schori-West: de hyperruimte  $2^X$  van een compactum  $X$  is de Hilbert-kubus precies voor Peano continua  $X$ .

Hoofdstuk 5 is *Basic infinite-dimensional topology*, over  $Z$ -zets, capsets en absorbers. Belangrijkste toepassing met het oog op de stelling van Dobrowolski, Marciszewski en Mogilski is het resultaat dat  $B(Q)^\infty$  een  $F_{\sigma\delta}$ -absorber is.

Het laatste hoofdstuk van het boek is tevens het enige waarvan de titel niet begint met 'Basic': *Function spaces*. Het eerste deel van het hoofdstuk behandelt de relatie tussen topologische eigenschappen van  $X$  en van  $C_p(X)$ , waarbij beschrijvende aspecten centraal staan. Een eerste observatie is dat  $X$  discreet is

dan en slechts dan als  $C_p(X) = \mathbf{R}^X$ . Als  $X$  niet discreet is, dan is  $C_p(X)$  geen  $G_{\delta\sigma}$  in  $\mathbf{R}^X$ , maar  $C_p(X)$  kan wel een  $F_{\sigma\delta}$  zijn, zo leert uitschrijven van de continuïteitsdefinitie voor aftelbare metrizeerbare  $X$ . Het boek karakteriseert vervolgens de ruimten  $X$  waarvoor  $C_p(X)$  een Baire-ruimte is. De titel van de betreffende paragraaf 6.4, *The Baire property in function spaces*, wekt wel heel erg de indruk dat het hier gaat over wat op p. 520 van het boek 'the property of Baire' wordt genoemd en is dus nogal ongelukkig gekozen. Hetzelfde kan gezegd worden van de titel van paragraaf 6.5, waarin functieruimten  $C_p(X)$  onderzocht worden voor aftelbare  $X$  van een bijzondere vorm, bepaald door een vrij filter op  $\mathbf{N}$ . Deze  $X$  spelen opnieuw een belangrijke rol in de paragraaf met het centrale resultaat van Dobrowolski, Marciszewski en Mogilski. Het tweede deel van het hoofdstuk (voorafgaand aan het centrale resultaat en nog een paragraaf met voorbeelden) bevat resultaten betreffende  $\ell$ -equivalentie en  $\ell^*$ -equivalentie van functieruimten.

Het boek wordt besloten met drie appendices: de al eerder genoemde appendix met de vereiste topologische voorkennis, een appendix met oplossingen van geselecteerde opgaven en tenslotte een appendix met opmerkingen en referenties. Al met al een zeer gedegen werk, dat een beetje een kruising is tussen een leerboek en een 'research monograph'. Zo'n kruising brengt natuurlijk het risico mee dat het eindproduct als leerboek te ver gaat of als research monograph niet ver genoeg. Voor wat betreft het leerboekaspect heeft de auteur wat mij betreft dit risico niet geheel kunnen vermijden. De eerste vijf hoofdstukken bevatten een dermate grote diversiteit aan 'basics' dat het voor een student soms moeilijk zal zijn het overzicht te bewaren, de gemeenschappelijke noemer van 'Dobrowolski-Marciszewski-Mogilski' ten spijt.

De heldere expositie en een steeds goed gekozen mate van detaillering in de bewijsvoering maken echter in dit opzicht veel goed. De onderzoeker die specifiek geïnteresseerd is in functieruimten zal echter zeer gelukkig zijn met de wijze waarop in dit boek veel elders alleen verspreid voorkomende resultaten zijn opgenomen, gestructureerd en bewerkt.

A.J.M. van Engelen

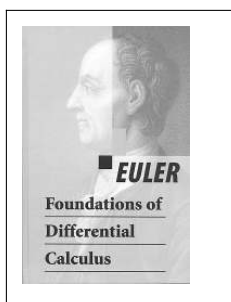
helst: een methode om de verhouding van verdwijnende toename van met elkaar samenhangende variabelen te bepalen. Hij neemt afstand van het idee van oneindig kleine hoeveelheden. Hij pleit voor toename die echt nul moeten zijn. Pas dan is de uiteindelijk verhouding bereikt. Uit het feit dat Euler hier (en in de latere hoofdstukken) zoveel aandacht besteedt aan het helemaal verdwijnen van de toename zelf, geeft aan dat dat bij andere auteurs niet vanzelf spreekt. Tot slot merkt hij op dat alles geheel binnen de zuivere analyse wordt ontwikkeld en dat er dus geen behoefte is aan meetkundige overwegingen. Het boek bevat dan ook geen enkel plaatje.

Het eerste hoofdstuk behandelt eindige differenties van diverse ordes. Verschillende voorbeelden worden uitgewerkt en uitgebouwd tot algemeen geldende patronen. Wat daarbij opvalt is het grote gemak waarmee reeksontwikkelingen voor gebroken en irrationale functies worden gebruikt. Aan het eind van dit hoofdstuk komt het omgekeerde probleem aan de orde: vind bij een gegeven differentie de functie terug. En dat Euler niet vies was van een stevige hoeveelheid rekenwerk is duidelijk te zien: er zijn bladzijden die geheel zijn gevuld door de uitwerking van slechts één expressie.

In de volgende hoofdstukken wordt alles verder uitgebouwd. Pas in hoofdstuk vijf wordt het differentiëren van functies van één variabele behandeld. En dat is wel even wennen. Euler grijpt terug op de uitdrukkingen die in hoofdstuk 1 zijn gevonden en laat hogere machten van differentiaal verdwijnen bij aanwezigheid van de eerste macht. Zo komt hij heel snel tot het bekende  $dx^n = nx^{n-1}dx$ . Negatieve en gebroken exponenten worden zonder verder commentaar onder deze rekenregel meegenomen en ook de kettingregel is bij deze notatie geen probleem. Bij de productregel verdwijnt weer de hogere orde differentiaalterm. Ook de quotiëntregel wordt geformuleerd.

Ik denk niet dat iemand door het lezen van dit boek zijn didactiek van de differentiaalrekening drastisch zal wijzigen. Maar het is wel erg boeiend om te zien hoe een grootheid uit de beginjaren van deze nieuwe techniek probeert zijn lezers mee te krijgen.

H. Bakker



L. Euler (translated by J.D. Blanton)  
**Foundations of Differential Calculus**

Berlin: Springer-Verlag, 2000

194 p., prijs € 76,95

ISBN 0-387-98534-4

**Using History to Teach Mathematics  
An International Perspective**

(MAA Notes, 51)

Washington, DC: Math. Assoc. Amer., 2000

261 p., prijs \$ 32.95

ISBN 0-88385-163-6

In 1755 publiceerde Leonhard Euler in twee delen *Institutiones calculi differentialis*. Het eerste deel, dat de eerste negen hoofdstukken beslaat, behandelt de theorie van de differentiaalrekening. Het tweede deel, dat de rest van de in totaal 27 hoofdstukken bevat, is gewijd aan de toepassingen van deze theorie. Dit boek bevat de door J.D. Blanton verzorgde engelse vertaling van het eerste deel. De vertaler merkt op dat de oorspronkelijke notatie verrassend modern is. Hij heeft dan ook maar een klein aantal aanpassingen in de presentatie aangebracht.

Euler opent met een zeer uitgebreid voorwoord, waarin hij de lezer probeert duidelijk te maken wat differentiaalrekening be-

What is this book about? Is it new? For whom is it useful? Does it seem reliable? A good buy? The title "Using History to Teach Mathematics" more or less answers the first question, but the title should be understood in a rather inclusive manner. The reader must also be prepared for texts which have nothing to do with mathematics teaching. The fifth and concluding part of the book (107 pages of a total of 273) contains articles about the history of mathematics. Several of these provide useful background knowledge for the mathematics teacher or student but they do not relate to teaching. The other four parts deal with "General ideas on the Use of History in Teaching" (three articles), "Historical Ideas and their Relationship to Pedagogy" (four articles), "Teaching a

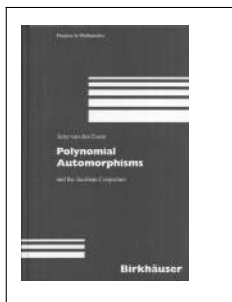
Particular Subject Using History" (five articles) and "The Use of History in Teacher Training" (three articles) and these match the title of the book better. As a whole, the volume is based on papers presented at two congresses: the 8th International Congress on Mathematical Education and the Quadrennial Meeting of the History and Pedagogy of Mathematics (HPM) study group, both held in the summer of 1996.

The discussion of novelty and usefulness ends in a balanced answer, as it usually does. The appeal of the arguments strongly depends on the audience. The specialist will recognize many themes and treatments, but these may still be new to the wider audience of teachers and mathematicians. The opening article by Siu is a good example. It is a well-designed overview in the *ABCD-style* of how one can use history in the undergraduate classroom—history provides anecdotes, broad outlines, contents, and a view on the development of mathematics. The topics and the presentation are quite well known, but for someone wanting to enrich a lecture the article may be a welcome source.

As to the selection, the coherence, and the reliability of the material, the editor could have done better. With respect to education, there is an unbalanced emphasis on the undergraduate level. Some of the articles are under the wrong heading, as is the case with "Anomalies and the Development of Mathematical Understanding" which is included under "Teaching a Particular Subject Using History", but which would be more appropriately placed under "General Ideas". Some references still point to the 1996 conference papers, whereas the articles referred to are in the book. Finally, there are a number of errors in the detail. Inconsistencies in dating are not always so small as in Ibn Sina's case, who died in 1037 (p. 167) and in 1039 (p. 79). Grugnetti gives Euler (1707-1793, p. 34) ten years more than Siu (1707-1783, p. 5). Legendre reached a respectable age (1752-1853, p. 80) or should we believe that he died in 1833 (p. 204)? The top is Clifford, with dates (184-1879, p. 207). With a name index maybe some of these errors could have been avoided.

Positive aspects with which to conclude are the sound multicultural balance, the wide historical and mathematical variation of the topics discussed, and the accessibility of most of the articles.

J. van Maanen



A. van den Essen  
**Polynomial Automorphisms  
 and the Jacobian Conjecture**  
*(Progress in Mathematics, 190)*  
 Basel: Birkhäuser, 2000  
 329 p., prijs €73,-  
 ISBN 3-7643-6350-9

Er zijn talrijke beruchte open problemen die met de algebraïsche automorfismengroep van de affiene ruimte te maken hebben. Men zou kunnen beweren dat de affiene ruimte de meest gecompliceerde affiene variëteit is. Het is bijvoorbeeld zeer moeilijk om te beslissen of een affiene variëteit isomorf is met de affiene ruimte. Voor  $n \leq 2$  kan men  $\mathbf{C}^n$  min of meer topologisch karakteriseren, maar voor  $n \geq 3$  bestaan er exotische algebraïsche structuren. In section 9.4 beschrijft Van den Essen het volgende voorbeeld van

Russell. Het hyperoppervlak  $x + x^2y + z^2 + t^3 = 0$  is diffeomorf met  $\mathbf{R}^6$ , maar is niet algebraïsch isomorf met  $\mathbf{C}^3$ .

De affiene ruimte is zo moeilijk omdat de automorfismengroep van de affiene ruimte zo ingewikkeld is. Naast lineaire en affiene transformaties, bestaan er ook andere inverteerbare polynomiale afbeeldingen. Bijvoorbeeld, wanneer  $a_i \in \mathbf{C}^*$  en  $f_i(X_{i+1}, \dots, X_n)$  een polynoom is in de variabelen  $X_{i+1}, \dots, X_n$  voor alle  $i$ , dan definieert

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_{n-1} \\ X_n \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} a_1 X_1 + f_1(X_2, X_3, \dots, X_n) \\ a_2 X_2 + f_2(X_3, \dots, X_n) \\ \vdots \\ a_{n-1} X_{n-1} + f_{n-1}(X_n) \\ a_n X_n + f_n \end{pmatrix}$$

een zogenaamde *Jonquièrre* transformatie. Automorfismen die liggen in de groep voortgebracht door de Jonquièrres en de lineaire automorfismen heten *tam*. Voor  $n = 1$  zijn alle automorfismen gegeven door een niet constante lineaire functie. In section 5.1 wordt een stelling van Jung en Van der Kulk bewezen die zegt dat alle automorfismen voor  $n = 2$  tam zijn. Voor  $n = 3$  is er het volgende voorbeeld van Nagata

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} X - 2(XZ + Y^2)Y - (XZ + Y^2)^2 Z \\ Y + (XZ + Y^2)Z \\ Z \end{pmatrix}.$$

Men vermoedt dat dit automorfisme niet tam is, maar tot nu toe is niemand erin geslaagd dit te bewijzen. (In een preprint bewijzen Shestakov en Umirbaev dat Nagata's voorbeeld niet tam is. Voor zover ik weet is dit manuscript nog niet helemaal geverifieerd en nog niet gepubliceerd.) Dit voorbeeld komt uit Appendix F. In deze appendix worden diverse voorbeelden en tegenvoorbeelden opgesomd. Zo'n lijst is handig, omdat een tegenvoorbeeld voor een vermoeden vaak ook gebruikt kan worden om een ander vermoeden te weerleggen.

Een polynomiale afbeelding  $F = (f_1, f_2, \dots, f_n)$  met  $f_i \in \mathbf{C}[X_1, \dots, X_n]$  voor alle  $i$  heet inverteerbaar wanneer er een andere polynomiale afbeelding  $G = (g_1, \dots, g_n)$  bestaat zodat de composities  $G \circ F$  en  $F \circ G$  de identiteit zijn. Het meest beruchte vermoeden in dit gebied van polynomiale automorfismen is het zogenaamde *Jacobi vermoeden*. Stel dat  $F = (f_1, f_2, \dots, f_n) : \mathbf{C}^n \rightarrow \mathbf{C}^n$  een polynomiale afbeelding is. Het Jacobi vermoeden zegt dat  $F$  inverteerbaar is wanneer de Jacobi determinant

$$JF := \det \left( \frac{\partial f_i}{\partial X_j} \right)_{i,j}$$

constant en ongelijk 0 is (De omgekeerde implicatie is een eenvoudige opgave.) Het Jacobi vermoeden werd door Steven Smale genoemd als een van de problemen voor dit millennium. Het Jacobi vermoeden werd voor het eerst geformuleerd door Keller in 1939 en is voor  $n \geq 2$  nog steeds open. Een belangrijke techniek is de reductie tot eenvoudigere polynomiale afbeeldingen. Bijvoorbeeld, het is genoeg om het Jacobi vermoeden te bewijzen voor alle  $n$  en alle polynomiale afbeeldingen in de Druzkowski vorm:

$$\begin{aligned} f_1 &= X_1 + (a_{1,1}X_1 + a_{1,2}X_2 + \dots + a_{1,n}X_n)^3 \\ &\vdots \\ f_n &= X_n + (a_{n,1}X_1 + a_{n,2}X_2 + \dots + a_{n,n}X_n)^3. \end{aligned}$$

Er zijn eigenlijk geen boeken op het gebied van polynomiale automorfismen. Dit boek zal dan waarschijnlijk ook meteen een standaardwerk worden. Het aardige is dat een groot aantal resultaten in dit boek bijeen gebracht is. Bijvoorbeeld zijn vele eenvoudige eigenschappen van polynomiale afbeeldingen en lokaal nilpotente derivaties eindelijk in een boek opgeschreven. Daarnaast bevat het boek ook de bewijzen van een aantal belangrijke en soms diepe stellingen, zoals het Markus-Yamabe vermoeden en het LaSalle probleem voor dynamische systemen in dimensie 2 (en tegenvoorbeelden voor dimensie  $\geq 3$ ), Robert's tegenvoorbeeld voor Hilbert's veertiende probleem, en de Abhyankar-Moh stelling, die zegt dat wanneer  $f(t)$  en  $g(t)$  twee polynomen zijn zodat  $\mathbb{C}[t] = \mathbb{C}[f(t), g(t)]$ , dan is de graad van  $f$  een deler van de graad van  $g$  of omgekeerd.

Het boek geeft een zeer compleet overzicht van alle resultaten op het gebied van polynomiale automorfismen. Voor onderzoekers op dit gebied, de zogenaamde "Jacobianen", is dit boek een handig naslagwerk met een grote bibliografie. Het boek is ook zeer geschikt voor jonge onderzoekers die zich willen oriënteren op dit gebied. Er is een groot aantal oefeningen. In de appendix worden resultaten van algebra, algebraïsche meetkunde,  $D$ -modulen en Gröbner bases behandeld, zodat het boek op zichzelf gelezen kan worden.

H. Derksen

### History in Mathematics Education An ICMI Study

(New ICMI Study Series, 6)

Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000

450 p., prijs €173,50

ISBN 0-7923-6399-X

*History in Mathematics Education*: een monumentaal werk, maar met een zwart randje. Het mag beschouwd worden als de kroon op het werk van John Fauvel, die het samen met Jan van Maanen redigeerde. Maar tegelijk was het een voortijdig sluitstuk van zijn oeuvre. Kort na het verschijnen overleed Fauvel op 53-jarige leeftijd. Hij was een inspirerend voortrekker van een wereldomspannende studiegroep van geschiedenis in het wiskundeonderwijs, zoals onder meer blijkt uit de reacties op zijn overlijden in de nieuwsbrief van de groep. Onder auspiciën van deze studiegroep kwam *History in Mathematics Education* tot stand. Fauvel en Van Maanen, beiden voormalig voorzitter, schreven het discussiestuk voor een studieconferentie die in 1998 in het Franse Luminy gehouden werd. Deelnemers met uiteenlopende achtergronden schreven in elf werkgroepen evenzovele hoofdstukken. *History in Mathematics Education* belicht vanuit diverse invalshoeken heden, wat verleden en ideeën voor de toekomst van het gebied. Het collectieve karakter is zichtbaar in een sporadische overlap in algemene beschouwingen. Samenhang en volledigheid overheersen echter en komen tot uiting in een bijzonder element: de samenvattingen van de hoofdstukken vormen een lopend betoog dat als zodanig in de inleiding te vinden is. De studie toont de bijzondere waarde van geschiedenis voor het wiskundeonderwijs door een veelheid aan materiaal bijeen te brengen. Onderwijzenden en onderwijsontwikkelaars van basisonderwijs tot aan lerarenopleidingen kunnen er hun voordeel mee doen. De ruimte voor deze bespreking is te krap om de inhoud van het werk in meer dan

grote lijnen weer te geven. Naast een inventarisatie van de stand van zaken in het gebruik van geschiedenis en onderzoek daarvan, beslaat het grootste deel concrete voorbeelden en ideeën en analytische perspectieven daarop. Geschiedenis kan op diverse manieren ingezet worden in het wiskundeonderwijs, van het larderen met anekdotes tot aan het gebruik van originele teksten en voorwerpen. Daarmee kunnen diverse (wiskundig-)didactische doelen bereikt worden, van het vergroten van inzicht in concepten en formalismen tot aan reflectie op de culturele waarde van wiskunde. Wat betreft de behandeling van al deze thema's zijn wat mij betreft de latere hoofdstukken in het boek van de hoogste kwaliteit: concrete voorbeelden en heldere, ter zake beschouwingen. Een boek als dit laat zich moeilijk van kaft tot kaft lezen. Hoe te beginnen? De docent zal vanuit het voorbeeldmateriaal van hoofdstukken 8 en 9 naar de — uitstekende — didactische analyse van hoofdstuk 7 willen werken en van daaruit verder naar buiten naar de meer beschouwende hoofdstukken. De beleidsmaker begint bij de openingshoofdstukken over beleid en praktijk en over de programmatische context. Maar ook de gemiddelde lezer van het *Nieuw Archief*, wat verder van het onderwijsveld, zou *History in Mathematics Education* moeten naslaan. In het omstandige pleidooi voor de waarde van de geschiedenis voor de wiskundige vorming nodigt het uit tot een leerzame overdenking van de wiskunde.

F.J. Dijksterhuis

H. Derksen, G. Kemper

### Computational Invariant Theory

(Encyclopaedia of Mathematical Sciences, 130)

Berlin: Springer-Verlag, 2002

268 p., prijs €84,95

ISBN 3-540-43476-3

Invariant Theory has had a mixed history. Its early history is firmly rooted in the late 19th century: this period of *Classical Invariant Theory* culminated in two major papers of David Hilbert, in which he first proved key finiteness theorems concerning invariant rings for classical groups, and then (in answer to criticism from some of his contemporaries) provided constructive methods for determining all invariants for the special and general linear groups. So from the early days, computational methods have been an important part of invariant theory.

After Hilbert, the theory rather went out of fashion, with a feeling that the major problems in the field had been solved and there was nothing interesting left to be said on the subject. Two factors have been instrumental in reviving interest in invariants since the middle of the 20th century: on the one hand, the rise of commutative algebra and algebraic geometry; and on the other, the growing development of computer algebra systems. By now there is a long list of books, articles and lecture notes on modern and classical invariant theory, computational and theoretical, alongside the wider literature on computational commutative algebra. Of these, there is only one which concentrates on algorithmic aspects: Sturmfels's *Algorithms in Invariant Theory* (Springer 1993). The authors of the book under review are careful to explain in the Introduction how their book differs from that of Sturmfels: appearing nine years later, there is new material which has been developed over that period; there is more here about modular invariant theory; and less on classical invariant theory.

I found this book to be very impressive in its scope, accessibility and the quality of writing. Prerequisites are minimal: even basic techniques from computational commutative algebra (Gröbner basis and related algorithms) are explained fully in Chapter 1, though for some of the proofs of this material, the reader is referred to one of the many other excellent books on the subject; and there is an Appendix on Linear Algebraic Groups. The second chapter introduces the main concepts of invariant theory itself, with sections on Reductive Groups, Cohen-Macaulay properties and Hilbert series.

Having set the algorithmic and theoretical groundwork, the heart of the book is in Chapters 3 and 4, which concern the invariant theory of finite groups and then reductive groups. The finite groups chapter complements the books of Benson (1993) and Smith (1995), which give theoretical treatments, by concentrating on computational aspects. Useful information is included on computer algebra packages in which the algorithms described here are implemented (and indeed, on which they have been developed). The second author (Kemper) has played a major part in two of these implementations, the INVAR package for Maple, and the MAGMA invariants package.

Chapter 4, on invariants for Reductive Groups, includes as a special case such classical situations as  $SL_2$  acting on binary forms, but also many other generalizations such as  $SL_n$ ,  $GL_n$ , tori. There is a treatment of Hilbert series, Molien's formula and generalizations, and various results, old and new, on degree bounds for invariants. This material is all illustrated with worked examples and contains full references to the literature.

The last chapter is on applications of invariant theory, with no less than ten fairly short sections on applications from finite group cohomology through coding theory to computer vision. There can be few readers, even amongst those with some prior knowledge of invariant theory, for whom several of these applications will not be new and impressive. One omitted topic is projective geometry, which was covered in the book of Sturmfels (op. cit.). Naturally, none of the applications is covered in great depth, but there is enough here to give a flavour of each, and plenty of references for further reading.

Those wishing to obtain a fuller introduction than the brief summary contained in this review are strongly recommended to read for themselves both the five-page Introduction, and also the chapter on applications. In summary, this beautifully produced book is highly recommended both for experts in invariant theory and newcomers to the field.

J.E. Cremona

A. Baker

### Matrix Groups

#### An Introduction to Lie Group Theory

(Springer Undergraduate Mathematics Series)

Berlin: Springer-Verlag, 2002

330 p., prijs €35,-

ISBN 1-85233-470-3

Lie-groepen zijn gladde variëteiten zodanig dat de groepsbewerkingen gladde afbeeldingen zijn. Een belangrijke klasse van voorbeelden zijn matrixgroepen, zoals  $GL(n, \mathbf{R})$ , de groep van inverteerbare  $n \times n$ -matrices met reële matrixcoëfficiënten,  $GL(n, \mathbf{C})$ , de groep van inverteerbare  $n \times n$ -matrices met complexe ma-

trixcoëfficiënten, en ondergroepen, zoals  $SL(n, \mathbf{R})$ , respectievelijk  $SL(n, \mathbf{C})$ , de ondergroep van matrices van determinant 1. Andere voorbeelden zijn de ondergroepen van orthogonale matrices of unitaire matrices. In feite kan heel wat theorie worden ontwikkeld aan de hand van matrixgroepen zonder (al te veel) differentiaalmeetkunde te gebruiken. De raakruimte in de eenheid van een Lie-groep heet een Lie algebra. Dit is een lineaire deelruimte van de ruimte van alle matrices, en bijvoorbeeld voor  $SL(n, \mathbf{R})$  vinden we de matrices van spoor 0. Een aantal aspecten van een Lie-groep, zoals ontbindingen en representaties, kan worden bestudeerd aan de hand van corresponderende afgeleide begrippen in de Lie-algebra en de exponentiële functie van de Lie algebra naar de Lie-groep.

In dit boek worden veel van deze matrixgroepen expliciet beschreven, tezamen met de bijbehorende Lie-algebras. Ook worden er enkele voorbeelden van homogene ruimtes gegeven, en worden samenhangs- en overdekkingseigenschappen van bepaalde matrixgroepen beschreven. In de laatste hoofdstukken wordt de classificatie van compacte simpele Lie-groepen gegeven aan de hand van Dynkin-diagrammen. In het algemeen is de stijl elementair, ofschoon niet altijd even duidelijk is wat als voorkennis wordt verondersteld. De overgang naar de laatste hoofdstukken is waarschijnlijk te hoog gegrepen voor de doelgroep. Er wordt dan overgeschakeld naar een hoger tempo, en niet alle beweringen krijgen een bewijs.

De ondertitel van het boek suggereert dat dit boek als een introductie naar Lie-groepentheorie moet worden gezien. Naar mijn mening slaat het boek hier de plank mis. Het is bijvoorbeeld verbazingwekkend dat bij de belangrijke exponentiële afbeelding niet de Baker-Campbell-Hausdorff formule wordt behandeld. Ook een aanzet van de representatietheorie van Lie-groepen ontbreekt volledig, alsmede integratie op Lie-groepen. Belangrijke ontbindingen, zoals de Iwasawa-, de Cartan-, en de Bruhat-ontbinding, worden niet of nauwelijks genoemd, terwijl dat voor de matrixgroepen expliciet uit te werken is.

Voor de lezer die de theorie van Lie-groepen en resultaten van de representatietheorie wil leren, zijn betere bronnen beschikbaar, zoals *Lie Groups, Lie Algebras, and Their Representations* van Varadarajan, of, meer recent, *Lie Theory* van Duistermaat en Kolk. Het boek *Lie Groups: An Introduction through Linear Groups* van Rossmann heeft eenzelfde aanpak via matrixgroepen, en slaagt daarin veel beter.

E. Koelink

M. Kreuzer, L. Robbiano

### Computational Commutative Algebra 1

Berlin: Springer-Verlag, 2000

321 p., prijs €40,-

ISBN: 3-540-67733-X

Dit boek kan ik direct aanbevelen voor iedereen die met zelfstudie dit onderwerp wil bestuderen. De lange inleidingen, persoonlijke schrijfwijze en de citaten aan het begin van elke paragraaf geven je het gevoel dat de schrijvers persoonlijk tegen je praten. Daarnaast geven de schrijvers zelf al aan dat ze het belangrijk vinden dat elke stelling, lemma en propositie in het boek zelf bewezen wordt. Naast de theorie wordt er ook ruim aandacht besteed aan oefening met de stof. Naast een behoorlijk aantal opgaven staan er bij elke paragraaf zogenaamde *tutorials*: een serie vragen over een

onderwerp die uiteindelijk leidt tot het implementeren van een algoritme. Het is voor het inzicht heel nuttig om niet alleen met de theorie bezig te zijn, maar ook deze programmeeroefeningen te doen. Het geeft overigens wel een behoorlijk grote studielast als je ze allemaal zou willen maken.

Ook als boek bij een college is het om dezelfde redenen geschikt. Het dekt de standaardstof voor een inleidend college commutatieve algebra en er is goed nagedacht over de opbouw en over de keuzes die gemaakt zijn.

Als naslagwerk is het minder aan te bevelen, door het grote aantal opgaven en tutorials en de uitgebreide inleidingen is het veel geschikter om van voor naar achter te lezen dan om er even iets in op te zoeken. Al heeft het boek wel een uitgebreide index en zijn de basisbegrippen vlot terug te vinden.

De positiefste punten aan het boek vind ik dat de schrijvers uitgebreid vertellen welke overwegingen er genomen zijn bij het schrijven van een hoofdstuk en waarom bepaalde keuzes gemaakt zijn plus de persoonlijke sfeer die er opgeroepen wordt. Negatieve punten heb ik niet kunnen vinden. Wel wil ik opmerken dat er redelijk veel aandacht besteed wordt aan het feit dat de tutorials allemaal gemaakt kunnen worden in CoCoA. Zelf zou ik de opgaven maken met een computeralgebrapakket dat ik toch al ken. Maar, voor mensen die nog niet eerder met een computeralgebrapakket gewerkt hebben is het noemen van een specifiek programma (CoCoA) en de uitleg hierover misschien wel nuttig.

M. Honsbeek

H. McKean, V. Moll

### Elliptic Curves

#### Function Theory, Geometry, Arithmetic

Cambridge: Cambridge University Press, 1999

294 p., prijs £22,-

ISBN 0-521-658179

The authors introduce the reader in a very attractive way to the beautiful world of elliptic curves and of the corresponding elliptic integrals and elliptic functions. This rewarding subject combines three fundamental areas of mathematics: function theory, geometry and arithmetic. The book is the well-formed fruit of twenty-five years of teaching by the authors. With an easy mind the reviewer can recommend this book to those who want to become acquainted with the subject and to those who look for a book which can serve as guide for a course on the subject.

After a preparatory chapter, which deals with fractional linear substitutions, projective curves, Riemann surfaces and coverings, the authors introduce elliptic integrals and elliptic functions in chapter 2. The next chapter treats Jacobi's theta functions and then a chapter on the modular group and modular functions follows. Chapter 5 which deals with the icosahedron and quintic equations is followed by a chapter on class fields of imaginary quadratic number fields. In the last chapter the reader is introduced to the arithmetic of elliptic curves by means of the Mordell-Weil-theorem on the rational points of elliptic curves.

To make the reader familiar with the subject matter, the text contains approximately three hundred well chosen exercises. More than twelve pages with references conclude the book.

The exemplary way in which *Elliptic Curves* is written, made reviewing a pleasure.

M. van der Vlugt

Wu Wen-tsun

### Mathematics Mechanization

#### Mechanical Geometry Theorem-Proving, Mechanical Geometry Problem-Solving, and Polynomial Equations-Solving

(Mathematics and its Applications, 489)

Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 2001

420 p., prijs €190,-

ISBN 0-7923-5835-X

Wu Wen-Tsun, the author of this book, is a well-known name in computer algebra. He is the honorary director of the Mathematics Mechanization Research Center in Beijing. The characteristic sets he introduced have played an important role in the development of computer algebra. In this book, he describes these and related results and places them in a historical context.

Part I (chapters 1 and 2) of the book is about historical mathematical developments in China. I encourage anyone to read this part, and to read it from the beginning to the end (do not skip any sections, in particular you need the vocabulary introduced in section 1.1). I greatly enjoyed reading this part. The author brings to life the thoughts of mathematicians that lived long ago and far away from the Western world.

Part I also explains the author's motivation to follow the tradition of ancient Chinese mathematics, which aimed at solving real problems in a mechanical way with a 'Shu', what we now would call a formula or an algorithm. Mathematics mechanization or computer algebra fits well in this tradition.

Part II consists of chapters 3, 4 and 5. Mathematical notations are not always standard but it did not take long to get used to this. However, I do think that formulas would have looked better if the book had been typeset with  $\TeX$  or  $\LaTeX$ .

In chapter 3 the author introduces extended points (I like extended points and I wonder why they are not more popular), ascending sets, basic sets, characteristic sets. The Char-Set algorithm on page 101 is very elegant. Given a set of polynomial equations, the Char-Set algorithm produces an ascending set called characteristic set. The solutions of the original set of equations generically match solutions of the characteristic set, more precisely, they match outside the set of solutions of initials (leading coefficients). To give a complete description of the solutions, a collection of ascending sets, called the characteristic series, is introduced. The presentation is clear, this is a good text for learning the characteristic sets method.

For (mechanical or traditional) geometry theorem proving, the author notes in chapter 2 that one not only has to consider the generic case but degenerate cases as well. This closely matches the situation of a characteristic series where the generic solutions are given by one ascending set, and the degenerate solutions with a sequence of additional ascending sets.

Chapter 4 discusses the 'well behaved basis' of a polynomial ideal, which has properties similar to Groebner basis, but is constructed in a different way, following results of Riquier and Janet.

Section 4.5 discusses the problem of factorization of multivariate polynomials. This problem is reduced to a computationally far more expensive problem, namely polynomial system solving. This is very strange because more efficient methods for multivariate factorization based on Hensel lifting are well known.

Chapter 5 discusses some topics in algebraic geometry, like the

Chow form, Chern classes and quasi-varieties. The latter objects are natural to consider in this book's context; the description of a variety by means of a characteristic series in chapter 3 was also of this form. Theorem 4.1 says that the projection of a quasi-variety is again a quasi-variety that can be determined algorithmically.

Part III (chapters 6, 7, 8) is on applications and examples. Section 6.1 discusses polynomial system solving and a few methods are discussed to reduce the expression swell in the computation. Inexact coefficients are discussed in section 6.2 but it is not clear if this leads to a practical algorithm. The remaining sections, as well as chapters 7 and 8, give examples of applications.

Chapter 7 discusses applications to geometry theorem proving. This is an area where the characteristic sets method has been particularly successful. In fact, the author introduced the characteristic sets method in his 1978 paper precisely for this purpose. The author credits Hilbert, Descartes, Tarski, the ancient Chinese, and others for contributions to mechanical geometry theorem proving. However, the author himself deserves much credit for his discovery that mechanical theorem proving can really be done in practice. This was a major and very influential discovery that sparked a lot of interest in polynomial system solving and in computer algebra in general. In this book this work is placed in a historical context.

M. van Hoeij

R. Kiehl, R. Weissauer

### Weil Conjectures, Perverse Sheaves and $l$ -adic Fourier Transform

(*Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete 3. Folge, 42*), Berlin: Springer-Verlag, 2001, 375 p., prijs €105,- ISBN 3-540-41457-6

Laten we beginnen met een korte uitleg van de woorden in de titel. De Weilvermoedens, tegenwoordig stellingen, betreffen eigenschappen van de aantallen punten van algebraïsche variëteiten over eindige lichamen, gecodeerd als eenvoudige uitspraken omtrent genererende machtreeksen ( $\zeta$ - en  $L$ -functies). Perverse schoven zijn geen schoven maar complexen daarvan, gebruikt onder andere voor Poincaré dualiteit op singuliere variëteiten, en analoog aan reguliere holonome  $D$ -modulen. De  $l$ -adische Fouriertransformatie is een operatie op complexen van  $l$ -adische schoven op de affiene lijn, analoog aan de gebruikelijke transformatie op functies.

Het te bespreken boek is een vervolg op *Etale cohomology and the Weil conjecture*, geschreven door Freitag en Kiehl (Springer-Verlag, 1988), dat een overzicht geeft van étale cohomologie (Grothendieck, Artin, Verdier, en anderen), en het bewijs van de Weilvermoedens (Grothendieck, Deligne), eindigend met het beroemde artikel *Weil I* van Deligne (1974).

Dit vervolg gaat uit van het standpunt dat het natuurlijk kader voor Deligne's algemene theorie van gewichten (*Weil II*, 1980) gegeven wordt door de theorieën van  $l$ -adische Fouriertransformatie (Deligne, Laumon) en perverse schoven (Beilinson, Bernstein, Deligne, Gabber). Hoofdstuk 1 geeft een bewijs van de gegeneraliseerde Weilvermoedens, naar Deligne en Laumon. Hoofdstuk 2 behandelt de technische gereedschappen (afgeleide categorieën,  $t$ -structuren, dualiteit) voor hoofdstuk 3 (perverse schoven). Hoofdstuk 4 bevat een bewijs van "Hard Lefschetz"

dat gebruik maakt van de Brylinski-Radon-transformatie. Hoofdstuk 5 geeft toepassingen op goniometrische sommen. Het lange hoofdstuk 6 (70 pagina's) beschrijft verschillende constructies van Springers (onze landgenoot!) representaties van Weyl-groepen.

Het boek bevat geen nieuwe resultaten, maar geeft een goed en zeer nuttig overzicht van de behandelde stof, die uitstekend als inleiding tot deze materie kan dienen. In een eventuele volgende uitgave zouden de auteurs of de uitgever er goed aan doen de tekstopmaak te verbeteren: tekst in formules is consequent niet als zodanig gezet, en zelfs in de titel zit een storende fout.

B. Edixhoven

### Topics on Riemann Surfaces and Fuchsian Groups

(*London Mathematical Society Lecture Note Series, 287*)

Cambridge: Cambridge University Press, 2001

177 p., prijs £24,95

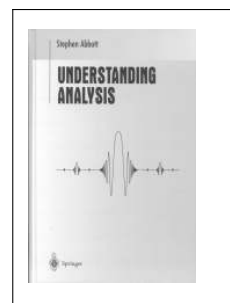
ISBN 0-521-00350-4

Volgens het voorwoord zijn de artikelen in deze band gebaseerd op voordrachten op een conferentie die in 1998 in Madrid werd gehouden. Het niveau van de conferentie was 'instructional'. De meeste bijdragen geven een inleiding tot een bepaald onderwerp, zonder precieze bewijzen. Onder de onderwerpen die aan bod komen zijn Fuchs-groepen, Belyi functies en moduli van reële krommen.

Sommige bijdragen zijn heel aardig, al zou men naar mijn smaak wat scheutiger mogen zijn met verwijzingen naar de literatuur. Over de hele linie kan dit boek me echter maar matig boeien. Van sommige bijdragen vraag je je af wat de motivatie is. Zo is er een artikel over het verband tussen compacte Riemann oppervlakken en functielichamen. Behalve dat er een expliciet voorbeeld wordt doorgerekend heeft dit niets toe te voegen aan wat al in vele tekstboeken te vinden is.

Eveneens teleurstellend vond ik het artikel over het Schottky-probleem. Dit is een fascinerend onderwerp, waar uitstekende literatuur over is (Beauville, Van der Geer, en anderen). De auteur, R. Silhol, beperkt de discussie tot krommen van geslacht  $\leq 4$  en slaagt er niet in om enthousiasme voor dit onderwerp over te brengen. Dan kun je beter Mumfords *Curves and their Jacobians* lezen.

B. Moonen



S.D. Abbott

### Understanding Analysis

(*Undergraduate Texts in Mathematics*)

Berlin: Springer-Verlag, 2001

257 p., prijs €49,95

ISBN 0-387-95060-5

Het te bespreken boek is bedoeld als een inleiding tot de reële analyse; het zou gebruikt kunnen worden bij een cursus van één semester. Meer voorkennis dan calculus van één variabele is niet vereist. De acht hoofdstukken heten achtereenvolgens: de reële getallen, rijen en reeksen, eenvoudige topologie op  $\mathbf{R}$ , limieten en

continuïteit, de afgeleide functie, rijen en reeksen van functies, de Riemann-integraal en 'overige onderwerpen'.

De opzet van het boek is ietwat ongebruikelijk. Ieder hoofdstuk begint met een paragraaf waarin middels voorbeelden en vragen (gelardeerd met geschiedenis) alvast wat gevoel voor het probleem gekweekt wordt, zonder direct aan de slag te gaan met stellingen en bewijzen. Deze volgen later, vergezeld van opgaven. Als afsluiting volgt steeds een epiloog, waarin de zojuist ontwikkelde theorie nog eens wordt samengevat. Vaak worden hier nog andere resultaten in dezelfde richting vermeld, om te laten zien wat er wel en niet kan.

De doelgroep van de schrijver is dan ook de student "die wil weten hoe het verhaaltje afloopt". Nieuwsgierigheid opwekken, de lezer uitdagen, wiskundige intuïtie verbeteren: mijns inziens is dit zeer goed gelukt.

Ook voor de student die op zoek is naar een onderwerp voor een werkstuk is er genoeg te vinden. Bevat de Cantorverzameling irrationele getallen? Is iedere oneindig vaak differentieerbare functie limiet van een Taylor reeks? Bestaan er continue functies die nergens differentieerbaar zijn? Dit zijn nog maar enkele voorbeelden van vele.

Het enige minpuntje dat ik kon ontdekken, is een paragraaf in het laatste hoofdstuk waarin de gegeneraliseerde Riemann-integraal besproken wordt. Deze heeft voordelen ten opzichte van de Lebesgue-integraal (die in het boek amper besproken wordt), maar dit is niet relevant voor de beginnende student. En daar was het boek nu juist voor geschreven. Mijn advies: gewoon dat stukje overslaan.

Al met al is het een prachtig boek. Mocht U nog op zoek zijn naar een boek voor een cursus reële analyse: zoek niet verder. Uw studenten zullen U dankbaar zijn.

O. Lemmers

T.A. Driscoll, L.N. Trefethen

### Schwarz-Christoffel Mapping

(Cambridge Monographs on Applied and Computational Mathematics)

Cambridge: Cambridge University Press, 2002

132 p., prijs £30,-

ISBN 0-521-80726-3

In 1867 publiceerde E.B. Christoffel in een artikel over stationaire temperatuurverdeling op vlakke geleiders, de volgende opmerkelijke stelling.

Zij  $f$  een conforme afbeelding van het bovenhalfvlak op een veelhoek; dan is de afgeleide van de logaritme van de afgeleide van  $f$  (d.w.z. het quotiënt van de tweede en de eerste afgeleide van  $f$ ), een rationale functie met enkelvoudige polen die liggen in de originelen onder  $f$  van de hoekpunten van die veelhoek.

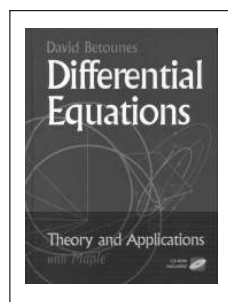
Onafhankelijk van Christoffel bewees A.H. Schwarz enige tijd later (en op een andere manier) hetzelfde resultaat. De door Schwarz gevolgde methode is in veel leerboeken over functietheorie te vinden. Ondanks het feit dat Christoffel eerder was dan Schwarz wordt tegenwoordig steeds over Schwarz-Christoffel afbeeldingen gesproken. In de achter ons liggende honderddertig jaar zijn er veel variaties van en generalisaties op dit thema bedacht. (Afbeeldingen van de schijf of van een strook of van een rechthoek op een veelhoek; afbeeldingen op een deel van het vlak begrensd door cirkelbogen of nog algemenere krommen). Het door Schwarz in verband met dit probleem ontwikkelde spie-

gelingsprincipe is een eigen leven gaan leiden en heeft zeer veel toepassingen gevonden.

Door de resultaten van Christoffel en Schwarz is het bepalen van conforme afbeeldingen op veelhoeken teruggebracht tot het bepalen van integralen van producten van zekere machten van functies van de vorm  $z \mapsto (z - a)$ ; het probleem hierbij is dat de parameters  $a$  niet vrij te kiezen zijn. Het zijn zoals eerder opgemerkt, de originelen van de hoekpunten van de veelhoek. Het berekenen van de parameters is het onderwerp van dit boek. Trefethen heeft gedurende de afgelopen jaren belangrijke bijdragen geleverd bij het ontwikkelen van numerieke methoden om bij voorgeschreven veelhoeken de parameters te bepalen.

De auteurs stippen de complicaties aan die kunnen optreden bij die berekeningen, en zij geven software pakketten waar ieder zelf mee aan de slag kan gaan. Voor wiskundigen is het een beetje onbevredigend dat slechts oppervlakkig aandacht besteed wordt aan zowel de complexe functietheorie als de numerieke wiskunde. Het boekje krijgt zo het karakter van een receptenbundel. In de tekst staan zeer veel zeer goed verzorgde figuren die zoals de schrijvers met nadruk vermelden, allemaal 'quantitatively correct' zijn. Al met al denk ik dat de schrijvers zich in de eerste plaats richten tot gebruikers van concrete conforme afbeeldingen. Voor die groep lijkt dit boek mij erg nuttig.

R.A. Kortram



D. Betounes

### Differential Equations Theory and Applications, with Maple

Berlin: Springer-Verlag, 2001

680 p. (met cd-rom), prijs €84,95

ISBN 0-387-95140-7

Dit boek behandelt de beginselen van de theorie van differentiaalvergelijkingen. Meest opvallend is dat een cd-rom is bijgeleverd met Maple worksheets. De meeste theorie in het boek is standaard, zoals de existentie en de uniciteit van de 'flow', linearisatie van differentiaalvergelijkingen, Liapunov-functies, et cetera. Deze theorie is ook uitstekend weergegeven in het boek *Differential equations, dynamical systems and linear algebra* van Hirsch en Smale. Het verschil met dit boek zit hem vooral in de laatste hoofdstukken, waarin integreerbare systemen, Newtoniaanse mechanica en Hamiltoniaanse systemen uitgebreid worden behandeld.

Het boek is erg ruim van opzet, en lijkt vooral geschikt als cursusboek voor natuurkundigen. Het boek bevat volledige bewijzen van alle stellingen, en verder veel voorbeelden en opgaven. Mensen die houden van een iets beknoptere tekst, met iets meer diepgang zullen waarschijnlijk het bovengenoemde boek van Hirsch en Smale meer waarderen.

De cd-rom met Maple worksheets is gemaakt voor Maple 5 en 6, en werkt ook prima in Maple 7. De worksheets zijn mooi opgezet, met veel uitleg, en alle programmaatjes zijn zichtbaar en te veranderen. Met deze cd-rom kunnen studenten snel een beetje wegwijs raken in Maple. Voor een practicum is hij echter niet geschikt, want alle voorbeelden zijn volledig uitgewerkt. De cd kan hooguit gebruikt worden als een startpunt voor een practicum, waarbij de docent aanvullende opgaven maakt.

M. Berkenbosch



## Numerical Analysis 2000 Volume 1 to 7

Amsterdam: Elsevier, 2000-2001

3.500 p., prijs €472,-

ISBN 0-444-50686-1

The first time that I heard about the idea to publish a multi-volume series of books covering the most important developments in the field of Numerical Analysis (starting with the 1928 paper by Courant, Friedrichs and Lewy) must have been in autumn 1999. Thinking about that now, I am impressed that such an ambitious project was, on the one hand, still in a preliminary stage in autumn 1999, whilst on the other hand completed in March 2001.

A project with the title *Numerical Analysis 2000* can rightfully be called ambitious. Maybe it should also be called impossible: no series of books pretending to cover the developments of an entire area in mathematics is likely to get the support of the entire community belonging to that area. Subject to personal taste and unpredictable trends and irks, choices need to be made by a relatively small number of people.

The editors identified seven main subfields for their volumes: Approximation Theory, Interpolation and Extrapolation, Linear Algebra, Nonlinear Equations and Optimization, Quadrature and Orthogonal Polynomials, Ordinary Differential and Integral Equations, and Partial Differential Equations. Indeed, virtually every paper in numerical analysis can, maybe with some re-interpretation, be classified in one of those categories. But, how to fill the separate volumes with a content that seems right to most of the people working in the field? One can choose for different styles, for example monographs, reviews, or even, relatively safely and simply, for reprinting papers that have proved their impact already and intertwining those with historical comments.

The editors chose to have both historical papers and survey papers as well as papers containing recent advances. This makes a rather awkward mix.

Having said the above, I will now state some points of criticism, or rather opinions, of which I admit they are rather personal, but which might be shared by others:

The editors should have opted for historical and survey papers only, about subfields that have proved their relevance. New research papers, and particularly those that will appear truly original and relevant in the end, might find a wider and more appreciative audience in high quality, high impact journals rather than hidden in a series in which the average reader may not expect them.

The editors could have taken more time to think about the actual contents of the volumes. One needs distance to appreciate the real value of things, and the twentieth century is not bound to run away.

With these comments I express my opinion that I feel that as a series, or better as a work of reference, the project has failed. Moreover, the claim that the series is "an authoritative, indispensable source of knowledge for the next millennium", as mentioned on the Elsevier website seems slightly awkward, because, surprisingly, there is no subject index, nor a list of keywords. This is quite an interesting lack, one which I have difficulty to comprehend. My opinion is even strengthened when I compare *Numerical*

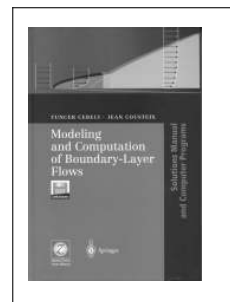
*Analysis 2000* to two other series that have similar aims, the *Handbook of Numerical Analysis*, eleven volumes to date, edited by P.G. Ciarlet and J.L. Lions, published by Elsevier, and *Acta Numerica*, twelve volumes to date, edited by A. Iserles, published by Cambridge University Press.

The *Handbooks* are expository in style, and came from an initiative of the editors dating back to 1984. The first volume appeared no sooner than six years later. Compared to *Numerical Analysis 2000* they have a uniform monograph/textbook style of writing with full indexing and referencing, and they cover topics from scratch but in depth. As with the authors of the review papers in *Numerical Analysis 2000*, the authors of the *Handbooks* are well-known experts in the fields, but, other than *Numerical Analysis 2000*, exclusively so. *Acta Numerica* is a series with high-quality survey papers only, of which the topics are chosen by an impressive editorial board that scrutinizes the development of the field, and invites distinguished authors to contribute to the yearly volumes.

So, both the *Handbooks* and *Acta Numerica* have my preference as a series in numerical analysis highlighting the most important developments in the field. However, this does not disqualify *Numerical Analysis 2000*. Having carefully read all sixteen papers that also appeared in a separate hardback volume *Numerical Analysis: Historical Developments in the 20th Century* (Elsevier, 2001) I came to the conclusion that, with the odd exception, they are of high quality and a pleasure to read. Apart from those sixteen, I also read the papers of volumes 1,3,6 and 7 in rather much detail and can recommend the majority of them. The papers in the remaining volumes, being outside my own area of research, I can not fully judge, although my overall impression is that most of the authors have done their best to write intelligible papers.

Therefore, in my opinion, *Numerical Analysis 2000* most resembles seven volumes of conference proceedings: each volume contains a number of plenary and invited talks turned into good papers, but also papers of which the future impact is at present rather obscure. The only thing that keeps them together is their common topic.

J.H. Brandts



T. Cebeci, J. Cousteix  
**Modeling and Computation of  
Boundary-Layer Flows  
Laminar, Turbulent and Transitional  
Boundary Layers in Incompressible  
Flows**

Berlin: Springer-Verlag, 1999

469 p., prijs Euro 99,95

ISBN 3-540-65010-5

Er is bijna een eeuw verstreken tussen Prandtl's 'ontdekking' in 1904 van de grenslaag (een dunne laag in een stroming vlak langs het oppervlak van een omstroomd voorwerp) en het verschijnen van het voorliggende boek in 1999, met daarin een diepgaand overzicht over het modelleren en berekenen van grenslaagstromingen. Grenslagen zijn bestudeerd in een vrijwel exclusief Europese traditie, inclusief een belangrijke Nederlandse bijdrage. Een van de auteurs, Jean Cousteix, komt uit de Franse school met jarenlange ervaring op het onderzoeksinstituut ONERA. Tuncer Cebeci, geboren in de Oude Wereld, propageert in de Nieuwe We-

reld het gebruik van grenslaagmodellen bij aerodynamische stromingsberekeningen (in dienst van de vliegtuigfabrikant McDonnell Douglas). Hij is hiermee een witte raaf tussen zijn getallenkrakende collega's die zich, profiterend van de krachtige computers in de Verenigde Staten, op het oplossen van de Navier-Stokes vergelijkingen hebben gestort. Europa heeft minder 'rekenintelligentie' tot zijn beschikking en moet derhalve meer de 'menselijke intelligentie' aanspreken.

Het grenslaagconcept verdeelt een stroming in gebieden waar viscositeit al dan niet een rol speelt, waarbij in ieder gebied zo eenvoudig mogelijke vergelijkingen worden toegepast. Op deze wijze zijn berekeningen gebaseerd op het grenslaagconcept zo'n twee ordes goedkoper dan de brute-kracht Navier-Stokes berekeningen; toch zijn de uitkomsten in veel situaties even waardevol. Daarom fungeren ze ook in het moderne computertijdperk nog altijd als 'werkpaard' bij het aerodynamisch ontwerp. Pas wanneer grote recirculatiegebieden in de stroming optreden is het aan de orde om de volledige Navier-Stokes vergelijkingen toe te passen, mits daarbij ook de turbulentie voldoende nauwkeurig gemodelleerd wordt (en dit laatste is nog steeds een zeer grote uitdaging!).

Het boek geeft een uitgebreide behandeling van de modellering en berekening van onsamendrukbare grenslaagstromingen. Ook 'klassieke' methoden vinden hun plaats. Zo wordt Pohlhausen's methode uit de jaren twintig, terecht, nog met verve beschreven, terwijl deze in de nieuwste versie van Schlichting's 'Boundary Layer Theory' geschrapt is (Schlichting and Gersten, Springer-Verlag, 2001). Alle hedendaagse modellen en methoden komen aan de orde, zowel integraal- als differentiaalformuleringen. De numerieke discretisatie van de grenslaagvergelijkingen wordt gedetailleerd behandeld. Veel (Fortran) subroutines zijn opgenomen, waardoor studenten snel zelf een grenslaagprogramma in elkaar kunnen zetten. Ook bevat het boek een veelheid aan huiswerkopgaven, geschikt voor het leslokaal. Een begeleidende uitgave met de uitwerkingen van deze opgaven is beschikbaar.

Het boek eindigt met de (numerieke) behandeling van de interactie tussen de viskeuze grenslaag en de niet-viskeuze buitenstroming. Hiermee zijn alle ingrediënten behandeld die nodig zijn om stromingen uit de praktijk door te rekenen. En inderdaad, Cebecci heeft een vervolgbok geschreven over de ingenieurspraktijk, *An Engineering Approach to the Calculation of Aerodynamic Flows* (Springer-Verlag, 1999), dat begint waar het voorliggende boek ophoudt.

A.E.P. Veldman

S. van de Geer

### Empirical Processes in $M$ -Estimation

(Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics)

Cambridge: Cambridge University Press, 2000

298 p., prijs £42,50

ISBN 0-521-65002

This book is about applications of empirical process theory to nonparametric  $M$ -estimation, with special emphasis on maximum likelihood estimators and least squares estimators. In Chapter 1 the author gives a brief introduction to the type of statistical estimation problems she will consider. Entropy numbers (with and without bracketing) for classes of functions  $G$  in various metrics, such as the  $L_p(Q)$ -metric for a measure  $Q$  on the sample space, are defined in chapter 2. Kolmogorov and Tikhomirov

(1959) were the first to compute entropy numbers in function spaces with the supremum metric; other important cases like Sobolev classes of functions were treated by Birman and Solomjak (1967). These two early references are at the basis of chapter 2.

Chapter 3 is concerned with uniform laws of large numbers, which are valid if the envelope function of  $G$  is in  $L_1(P)$  and a condition on the random entropy with respect to the  $L_1(P_n)$  norm is satisfied; here  $P$  is a probability measure and  $P_n$  denotes the empirical distribution based on the data. Consistency of nonparametric maximum likelihood estimators in the Hellinger distance and of least squares estimators in various regression models, under entropy conditions are given in chapter 4. Loosely speaking one can say that if the parameter space is not too large in the sense of entropy, consistent estimation is possible.

In chapter 5 it is proved that the increments of an empirical process behave like the integral of the (square root) entropy (with bracketing). Application of this fairly technical result yields uniform central limit theorems for empirical processes in chapter 6. Rates of convergence of maximum likelihood estimators for various classes of densities, such as smooth densities in a Sobolev space or the class of decreasing densities, are derived in chapter 7.

The general case of independent, non-identically distributed random variables is considered in chapter 8, where the author highlights an exponential probability inequality (due to J. Kuelb's) for weighted sums of independent random variables, which are assumed to be uniformly sub-Gaussian. This chapter also briefly deals with dependent variables (martingales) and gives an application to maximum likelihood.

Rates of convergence for least squares estimators in various regression models are derived in chapter 9, using the results obtained in chapter 8. The sub-Gaussian errors assumption is relaxed to errors with exponential tails, provided stronger entropy conditions (entropy with bracketing) are imposed.

Penalized least squares estimators in regression models are the topic of chapter 10. The penalty is on the complexity or roughness of the model, for instance, by penalizing a function in a Sobolev space one obtains the penalized smoothing spline estimator. Penalized maximum likelihood and least squares on sieves are investigated; a sieve is an approximation of the parameter space by a space with smaller entropy. These estimators are the really fruitful ones for statistical applications, as they require no a priori knowledge of certain constants, like the roughness penalty.

Applications to semiparametric models are considered in Chapter 11. Partial linear models, mixture models and a single-indexed model with binary explanatory variable are treated. Penalized quasi-likelihood estimation is introduced, the partial splines estimate occurring in the partial linear model and the penalized maximum likelihood estimator in a partially linear binary choice model are shown to be special cases, and rates of convergence for these estimates are derived.

The general class of  $M$ -estimators, covering maximum likelihood and least squares estimators as special cases, are the topic of the final chapter 12. As in previous chapters, a 'basic inequality', which relates the squared distance between the estimator and the true parameter to an empirical process, and the behaviour of the increments of empirical processes are the main tools to obtain rates of convergence for  $M$ -estimators. This is done for the regression problem using a general loss function and for the classical case of a finite dimensional parameter space.

The basic probabilistic tool employed in this book is empirical process theory. The relation between the rate of convergence of  $M$ -estimators and the complexity of the parameter space (measured by its entropy) is the author's general theme. Many interesting examples arising in modern statistical practice are discussed, such as the Grenander estimator (for estimating a monotone density), partial linear models, mixture models, interval censoring, convolution models and image analysis.

In summary, this excellent book will be extremely useful for graduate students and researchers in the general area of nonparametric estimation. It is a welcome addition to the existing literature and certainly recommended.

R. Helmers

Z.Y. Huang, J.A. Yan

### **Introduction to Infinite Dimensional Stochastic Analysis**

(*Mathematics and its Applications*, 502)

Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 2001

302 p., prijs €109,50

ISBN 0-7923-6208-X

This book, written by two experienced authors from the field of infinite dimensional stochastic analysis, presents and compares two different approaches to the field.

One of the most fruitful directions in infinite dimensional analysis is the field of infinite dimensional integration theory. In 1923 N. Wiener constructed a probability measure on the space of all continuous functions, the so-called Wiener measure. In the 1940's Cameron and Martin proved that the Wiener measure is quasi-invariant when translated by functions with a square integrable derivative. This approach leads to a differential calculus on path space, the so-called Malliavin calculus, which is one of the two main focuses of the book under review.

In 1975, T. Hida started the so-called white noise analysis. Here Gaussian white noise is defined to be the derivative of Brownian motion in distribution sense. With successful applications to Feynman integrals and quantum field theory, white noise analysis has increasingly attracted the attention of theoretical physicists. White noise analysis and its relationship with Malliavin calculus is the other main topic of the book.

The book comprises five chapters. The first chapter collects useful basic knowledge on infinite dimensional analysis, including linear operators on Hilbert spaces, Fock spaces, and completely normed spaces. The second chapter develops Malliavin calculus. It presents chaos decomposition for functionals of Gaussian probability spaces, the important Ornstein-Uhlenbeck semigroup, and Meyer's inequality. In the third chapter Malliavin calculus is applied to obtain, among others, Malliavin's celebrated proof of Hörmander's theorem. In chapter four the focus changes to white noise analysis. The general theory is developed and applications to Feynman integrals,  $P(\phi)_2$ -quantum fields, and local times of self-intersections of Brownian motion are briefly discussed. The last chapter deals with the more recent and more advanced technical development of the Hida calculus.

The book is well written and by and large nicely structured. Moreover, it is one of the few, if not the only, book

that treats both Malliavin calculus and white noise analysis. Unfortunately, the book is spoiled by careless handling by the publishers. The English has not been looked over and the text

has not even been spell-checked (e.g., there are three different spellings of the word 'operator' on the first 15 pages). The layout sometimes looks funny, e.g. the headline of Chapter II.1 is found on the bottom of page 59, while the text starts on page 60. However, I am firmly convinced that the book will become a standard reference for experts in the field of stochastic analysis.

M. Lowe

N. Limnios, G. Oprişan

### **Semi-Markov Processes and Reliability**

Basel: Birkhäuser, 2001

229 p., prijs €140,-

ISBN 0-8176-4196-3

Semi-Markov processes form an important class of continuous time processes and are obtained from a temporally homogeneous Markov chain (the skeleton) by associating with each pair of states  $(x, y)$  a conditional distribution  $Q_{xy}$  describing the conditional sojourn time in  $x$  whenever this state is entered and the subsequent transition is to  $y$ . If all  $Q_{xy}$  are exponential distributions with a parameter only depending on  $x$ , the semi-Markov process is in fact a Markov jump process. Directly related to a semi-Markov process is the sequence of transition (jump) times which together with the skeleton chain forms a so-called Markov renewal process or Markov-additive process. It is a natural generalization of a classical renewal process in that the increment distributions are no longer independent identically distributed but conditionally independent with conditional distributions drawn from the set  $\{Q_{xy}\}$ . Its intrinsic properties are analyzed within the framework of Markov renewal theory. Semi-Markov processes and their associated Markov renewal processes are of great importance in various fields of Applied Probability like queuing, risk or reliability theory. Their use in the last mentioned area forms the main topic of the book by Limnios and Oprişan. After a short introduction of some important types of stochastic processes (chapter 1) the subsequent three chapters are devoted to the development of the basic results on Markov renewal processes, semi-Markov processes and some functionals typically arising in applications. The final two chapters are then devoted to reliability models based on these processes. The book may be of some interest to all readers who are working in reliability and interested in semi-Markov modeling.

G. Alsmeyer

J. Buchmann

### **Introduction to Cryptography**

(*Undergraduate Texts in Mathematic*)

Berlin: Springer 2002

281 p., prijs €29,95

ISBN 0-387-95034-6

This book was originally published in German (Springer-Verlag, 1999) Books with similar content are Koblitz's *A Course in Number Theory and Cryptography* (Springer-Verlag, 1994) and *Algebraic Aspects of Cryptography* (Springer-Verlag, 1998) and Stinson's *Cryptography — Theory and Practice* (CRC Press, 1995). The book is written for "readers who want to learn about modern cryptographic algorithms and their mathematical foundation but who do not have the necessary mathematical background" (citation from the

preface). It is based on a course about cryptography, that Buchmann held for students of computer science.

At the beginning the author explains some basic algebra, for example the Euclidian algorithm, computing 'modulo  $n$ ', little Fermat, the Chinese remainder theorem, the Euler phi function, the structure of finite fields, etc. The exposition is very down-to-earth and Buchmann's focus is on the integers.

The cryptographical part of the book starts with the definition of encryption schemes and some historical examples, for example affine ciphers and their cryptanalysis. Very briefly the DES algorithm is presented. The author avoids explaining attacks like differential cryptanalysis. There's a chapter about prime numbers including the Miller-Rabin primality test.

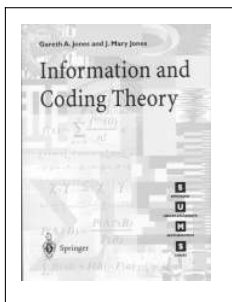
A major part of the book is about public-key cryptosystems. Among others, the RSA and the El Gamal cryptosystem serve as examples. In this context factoring and solving discrete logarithms are discussed. The author sketches the quadratic sieve algorithm and some generic methods for solving the discrete logarithm problem. Also a sketch of the index calculus method is given.

Buchmann left out encryption and signature algorithms using elliptic curves. He does mention elliptic curves, but the section about elliptic curves is far from being worked out. It is unproportionately short compared with the significance of elliptic curve cryptosystems in practice.

The book is completed by a discussion of hash functions including some theoretical examples, identification protocols and public key infrastructures. It includes 158 exercises. The reader finds solutions for about half of the exercises in the appendix of the book.

Buchmann has a very conceptual approach to the subjects presented in his book. Mostly he avoids difficult formalism. Instead, he concentrates on the ideas. This makes the book very readable for the beginner. However, there is a certain lack of depth and completeness from the point of view of a more advanced reader. People interested in elliptic curves should rather consult the books by Koblitz.

R. Carls

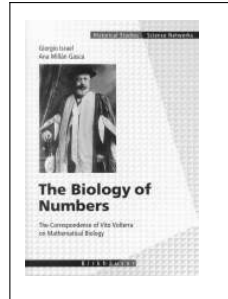


G.A. Jones, J.M. Jones  
**Information and Coding Theory**  
*(Springer Undergraduate Mathematics Series)*  
 Berlin: Springer-Verlag, 2000  
 210 p., prijs €32,45  
 ISBN 1-85233-622-6

Dit boekje presenteert in zeven hoofdstukken de eerste beginnelen van de informatie- en coderingstheorie. De eerste vier hoofdstukken behandelen standaardbegrippen uit de informatietheorie zoals source coding, Huffman codes, entropy, mutual information. Hoofdstuk vijf presenteert Shannon's belangrijke stelling dat de capaciteit van een binair symmetrisch kanaal bereikt kan worden door gebruik te maken van zeer lange blokcodes. Het bewijs wordt gecompleteerd in de Appendix. Al deze resultaten zijn terug te vinden in Shannon's originele tekst uit 1948, nog steeds beschikbaar in herdruk (The mathematical theory of communi-

cation, University of Illinois Press), half zo duur en veel leuker om te lezen. De coderingstheorie komt niet echt van de grond in de laatste twee hoofdstukken. Het boekje is keurig verzorgd en leesbaar voor lagerejaars studenten, maar biedt te weinig. Op dit niveau zijn tal van tutorials te vinden op het web. Voor aanschaf van een echt boek over informatietheorie is bijvoorbeeld *Information Theory* van de auteurs Csiszar en Korner te overwegen. En voor coderingstheorie *Introduction to Coding Theory* door Van Lint.

I. Duursma



G. Israel, A. Millán Gasca  
**The Biology of Numbers: The Correspondence of Vito Volterra on Mathematical Biology**

Basel: Birkhäuser, 2001

405 p., prijs €74,-

ISBN 3-7643-6514-5

*The Biology of Numbers* is een wat misleidende titel, want dit boek gaat niet over de biologie van getallen, maar over de getallen van de biologie, dat wil zeggen over het wiskundig modelleren van biologische verschijnselen. Op zich een passend onderwerp in deze tijd waarin de wiskunde en de biologie weer elkaars toenadering zoeken. *The Biology of Numbers* gaat terug in de geschiedenis. Het boek begint met een inleidend artikel van de tweede auteur dat een aardig overzicht geeft over het onderzoek in de mathematische biologie in de eerste twee decennia van de twintigste eeuw en het aandeel van Vitro Volterra (1860–1940) daarin. Het verscheen eerder in verkorte vorm in *Historical Studies in the Physical and Biological Sciences* (Millán Gasca, 1996). Daarna volgt de correspondentie genoemd in de ondertitel van het boek. Deze is opgebouwd uit collecties van brieven van 19 verschillende wetenschappers, voornamelijk biologen, aan Volterra. Slechts enkele brieven zijn van Volterra zelf. De collecties worden voorafgegaan door een korte biografie van de betreffende wetenschapper en zijn heel wisselend van omvang en inhoud. Alle brieven, 425 in totaal, worden gepresenteerd in de taal waarin ze oorspronkelijk zijn geschreven, de meeste in het Italiaans of Frans en enkele in het Engels of Duits. De meest interessante en uitgebreide correspondentie is die van Volterra's schoonzoon Umberto D'Ancona. Hierin worden naast enkele familieaangelegenheden vooral wetenschappelijke zaken aan de orde gesteld, waardoor de lezer enig inzicht krijgt in de ontwikkeling van Volterra's belangstelling voor biologische problemen. Deze briefwisseling is geheel in het Italiaans, dat ik jammer genoeg niet goed genoeg beheers om de details te kunnen begrijpen. Daarnaast is er een drietal Franstalige correspondenties (Marcel Brelot, Vladimir Kostitzin, Jean Régnier) van enige omvang en inhoud. De overige correspondentie is nogal beperkt en bevat voornamelijk oppervlakkige, formele briefjes en bedankbriefjes over zaken als het aanbieden van een artikel aan een tijdschrift en wederzijdse bezoeken, wat mij betreft volkomen oninteressant. Ook de overwegend zeer korte brieven van Volterra zelf zijn van die aard. Zoals in het voorwoord wordt gemeld, is het doel van dit boek een uitputtende collectie van brieven te presenteren tussen Volterra en andere wetenschappers over de mathematische biologie. Zelf zou

ik ervoor gekozen hebben een selectie uit de correspondentie te maken en alleen betekenisvolle brieven tezamen met hun vertaling in het Engels te presenteren. Aan dit boek heb ik helaas niet veel plezier beleefd.

M. de Gunst

L.A. Peletier, W.C. Troy

**Spatial Patterns  
Higher order models in physics and mechanics**

Basel: Birkhäuser, 2001

320 p., prijs €110,-

ISBN 0-8176-4110-6

This book is about a new family of higher-order scalar model equations recently proposed in order to gain insight into the dynamics of complex spatiotemporal patterns in a wide range of physical and mechanical problems. The authors have set themselves the following goals: (1) to give a systematic account, based on both analytical and numerical results, of the existence and qualitative properties of families of special solutions; (2) to introduce a new method based on topological shooting, especially designed to analyse the qualitative properties of solutions of a large family of the model equations.

The book is on the one hand written for mathematicians and mathematical physicists, who want to learn about this fascinating subject, and on the other hand also accessible to graduate students. One finds a large amount of exercises and open problems that can serve as a starting point for further research.

This book basically studies the so-called *canonical equation*

$$\frac{d^4 u}{dx^4} + q \frac{d^2 u}{dx^2} + f(u) = 0$$

for  $q$  an eigenvalue parameter and  $f$  a function.

Chapter 1 is an introduction into the subject. Various models in physics are introduced and the role of the canonical equation is demonstrated. The chapter concludes with a brief overview of the rest of the book, which is now divided into two parts.

Part I, chapters 2–7, focuses on the case where the non-linearity is given by

$$f(u) = u^3 - u.$$

In Part II, chapters 8–10, more general non-linearities are studied.

The authors have produced a well-written book, which gives a good picture of what is known about the canonical equation. The extensive bibliography at the end of the book makes all remarks about non-completeness superfluous.

M. Akveld

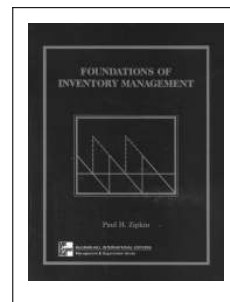
melden, het is een werkboek en geen boek om op je gemak bij het haardvuur uit te lezen. Dat laatste zou je misschien ook niet verwachten, maar zelfs vergeleken met andere wetenschappelijke boeken vereist het een hoge mate van zelfwerkzaamheid. De reden hiervan is dat een groot deel van de tekst bestaat uit opgaven. Deze staan niet, zoals gebruikelijk, apart aan het eind van een paragraaf of hoofdstuk, maar maken een integraal deel uit van de tekst. Het laatste deel van het boek bestaat uit de uitwerkingen van (bijna) alle opgaven.

Het doel van deze opzet is dat een volhardende lezer het vak echt in de vingers krijgt. Niet alleen wat betreft de epidemiologie, maar ook wat betreft algemenere wiskundig-biologische vertaalkaardigheden. Ik vind dit een lovenswaardig streven van de auteurs, en het boek is in dit opzicht zeker nuttig voor beginnende onderzoekers in de wiskundige biologie. Zij moeten daar dan, schat ik, echter wel een maand of twee voor uittrekken. Verder sluit ik mij aan bij de aanbeveling van de auteurs om het boek gezamenlijk met anderen door te werken. Hiermee kan de arbeidslast enigszins worden verdeeld. Bovendien gaan de auteurs toch uit van een behoorlijk brede basis: in de waarschijnlijkheidstheorie, de calculus, en ook de biologie. Doorwerken met een divers gezelschap heeft dus ook zijn voordelen in dat opzicht.

Voor mensen met minder tijd voor zelfstudie heeft de opzet van het boek echter een nadeel: het is niet gemakkelijk vluchtig door te lezen om een overzicht te krijgen over het onderwerp of er specifiek onderwerpen in op te zoeken.

Bij tijdgebrek is er echter altijd de mogelijkheid tot spieken in deel III van het boek, en, met wat heen en weer bladeren, geeft het zo toch een overzicht van de wiskundige epidemiologie. Het leukste is dat ook vooral de lacunes worden aangeduid, en ik verwacht dat dat veel inspiratie levert voor relevant nieuw onderzoek. De auteurs hadden zich wat mij betreft dan ook minder vaak hoeven te verontschuldigen voor gaten in de gepresenteerde theorie.

P. Haccou



P.H. Zipkin

**Foundations of Inventory Management**

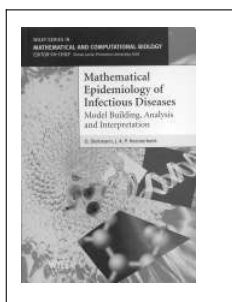
Boston: McGraw-Hill, 2000

514 p., prijs \$ 135,-

ISBN 0-256-11379-3

Dit is een prachtig boek over voorraadbeheer. Alle relevante onderwerpen komen aan bod. De meeste plaats is uiteraard ingeruimd voor wiskunde, maar er is ook steeds aandacht voor met name de bedrijfs- en IT-context. Dit maakt het boek zeer geschikt voor een praktijkgericht vak voor studenten wiskunde of economie.

Met plezier zag ik hoe er een heel hoofdstuk gewijd is aan het fundamentele EOQ model met al zijn varianten. Daarna komen uitbreidingen zoals tijds-inhomogene systemen en systemen met meerdere producten of locaties aan de orde. Tot zover betreft het deterministische modellen; de tweede helft van het boek gaat over stochastische modellen. Ook hier vinden we een soortgelijke opbouw als bij de deterministische modellen.



O. Diekmann, J.A.P. Heesterbeek  
**Mathematical Epidemiology of Infectious Diseases: Model Building, Analysis and Interpretation**

(Wiley Series in Mathematical and Computational Biology)

Chichester, John Wiley and Sons, 2001

320 p., prijs \$ 70,-

ISBN 0-471-49241-8

Dit is een ongewoon boek. Het vereist namelijk een hoge mate van activiteit van de lezer. Ofwel, zoals de auteurs in de inleiding

De nadruk ligt nadrukkelijk op praktisch relevante modellen, niet op de state-of-the-art qua modeloplossen. Systematisch wordt er aandacht besteed aan zaken als gedecentraliseerde control, en aan door een omgeving gemoduleerde parameters. Ook de link met ketenoptimalisatie en in de industrie veel gebruikte methoden als MRP en JIT komt aan de orde. In alle opzichten een boek dat de verbinding tussen theorie en praktijk weet te maken.

Een klein punt van kritiek is de afwezigheid van een hoofdstuk of appendix over forecasting. Gezien het belang van dit onderwerp voor voorraadbeheer zou meer dan de huidige anderhalve pagina gerechtvaardigd zijn.

G. Koole

D. Brigo, F. Mercurio  
**Interest Rate Models  
 Theory and Practice**

Berlin: Springer-Verlag, 2001

518 p., prijs \$ 69,95

ISBN 3-540-41772-9

The book *Interest Rate Models* deals with models that can be used to calculate prices of interest rate derivatives. The market for interest rate derivatives has grown explosively since the 1980's and is therefore an important area of research for banks and academia. The focus of the book is directed towards putting the models at work in a practical trading environment.

The book is written in two parts. The first part deals with theory and implementation of models that can be used to value interest rate derivatives. This book provides an excellent overview of models that are actually used in practice by banks and institutions. After the mathematical foundations of no-arbitrage and change of measure are laid in chapter 2, the authors devote a lot of attention in chapters 3 and 4 to one-factor and two-factor short-rate models. Although these models may have gone a little bit out of fashion in academia, they are still very much the workhorses for pricing interest rate derivatives at banks and institutions. Not only the numerical implementation via analytical formulas and various tree-based methods are discussed, but also the issue of calibrating these models to market data. Again, this is an issue that is often ignored in the academic literature, but is vital for practitioners to obtain a working model. Chapter 5 deals with the well known Heath-Jarrow-Morton framework.

In chapters 6, 7 and 8 the authors focus on the LIBOR Market Model and the Swap Market Model which have recently become very popular with practitioners and academics. The reason for this popularity is that in the Market Models the underlying variable is not a theoretically convenient rate like the short rate, but traded market interest rates like LIBOR or swap rates. This makes the option prices for vanilla products like caps or swaptions of the Market Models consistent with the Black pricing formula that market participants use. As a consequence, the implied volatility of the Black option price can directly be interpreted in terms of the model parameters of a Market Model. A disadvantage of using Market Models is that they are much more difficult to implement numerically than the short rate models. Fortunately, the authors devote ample attention to the issues of numerical implementation and calibration of the Market Models.

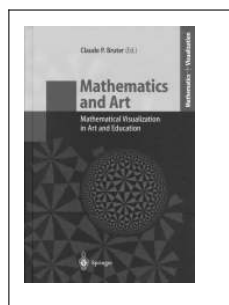
The second part of this book deals with examples of specific interest rate options and how they can be priced with the mod-

els developed in the first part. A good overview of the various products traded nowadays is given. The authors devote ample attention to the crucial issue of which model is most appropriate to price the product under consideration. Again, this is an issue widely ignored by academics, but of vital importance for successful pricing of products in practice.

Finally, Appendix D 'Talking to the Traders' is interesting and quite funny to read. It gives nonetheless a fascinating insight in the questions that traders might ask and expectations traders have of the kind of models developed in this book.

In summary: this book provides an excellent overview and implementation guidelines for effectively pricing interest rate derivatives in a trading-room environment.

A.A.J. Pelsser



**Mathematics and Art  
 Mathematical Visualization in Art  
 and Education**

(*Mathematics and Visualization*)

Berlin: Springer-Verlag 2002

337 p., prijs \$ 74,95

ISBN 3-540-43422-4

This book gives a summary of a Colloquium held in Maubeuge (France) in September 2000. The Colloquium was based on the relations between Arts and Mathematics (in particular, on the art of visualization of mathematics), and contained a collection of 27 talks given by artists as well as mathematicians which were translated and collected in this book. The talks deal with subjects such as polyhedra, dynamical systems, group theory, tuning musical instruments, solving polynomial equations, art and teaching of mathematics, algebraic surfaces, et cetera. Most articles include pictures which help the reader visualizing the concepts. I will briefly discuss some of them:

*Solid-Segments Sculptures* by George W. Hart: This article gives an algorithmic technique for creating a three-dimensional solid enclosing a given set of line segments. This solid is made of thick edges and open faces in order to distinguish the front and rear surface. The idea of the algorithm is the following: We first build a polyhedron at the vertex of each segment. Then, we build the convex hull of the two polygons that surround the ends of a line segment, which gives a 'prismatoid'. These 'prismatoids' will be the edges of the three-dimensional solid. This technique has been used in sculpture and design of mathematical models.

*Machines for Building Symmetry* by Maria Dedó: This paper gives the mathematical background to the recent exhibition *Symmetria, giochi di specchi* realized by the Mathematics Department of Milan University. In this exhibition, six machines for building symmetry were discussed. The mirrors of these machines are the walls of the chambers of some irreducible Coxeter groups.

*Mathematical Aspects in the Second Viennese School of Music* by Carlota Simões: There have always existed many connections between mathematics and music. This article gives a translation into mathematics of the 12-tone music created by Schoenberg in 1923. Schoenberg establishes a completely new method where the hierarchy between the seven notes is removed, that is, there is no *tonic*, *dominant*, et cetera anymore. He defines a 12-tone series to

be a sequence of the 12 distinct tones appearing in any octave and having any rhythm. A composition of this type, can only contain this series in the following forms: In its original form, with its intervals inverted, backwards or transposed by half-tones. In this way, all 12 notes will appear the same number of times.

*Sphere Eversions: from Smale through "The Optiverse"* by John M. Sullivan: The problem of the sphere eversion started interesting mathematicians in the 20th century. The eversion consists of turning the sphere inside-out by a continuous deformation, where the surface is allowed to pass through itself. It was the mathematician Steven Smale who in the late 1950s, proved that spheres could be everted, although it was not until later that mathematicians (such as Bernard Morin or Arnold Shapiro) gave explicit models of eversions built by hand in iron-wire or paper. Later on, computer-graphic videos have been produced in order to show some of the eversions. The latest of them called 'The Optiverse', developed by the speaker of the talk, John Sullivan.

The book also includes a forum: *How Art Can Help the Teaching of Mathematics?* In the discussion, four participants give an attempt to popularize mathematics and some ideas about how to use art in mathematical education.

An Appendix of more than fifty pages at the end of the book shows beautiful pictures of models, sculptures and computer graphics linked to the papers discussed. A beautiful book! *I. Polo*

### Hungarian Problem Book III Based on the Eötvös Competitions: 1929-1943

Cambridge: Cambridge University Press, 2001

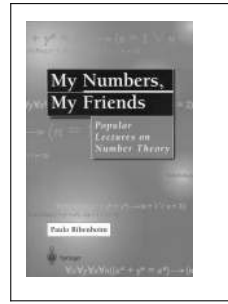
163 p., prijs £21.95

ISBN 0-88385-644-1

"The Eötvös Competition is the oldest high school competition in the world with a tradition dating back to 1894" vertelt de omslag ons. In 1963 werden reeds twee boekjes gepubliceerd met problemen uit de jaargangen 1894-1928 van deze competitie en zoals de titel al doet vermoeden gaat dit boekje nog eens vijftien jaar verder.

Is dit dan een boekje met vijfenveertig wiskundeolympiadeproblemen? Ja. Doch, in veredelde vorm. De problemen worden gerangschikt naar onderwerp (combinatoriek, getaltheorie, algebra, meetkunde en nog eens meetkunde) en moeilijkheidsgraad, per onderwerp wordt een klein hoofdstukje theorie toegevoegd en van elk probleem worden een of meer oplossingen zorgvuldig uitgelegd.

Maar de interessantste vraag is natuurlijk: "hoe moeilijk zijn die sommetjes?". Recente wiskundeolympiadesommetjes plegen moeilijker te zijn dan oude. Centraal-Europese wiskundeolympiadesommetjes plegen moeilijker te zijn dan West-Europese. Het niveau van deze sommetjes is dan ook vergelijkbaar (misschien net iets hoger) met het niveau van sommetjes uit de huidige finales van de Nederlandstalige wiskundeolympiades. Behalve voor de sommetjesverzamelaar is dit boek, volgens mij, ook aan te raden voor de scholier die zich ernstig wil voorbereiden op een finale van een Vlaamse of Nederlandse wiskundeolympiade. De ervaren problem-solver en de ambitieuze leerling die hoopt hoge cijfers te halen op een internationale wiskundeolympiade kunnen hun uitdagingen beter elders zoeken. *L. Taelman*



P. Ribenboim

### My numbers, my friends Popular lectures on number theory

Berlijn: Springer, 2000

375 p., prijs €44,95

ISBN 0-387-98911-0

Het is niet te hopen dat Ribenboim alle hoofdstukken van dit boek echt als lezingen heeft uitgesproken, want dat zou behoorlijk wat van het publiek gevergd hebben. Om te beginnen zijn er hoofdstukken van ruwweg 10, 20, 30, 40, 50, 60 en 70 bladzijden, waarvan de langste ook voorzien zijn van fikse bibliografieën. Vervolgens is de auteur sterk in het geven van lange opsommingen van resultaten. Zijn hoofdstuk over transcendente getallen besluit hij, na 70 pagina's, als volgt: "It is preferable now to interrupt this survey lest it become too tiring for the reader (but never for me)". Tenslotte heeft hij de merkwaardige gewoonte de delen van een hoofdstuk te laten groeien naarmate de daarin behandelde onderwerpen specialistischer worden (zo loopt het hoofdstuk over 'Fibonacci numbers and the Arctic Ocean' uit op 14 bladzijden over "powers and powerful numbers in Lucas sequences"). Dat is althans merkwaardig als het om populaire lezingen over getaltheorie gaat. Daar staan enkele hoofdstukken tegenover die het als lezingen, en zelfs als causerie, uitstekend zouden doen. Zo introduceert Ribenboim de industrie rond het vervaardigen en testen van grote priemgetallen aan de hand van een rollenspel tussen de ik-persoon, die verkoper van priemgetallen is, en een spion die zich voordoet als argeloze klant en die priemgetallen van rond de 100 cijfers wil kopen: "En hoe garandeert u nu de kwaliteit van de geleverde waren?" Persoonlijk ben ik ook erg te spreken over het hoofdstuk 'Gauss and the class number problem', waarin de theorie van geheeltallige kwadratische vormen uit de doeken wordt gedaan. Dit hoofdstuk is in zijn geheel beheersbaar voor beginnende studenten en prettig als naslag. Kortom, Ribenboims boek kun je karakteriseren als een poging, op een verjaardag uit te leggen waar je als wiskundige zoal zit met je hoofd, die telkens weer uitloopt op een historisch overzicht à la Dickson (in zijn History of the Theory of Numbers, in drie delen). Iets wat ons allemaal wel eens is overkomen, denk ik...! Studenten en geïnteresseerde leken zullen plezier beleven aan het begin van elke lezing, terwijl het vervolg bij de experts een glimlach van herkenning op zal roepen. Kenmerken van het boek zijn verder een prima uitvoering (weliswaar zónder illustraties en mét diverse drukfouten), een typische wiskundigenhumor en vertoon van een enorme belezenheid op dit klassieke gebied van de wiskunde. *C.E. van de Woestijne*