

Jaap Top

Instituut voor wiskunde en informatica
Rijksuniversiteit Groningen
Postbus 800, 9700 AV Groningen
top@math.rug.nl

Wout de Goede

Instituut voor wiskunde en informatica
Rijksuniversiteit Groningen
Postbus 800, 9700 AV Groningen
w.h.v.de.goede@math.rug.nl

Boekbespreking Zebra-boekjes besproken door vwo-ers

Toch niveau in de Zebra's

In het Nieuw Archief van juni 2002 bespraken zestien middelbare scholieren een viertal Zebra-boekjes. Deze voor de invulling van de keuzeonderwerpen in de tweede fase van het vwo bedoelde wiskundeboekjes dienen onder meer bij te dragen tot een positieve beeldvorming van het vak wiskunde. Het tamelijk negatieve oordeel dat uit de besprekingen vorig jaar naar voren kwam, leidde tot de vraag of dit vooral te wijten was aan de keuze van de vier boekjes, dan wel of de doelgroep meer algemeen kritiek heeft op het aangeboden materiaal. Hier volgt een oordeel van vwo-leerlingen over zes andere Zebra-boekjes.

De Zebra-ruimte van veertig studielasturen in elk van de vier vwo-profielen is bedoeld voor keuzeonderwerpen uit de wiskunde. Gezien de recente plannen van het ministerie van onderwijs, valt te betwijfelen of die ruimte nog een lang leven beschoren is. Wat dit betekent voor de inmiddels ruim twintig boekjes die bij Epsilon uitgaven, Wolters-Noordhoff en EPN voor gebruik in de Zebra-ruimte zijn geschreven, laat zich raden.

Uit de besprekingen vorig jaar juni in het Nieuw Archief van vier van deze boekjes door vwo-leerlingen wordt gemakkelijk de conclusie getrokken dat weinig verloren gaat met een eventueel verdwijnen van een keuzeonderwerp. Wordt de door de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren beschreven verruiming van de beperkte blik van de schoolwiskunde dankzij deze Zebra-ruimte ook maar enigszins bereikt? Uit de opinies van de dertien leerlingen die onderstaande zes Zebra-boekjes als deel van hun invulling van de keuzeruimte bestudeerden en recenseerden, komt naast inhoudelijke kritiek toch een overwegend positief beeld naar voren.

Evenals de besprekingen van een jaar eerder, betreft het hier leerlingen van het *Willem Lodewijk gymnasium* te Groningen. Hoewel ze de

Zebra-boekjes al als vijfde klassers kregen, zijn de besprekingen in hun eindexamenjaar gschreven. Op één na volgen ze het meest exacte wiskundeprogramma (Wiskunde B_{1,2}) van het vwo. Het merendeel denkt na dit jaar ofwel Geneeskunde, ofwel een exacte studie (Natuurkunde, Scheikunde, Werktuigbouwkunde enzovoort) te gaan doen; slechts in één geval komt bij uitloting Wiskunde in beeld.

Om ook even uw niveau en fantasie aan een piepklein testje te onderwerpen: wat wordt volgens u verstaan onder het wiskundige begrip 'hark'? (Zie het hieronder besproken boekje *Spelen met gehelen*.)

Wiskunde met verve

Dit boekje gaat erover hoe wiskunde door kunstenaars gebruikt wordt bij het maken van hun werk. Het is opgebouwd uit vijf delen. Allereerst is er een bron, vervolgens opdrachten, onderzoeksideeën, presentatie en aanwijzingen bij de opdrachten.

In de bron staat het schilderij 'Seine' van Ellsworth Kelly. De vraag wordt gesteld hoe dit schilderij gemaakt zou kunnen zijn. Deze bron maakte ons wel nieuwsgierig naar de rest van het boekje.

De opdrachten bestaan uit drie hoofdstukken. Het eerste (korte) hoofdstuk gaat over verhoudingen. Hierin worden onder andere de 'gulden snede' en regelmatige veelvlakken besproken. In de opdrachten hierbij is het de bedoeling dat je zelf ontdekt wat dit precies zijn. Bijvoorbeeld wordt gevraagd om een lijnstuk in twee delen te verdelen, en wel zo dat het kleinste deel in dezelfde verhouding tot het grootste deel staat als het grootste deel tot het geheel. Nu moet je zelf, met behulp van algebra of meetkunde deze verhouding bepalen.

Het tweede hoofdstuk gaat over het maken van kunst door het invullen van vlakjes. Dit kan bijvoorbeeld met behulp van randomgetallen, met binaire getallen of met magische vierkanten. In de opdrachten

ga je uitzoeken hoe sommige kunstwerken gemaakt zijn en ga je zelf 'kunstwerken' ontwerpen. In de eerste opgaven ga je een ruitjespatroon op een willekeurige of regelmatige manier met zwarte en witte vlakjes vullen. Hierbij speelt kansrekening een rol. Als voorbeeld is er een schilderij met 40.000 vlakjes die zwart of wit zijn, afhankelijk van even of oneven cijfers in een telefoonboek. Hierna toont het boekje mogelijkheden voor vlakvulling met het binaire stelsel. In plaats van de getallen 0 en 1 worden zwarte of witte vlakjes gebruikt. De opgaven hierbij spreken voor zich en zijn niet erg moeilijk.

Het magische vierkant is een vierkant waarin getallen op een bijzondere manier rangschikt staan. Eerst wordt naar een formule gevraagd voor de som van bepaalde getallen in een vierkant van $n \times n$. Hiervoor heb je de formule voor de som van een bepaalde reeks nodig, en dat hebben alleen wiskunde B_{1,2} leerlingen geleerd. Er is ook een opgave bij waarin je een magisch vierkant met Hebreeuwse cijfers aan de hand van een tabel moet ontcijferen. Dit lijkt meer op het ontcijferen van geheimschrift dan dat het bij een keuzeonderwerp voor wiskunde past. De volgende opgave gaat nog verder: vraag aan een theoloog hoe het komt dat een zekere rij Hebreeuwse cijfers onregelmatig lijkt. Dit zou met een religieuze betekenis van bepaalde getallen te maken hebben. Het gaat wel erg ver om zoiets ter sprake te brengen. De laatste opgave van dit hoofdstuk vraagt naar het verband tussen een bepaald kunstwerk en de stelling van Pythagoras. Dit past niet bij de rest van het hoofdstuk maar hangt er een beetje bij.

In het derde hoofdstuk ga je uitzoeken hoe je met de computer verschillende structuren kan maken. Dit kan met een programma als *Turbo-Basic* of *Q-Basic*. Het idee is leuk, maar het zou veel meer voor de hand liggen om een aantal opdrachten met de grafische rekenmachine te geven. Dit kan niet in kleur, maar er zijn vast wel leuke afbeeldingen te maken. De gemiddelde vwo-leerling heeft nooit met Q-basic gewerkt, terwijl er wel van je wordt gevraagd om van alles te programmeren of zelfs om de ene programmeertaal om te zetten naar een andere.

Na de opdrachten is er een onderzoeksgedeelte. Hierin staan zeer uiteenlopende suggesties voor eigen onderzoek of het maken van een eigen kunstwerk. Een ervan gaat over meetkundige kunstwerken in de open lucht. Je gaat er een bekijken en daarna probeer je achter het 'meetkundig verhaal' van de kunstenaar te komen. Vervolgens ga je er zelf een maken, "Wie weet wat de gemeente zegt als je met je ontwerp aan komt zetten". Ik zie het al voor me. . . Sommige onderzoeken lijken wel heel erg veel op spelen met een blokkendoos. Zo is er bijvoorbeeld eentje waarin je bouwsels met twaalfvlakken moet maken. Aan het begin van het onderzoeksgedeelte maakt de auteur een vreemde blunder: na een stukje over hoe je aan informatie komt schrijft hij: "Vergeet het internet niet". Zou hij niet weten dat dit op scholen de meest gebruikte informatiebron is? Zijn opmerking is nogal overbodig.

Na het onderzoeksgedeelte volgt een hoofdstuk over hoe je een presentatie moet maken. Dit is totaal overbodig, want de gemiddelde leerling weet zoiets allang.

Samenvattend is dit over het algemeen een interessant boekje. Soms wordt het kunstaspect iets te veel overdreven en dwaalt de tekst wel erg ver bij de wiskunde vandaan. Bij sommige opdrachten plaatsen we wat vraagtekens, maar de meeste zijn wel nuttig en goed te doen.

Philip Pruim en Thamar Top



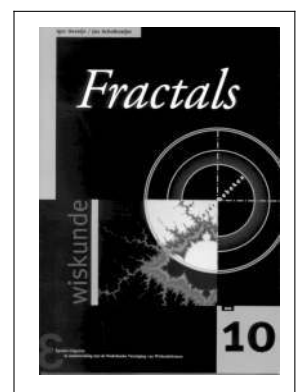
Philip Pruim en Thamar Top

Fractals

Fractals zijn meetkundige figuren in eindeloze herhaling. Als je dit boekje hebt doorgewerkt, weet je wat met de ondertitel bedoeld wordt. Maar wat een fractal precies is blijft moeilijk uit te leggen. Als je een fractal vergroot, blijkt de figuur op iedere schaal dezelfde structuur te hebben. Bovendien is er zelfgelijkendheid op iedere schaal, waarbij overigens wel vervormingen op kunnen treden. Fractals bezitten een fractale — gebroken — dimensie, dat houdt onder meer in dat de dimensie van het figuur niet perse een geheel getal is.

Het boek heeft een duidelijke opbouw. Het eerste hoofdstuk vormt een inleiding; het bevat een voorbeeld van de constructie van een fractal, en er worden gemeenschappelijke eigenschappen van fractals besproken en praktijkvoorbeelden gegeven. In hoofdstuk twee wordt aan de hand van enkele voorbeelden gerekend aan eenvoudige fractals. Lengte, oppervlakte, begrensdheid en zelfdoorsnijding worden besproken. In het derde hoofdstuk leer je hoe je de (gebroken) dimensie van een fractal kunt berekenen. Hoofdstuk vier en vijf bevatten respectievelijk een nabespeking en enkele afsluitende opdrachten.

Door de hoofdstukken verspreid staan opgaven. In hoofdstuk 1 zijn deze goed te doen en soms zelfs wat omslachtig, maar in hoofdstuk 2 beginnen ze pittiger te worden. De stof gaat hier op bepaalde punten zo ver de wiskunde in dat het voor ons moeilijk te snappen was. Weliswaar wordt de moeilijker stof met een ster aangeduid, maar zonder deze opgaven en paragrafen te maken valt de samenhang een beetje weg. Zeker waar de opgaven moeilijker werden betreurden wij het dat niet van alle opgaven de antwoorden achterin vermeld staan, maar dat dit slechts selectief (willekeurig?) gebeurt. Ook zijn het echt enkel de antwoorden, niet voorzien dus van uitwerking of uitleg. Het hoofdstuk over fractale dimensies bevat zoveel moeilijke en bovenal abstracte stof dat wij vinden dat er voor het hele hoofdstuk wel een sterretje had mogen staan, alhoewel wij (6 Gymnasium) toch bijna de hoogste doelgroep zijn. Met name het begrip (over)aftelbaar oneindig is te kort en te vaag uitgelegd om het echt goed te kunnen snappen. Dit mede omdat er allemaal nieuwe begrippen verschijnen zoals 'bijjectief' en 'afbeelding'. Tenslotte is het jammer dat er te veel zaken worden genoemd die je maar een beetje moet geloven. Een iets diepere uitwerking zou het het geheel logischer doen overkomen. Je moet bijvoorbeeld de formule voor fractale





Jan Pieter Wijbenga en Wendy Ellens

dimensie maar aannemen.

Dit boekje is aantrekkelijk voor de wiskundeliefhebber en voor iedereen die geïnteresseerd is in fractals. Toch slaagt het er niet in om een volledige indruk achter te laten over het onderwerp. Of dat wel mogelijk is wanneer het anders gebracht wordt, kunnen wij niet beoordelen. Het onderwerp fractals lijkt ons hoe dan ook moeilijk te begrijpen en dus te moeilijk als keuzeonderwerp voor de gemiddelde vwo-er. In het voorwoord staat onder andere: "Wie dit boekje doorneemt zal zien dat simpele recepten aanleiding geven tot bijzonder complexe meetkundige figuren". Maar als de 'simpele recepten' al pittig blijken. . .

Wendy Ellens en Jan Pieter Wijbenga

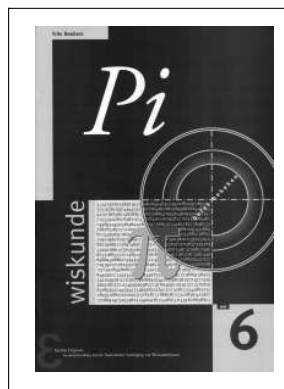
Pi

Het boekje begint met een duidelijke definitie van π en een korte geschiedenis. Wij vonden dit een goed begin, omdat op deze wijze een goede uitleg wordt gegeven waardoor de rest van het boekje begrijpelijker is. Vervolgens wordt verteld over de methode van Archimedes, de eerste methode ooit om π te benaderen. Dit is niet zo'n moeilijke methode en na de gegeven uitleg is het allemaal goed te begrijpen.

In het volgende hoofdstuk wordt doorgedaan op deze methode, waarbij een paar toepassingen in de meetkunde worden behandeld. Ook dit is allemaal nog goed te begrijpen. Vanaf dit punt wordt het boekje echter moeilijker; dit komt voornamelijk doordat er veel lastige formules worden genoemd, onder andere de formule van Viète en die van Wallis en Leibniz. Deze formules worden weliswaar uitgelegd, maar omdat je als lezer waarschijnlijk nooit eerder dergelijke formules hebt gezien is deze uitleg niet toereikend. Bij de opgave wordt er dan echter wel direct vanuit gegaan dat je de formules begrijpt en zelfs kunt toepassen.

In het volgende hoofdstuk worden weer dergelijke formules gegeven met ook weer lastige opgaven. Dit vonden wij op den duur (met zelfs nog een derde hoofdstuk van dit type!) wat eentonig worden. Misschien kwam dat ook doordat er in de hoofdstukken 4, 5 en 6 steeds minder op de geschiedenis wordt ingegaan en de tekst dus steeds meer uit droge formules bestaat. De aandacht verslapt hierdoor enigszins.

In hoofdstuk 7 wordt dan juist weer erg uitvoerig ingegaan op de geschiedenis rond bepaalde moderne methodes, de uitleg blijft hier wat



Laurens Wiersma en Charlotte Vlek

vaag. Het lijkt of de auteur het eigenlijk zelf ook niet begrijpt. Er worden daarom dan ook geen opgaven gegeven in dit hoofdstuk. In het volgende hoofdstuk put de auteur zich wel weer flink uit in een aantal moeilijke opgaven. Dit hoofdstuk gaat over de vraag of pi een breuk, irrationaal of transcendent is. Dit wordt allemaal duidelijk uitgelegd, hoewel de opgaven weer eens onbegrijpelijk zijn. Hoofdstuk 9 tot slot gaat over pi-wetenswaardigheden: aantallen gevonden decimalen, gedichtjes om die decimalen te onthouden en boeken om te lezen als je meer over het onderwerp te weten wilt komen.

Na het lezen van dit boekje ben je zeker aan het denken gezet over pi en is het dus handig dat er wat tips voor boeken gegeven worden. Niet alle behandelde formules worden namelijk helemaal uitgelegd: af en toe merkt de schrijver zelf al op dat het wat te moeilijk te begrijpen zou zijn wanneer hij het hele bewijs zou geven en doet hij dat dus niet. Zo lijkt het af en toe wat vreemd wanneer hij een ingewikkelde formule geeft en dan direct door gaat op een volgend onderwerp. Daardoor wordt de tekst steeds meer een simpele opsomming van ingewikkelde formules: de lezer blijft steeds minder geboeid. Daarnaast gebruikt de auteur juist soms ineens weer spreektaal: een nutteloos zinnetje staat ertussen, misschien om de lezer te boeien? Hierdoor ontstaat een vreemde mengeling van moeilijke wiskunde en zinloze opmerkingen: het niveau schommelt tussen hoog (te moeilijke wiskunde) en laag (nutteloos). Een voorbeeld van zo'n zinloze opmerking staat op bladzijde 42: "hiervan herinner ik mij nog mijn vruchteloze pogingen op de middelbare school om hem 'uit te rekenen'" (over een formule zonder oplossing).

Over het algemeen vonden wij dat het begin van het boekje duidelijk uitgelegd werd en nog goed te begrijpen was, maar naarmate je verder vorderde werd het moeilijker alle formules te begrijpen. De uitleg werd ook ingewikkelder en minder volledig. *Charlotte Vlek en Laurens Wiersma*

GPS en wiskunde

Het boekje is onderverdeeld in zes hoofdstukjes. De langste ervan, de opdrachten, is weer onderverdeeld in vijf delen. Het boek begint met een hoofdstukje (slechts één bladzijde lang) *Vooraf*. Hierin wordt geschetst waar het boek zoal over gaat, wordt uitgelegd hoe je met het boek moet werken en welke voorkennis je nodig zult hebben. Na het lezen van deze bladzijde weet je precies waar je aan toe bent. Dan komt er een





Ronald Teune en Tamara Wustman

stuk geschiedenis: *Met een wonder in de hand...*, over de ontwikkeling van kompas tot *global positioning system* (GPS). Ook dit hoofdstukje is weer één bladzijde lang.

Nu begint het overgrote deel van het boek: de opdrachten. Hier wordt uitgebreid over de geschiedenis van de GPS zelf en de theorie voor wat betreft wiskunde en de belangrijkste termen. Het tweede stukje van de opdrachten bespreekt vooral waar je informatie kunt vinden over GPS, met een flinke lijst internetadressen. In het derde deel van de opdrachten wordt iets verteld over de praktische werking van de GPS, wat je er zoal mee kunt.

Dan komt een stukje *Gebruikers aan het woord*, wat uitlegt hoe je de 'pages' daadwerkelijk kunt gebruiken. Als we ook eens een negatief punt moeten noemen, dan is het de titel van het vijfde opdrachtensubhoofdstukje, namelijk *Jij als GPS*. Dit klinkt een beetje kinderlijk, hoewel het ook wel weer zo is dat er moeilijk een andere titel te bedenken is. Hierna begint er een hoofdstuk dat niet meer onder de opdrachten valt, namelijk *Onderzoek*. Dit bevat een heel goede uitleg wat je zoal zou kunnen doen als je een werkstuk over GPS moet maken; zo staat er hoe je een grafische rekenmachine kan gebruiken voor het berekenen van satellietbanen en hoe pseudo-random getallen werken, die de satelliet gebruikt. Dit was zeer verhelderend. Eventueel had het ook direct bij de eerste keer dat pseudo-random ter sprake kwam kunnen worden uitgelegd, maar dat is niet noodzakelijk. Het volgende hoofdstuk, *Presentatie*, sluit er mooi op aan. Tenslotte, helemaal achterin, komen de *Aanwijzingen*, oftewel min of meer de antwoorden op de opgaven, wat heel handig is.

Al met al zijn wij zeer positief over dit boekje. Misschien komt dat ook omdat GPS een aansprekend onderwerp is. Na even proberen met google kwamen wij op de site van de auteur van het boekje en het blijkt dat daar veel aanvullende informatie en links op staan; onder andere het fenomeen 'geocaching' wekte onze interesse. Deze recensie is er echter niet voor om daar uitgebreid op in te gaan.

Tamara Wustman en Ronald Teune

Spelen met gebelen

Dit boek bestaat uit twaalf hoofdstukken, waarin het systeem van de natuurlijke getallen wordt uitgelegd. In de eerste twee hoofdstukken wordt dit systeem deels beschreven aan de hand van opgaven die gaan over rollende biljartballen. In het derde



Ivo Visser, Ira Mostovaya en Marinus den Hartogh

hoofdstuk worden de begrippen deler en veelvoud behandeld. Het vierde hoofdstuk gaat over het kleinste gemene veelvoud. In het vijfde hoofdstuk wordt het begrip *hark* geïntroduceerd, dat in hoofdstuk zes verder uitgewerkt wordt. In het zevende hoofdstuk wordt het kleinste gemene veelvoud in verband gebracht met de hark. Het achtste hoofdstuk gaat over de grootste gemene deler. Het negende hoofdstuk behandelt het algoritme van Euclides. In het tiende hoofdstuk wordt de grootste gemene deler in verband gebracht met het kleinste gemene veelvoud. Het elfde hoofdstuk gaat over priemgetallen. En in hoofdstuk twaalf staan extra opdrachten voor de liefhebbers.

Elk hoofdstuk bevat opgaven en opdrachten. De opgaven zijn wat eenvoudiger en horen bij de stof, de uitwerkingen ervan staan achterin het boek. De opdrachten zijn moeilijker, ze zijn niet allemaal verplicht en er staan geen uitwerkingen van in het boek. De auteurs richten zich vooral op leerlingen met Wiskunde B.

Het boek zit beslist niet slecht in elkaar. Het uitleg was goed te begrijpen. Vooral de uitleg over hoe het boek in elkaar zit in de inleiding is erg duidelijk. Ook sluiten de opgaven goed bij de behandelde stof aan. Door ze te maken begrijp je de uitleg van het boek veel beter. De meeste opdrachten zijn, indien je ze begrijpt, erg mooi. Maar er zijn toch dingen in het boek, die beter hadden gekund. Zo zijn de opdrachten van een vrij hoog niveau. Het lukte ons dan ook niet in alle gevallen het juiste antwoord te vinden. Het vervelende was dat de bijbehorende oplossingen niet in het boek stonden. Hoe moesten we de opdrachten begrijpen als we er zelf niet uit kwamen? Wij vinden dit een grote tekortkoming.

Bij de opdrachten wordt overigens vaak gevraagd om iets te bewijzen. Maar alleen de leerlingen met Wiskunde B1,2 in hun pakket leren hoe je zo iets kan aanpakken. De mensen met alleen Wiskunde B1 zullen daarom waarschijnlijk helemaal veel moeite met de opdrachten hebben. Verder is het jammer dat de vraagstelling in de opgaven vaak onduidelijk is. Wij hadden in sommige gevallen verschillende meningen over wat er nou precies van ons gevraagd werd. Pas toen we in de uitwerkingen keken begrepen we wat men nou precies beantwoord wilde hebben. Ook de notatie wordt niet altijd voldoende toegelicht. Het zou verstandiger zijn geweest om tekeningen toe te voegen aan de uitwerkingen, aangezien er, vooral in de eerst twee hoofdstukken, schetsen





Bert Kort en Miki Hew

gemaakt moeten worden. Omdat we door de onduidelijke vraagstelling niet begrepen, wat er precies van ons verlangd werd, zouden zulke tekeningen erg handig zijn geweest.

In het eerste en tweede hoofdstuk wordt vooral met biljartballen gewerkt. Pas veel later begrepen we het verband met de natuurlijke getallen. Naar onze mening kunnen de eerste twee hoofdstukken weggelaten worden. We raakten alleen maar in de war van het kijken naar rollende biljartballen en leerden er eigenlijk niet zo veel van. Misschien zou deze stof geschikter zijn geweest voor de leerlingen met Wiskunde A.

Onze uiteindelijke conclusie is dat het een goed in elkaar zittend boek is over een interessant onderwerp. Als er nog uitwerkingen van opdrachten aan worden toegevoegd en als de vraagstelling wordt aangepast dan wordt het een zeer bruikbaar en leerzaam boek.

Ira Mostovaya, Ivo Visser en Marinus den Hartogh

Schuiven met auto's, munten en bollen

Het boekje gaat over optimaal rangschikken van meetkundige objecten. In het eerste hoofdstuk is dat het zo effectief mogelijk inrichten van een parkeerplaats: hoe pak je dit wiskundig aan. Door middel van roostermodellen wordt geprobeerd om inzicht te verschaffen in het verkrijgen van zoveel mogelijk parkeerplaatsen op een beperkt stukje land, zonder dat bepaalde parkeerplaatsen alleen te bereiken zijn door over een andere te rijden. Om inzicht in dit probleem te verkrijgen laten de schrijvers je eerst in simpele modellen allemaal mogelijkheden voor het parkeerterrein aangeven, bijvoorbeeld in een rooster van 2 bij 2 zijn er vier mogelijkheden. Vervolgens wordt een poging gedaan om een algemene oplossing te vinden voor dit probleem.

In hoofdstuk 2 worden problemen aangepakt, waarbij je wilt oplossen hoeveel cirkels in een bepaald gebied geplaatst kunnen worden, zonder dat ze elkaar overlappen. Ook wordt het probleem van Malfatti behandeld. Dit stelt de vraag, hoe je in een driehoek een zo groot mogelijke oppervlakte kan bedekken met drie niet noodzakelijk even grote cirkels. Malfatti behandelde dit probleem als eerste en hij beweerde dat de beste oplossing was dat je drie cirkels tekent in de driehoek, die elkaar twee aan twee raken en bovendien elk aan twee zijden van de driehoek. Volgens de Amerikaan Goldberg is deze methode echter onjuist, want, zo beweert hij: "Je moet eerst een zo groot mogelijke cirkel tekenen, en de overige twee cirkels plaats je zo dat deze ook nog zoveel mogelijk van de oppervlakte bedekken".

Hoofdstuk 3 gaat over het zoeken naar algemene formules voor stapels kogels. In de formule wil je aangeven hoeveel kogels je nodig hebt om een bepaalde soort stapel met deze kogels te maken, namelijk een driezijdige piramide en een vierzijdige piramide. Hierbij wordt zelfs

nog even het probleem van Kepler aangesneden, maar daar wordt niet erg diep op in gegaan. Het probleem van Kepler vraagt naar een zo dicht mogelijke bolstapel. Door verschillende stapelstructuren te gebruiken probeert men al geruime tijd het probleem op te lossen. In 1998 lukte dit voor het eerst: Thomas Hales leverde het bewijs.

Het boekje bevat inderdaad, zoals de schrijvers zelf ook al zeggen, veel informatie. Het verhaal, waarin de genoemde problemen worden behandeld, is niet moeilijk geschreven. Het komt zelfs nogal simpel over. Zodra je echter de opdrachten gaat maken blijkt dat je toch wel wat meer wiskundige kennis nodig hebt dan de schrijvers veronderstellen. Hoofdstuk 1 en 2 zijn over het algemeen goed te volgen, al vind je ook hier al zaken die niet in de gewone wiskundelessen worden behandeld en die in het boekje evenmin voldoende uitgelegd om ze alsnog te kunnen begrijpen. De uitleg bij de antwoorden van de opgaven is ook zeer summier. Dit verschaft dus geen verder inzicht in de stof. Het boekje is wel zo geschreven dat het je interesse opwekt. Al is de toepassing en oplossing van sommige behandelde problemen voor de praktijk niet direct relevant, je ziet de wiskunde eens van een andere kant. Het is jammer dat er geen uitwerkingen zijn van de suggesties. Wel is het leuk dat bijvoorbeeld in Appendix 2 wordt uitgelegd hoe je een gelijkzijdige driehoek met een willekeurig rechthoekig stuk papier kunt vouwen.

Onze mening is dat echte wiskundefanaten waarschijnlijk wel alles in het boekje zullen kunnen volgen, maar een gemiddelde of zelfs goede wiskundeleerling op vwo niveau zal het niet vanuit zichzelf zomaar begrijpen. Al is dit wel de doelstelling van de schrijvers.

Miki Hew en Bert Kort

Pi, de geschiedenis en de wiskunde van het getal π , Frits Beukers, 64 p., prijs € 8,00, Utrecht: Epsilon, 2000, ISBN 90-5041-062-6. *Spelen met gehele*, Ruud Jeurissen en Leon van den Broek, 56 p., prijs € 8,00, Utrecht: Epsilon, 2002, ISBN 90-5041-072-3. *Wiskunde met verve*, F. van der Blij, 52 p., prijs € 12,50, Groningen: Wolters Noordhoff, 1999, ISBN 90-01-83300-4. *Schuiven met auto's, munten en bollen*, Hans Melissen en Rob van Oord, 46 p., € 8,00, Utrecht: Epsilon, 2001, ISBN 90-5041-073-1. *Fractals. Zelfgelijkheid en gebroken dimensie*, Igor Hoveijn en Jan Scholtmeijer, 64 p., € 8,00, Utrecht: Epsilon, 2001, ISBN 90-5041-068-5. *GPS en wiskunde*, Jan van den Brink, 64 p., prijs € 12,50, Groningen: Wolters Noordhoff, 2000, ISBN 90-01-83301-2.