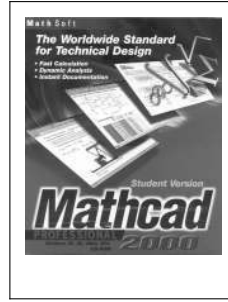


*Alle in de vijfde serie van het NAW verschenen boekbesprekingen zijn te vinden op onze webpagina.*

*Tevens staat daar een lijst met ter recensie aangeboden congresverslagen en eventueel andere boeken.*

*Indien u er prijs op stelt een van deze verslagen te bespreken, meld dit dan binnen een maand na verschijnen van dit nummer (bij voorkeur per e-mail) op onderstaand adres.*

*Eindredactie: Jaap Top  
Redactieadres: Boekbesprekingen WG  
Instituut voor wiskunde en informatica  
Postbus 800, 9700 AV Groningen  
Webpagina: <http://www.math.rug.nl/revwg/>  
E-mail: [revwg@math.rug.nl](mailto:revwg@math.rug.nl)*



### **Mathcad 2000 professional**

*Berlin: Springer-Verlag, 1999*

*prijs €104,59*

*ISBN 3-540-14859-0*

Mathcad is a Windows (not Linux/Unix) program for applying mathematics to engineering problems. It is able to perform both symbolic and numerical operations on variables, functions and expressions, and provides an interface to work with text and graphics. MathCad is available in two forms, a Student Edition and a Professional Edition. The cheaper Student Edition contains restrictions on the maximum size of arrays and does not have all the programming capabilities. According to its provider (MathSoft Engineering and Education Inc.) MathCad has over 1.5 million users worldwide, and is deployed at 90 universities and colleges. Although these numbers are impressive (for comparison: Maple and Mathematica each have about 1 million users worldwide), MathCad does not seem so familiar to most NAW-readers. The majority will be acquainted with Maple, Mathematica, Matlab et cetera, but MathCad. . .

MathCad comes with hundreds of so-called QuickSheets (templates for common mathematical tasks) that can be dragged into the problem to be solved. In this way, after a little experimentation, a user soon learns how to solve even difficult problems. And when nevertheless an error message occurs, the user may go step-by-step (guided by a built-in tutorial) through the program to trace the error. MathCads strongest point is its friendliness for unexperienced users. For that reason, MathCad is used to support the mathematical education for chemistry students at Groningen University. In general these students need very little time (compared to Mathematica, for example) to get used to the notation for inputting things and to navigate efficiently through the tutorial system. Besides, MathCad can be integrated with a variety of software products, among others AutoCAD and the Microsoft Office suite. This link eases to put results into Word documents, to read and write data from Excel spreadsheets, or AutoCAD files, et cetera.

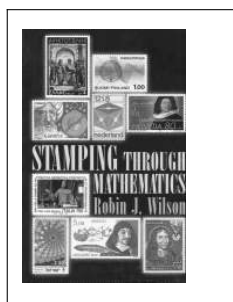
MathCad uses a subset of Maple for symbolic computations. The subset is reasonably extensive. However, some special functions are not amongst the 250 standard functions of MathCad. They have to be loaded from MathCads website. For numerical computations MathCad has built-in a fair number of algorithms for root finding, solving differential equations, partial differential equations, optimising functions, and more. There is an automatic selection of algorithm, but the user may opt for an alternative method, or may program his own method. Like any program MathCad has weaknesses (a kind word for errors). The MathCad discussion list on the world wide web gives an overview of known errors. A serious mistake in the numerical evaluation of fractions is that the result is zero if the numerator is zero, regardless of the value of the denominator. By the way, the webbased facilities of MathCad are helpful and well-organized: users can download files created by other MathCad users.

MathCad has a document-publishing feature. The advantage

of this feature is that reports can be created, with graphs, tables, expressions et cetera. containing parameters that the reader of the document may change. Thus, the reader can do a what-if-experiment. The disadvantage is that the writer of the document has to learn yet another document-publishing program. After having learned how to change the page numbering of the first four pages of a document into Roman numbers using Latex or Word, most writers will not be sufficiently motivated to learn how to do this with the help of MathCad. But anyhow, it is feasible.

In summary, MathCad is an interesting software product for applying mathematics, in particularly for beginners.

R.W.C.P. Verstappen



R. J. Wilson  
**Stamping through mathematics**

Berlin: Springer-Verlag, 2001

126 p., prijs €28,95

ISBN 0-387-98949-8

Zevenenvijftig grote rechterpagina's met zowat vierhonderd schitterende (vergroete) kleurenafbeeldingen van postzegels binnen het thema 'wiskunde'. Daarnaast, op de linkerpagina's, een korte uitleg per zegel en een kleine, sterk gecondenseerde en vanuit een enorme vakkennis geschreven inleiding op het thema van de pagina. Zo'n thema kan zijn: een beroemde naam (Copernicus, Newton), of een periode, of een bepaald land, of iets als navigatie, kalenders, spelen, statistiek of computers. Of er wordt gewezen op raakvlakken met niet direct wiskundige zaken, bijvoorbeeld onder de kopjes *The French Revolution* en *Twentieth-Century Painting*. Wie de *Stamp Corner* (door dezelfde auteur, sinds 1984 al ruim 75 bladzijden) in het kwartaalblad *The Mathematical Intelligencer* naast dit boek zou leggen, kan hier en daar wel enige overlap constateren. De stijl van het boek is hetzelfde, maar het boek is zeker geen eenvoudige bundeling van die columns (met alleen afbeeldingen in zwart-wit).

Waarom kan zo'n boek boeiend zijn? Het is nog weer eens een — originele, speelse — entree tot de geschiedenis van de wiskunde. Waarbij het boeiende naar mijn idee in de eerste plaats zit in de kennismaking met de inventiviteit van de zegelontwerpers. De wiskunde lijkt op het eerste gezicht nu niet direct een erg overvloedige bron voor afbeeldingen op zo'n gebruiksding-voor-iedereen als een postzegel. Toch wordt het (meer en meer) geprobeerd. Voor de hand ligt dan een plaatje van de (nogal eens gefantaseerde) kop van een beroemd persoon, maar in dit boek wordt op zo'n tachtig procent van de opgenomen zegels een visuele link naar de wiskunde gelegd met (ook) andere middelen.

Conclusie: een prachtig (cadeau-) boek voor een ieder met enige belangstelling voor exacte wetenschappen (en zeker niet alleen voor de filatelisten onder hen). Met een index, een literatuurlijst en catalogusgegevens (Stanley Gibbons) is dit een prima verzorgd boek. Laat niemand echter denken dat dit nu zo'n beetje alles is wat er aan wiskunde-op-postzegels bestaat, want wat dat betreft had de auteur z'n boek zonder moeite vijf of meer keer zo dik kunnen maken. De Amerikaanse studiegroep Philamath (zie de

literatuurlijst in het boek) heeft lange lijsten die wél de bedoeling hebben zo compleet mogelijk te zijn.

Ben ik dan in alle opzichten volkomen tevreden met dit boek? Niet helemaal, want er is nog een heel gebied waarvan ik het jammer vind dat de auteur er niet aan toegekomen is. Of ik moet eigenlijk zeggen, dat hij het — naar ik van hem heb begrepen — niet tot 'de wiskunde' rekent. Ik bedoel dit: Op vrijwel alle postzegels staan getallen genoteerd. De manier waarop dat precies gebeurt, kan in tal van opzichten erg interessant zijn. En kan volgens mij vaak eerder dan bij de thema's in het boek van Wilson het geval is, de mogelijkheid bieden tot nader eigen onderzoek. Ik noem hier een aantal van die aspecten, waarvan ik allemaal echt meerdere voorbeelden op postzegels gevonden heb: Romeinse cijfers worden vrijwel uitsluitend voor rangtelwoorden (volgnummers) gebruikt. Toch bestaan er enkele tientallen zegels waarop de waarde zelf in romeinse cijfers, en soms ook uitsluitend in romeinse cijfers, is aangeduid. Tot XL en XLVIII aan toe. Waarom? Wanneer? Waar? (Zowat de wereld rond!). Welke varianten komen er voor binnen de romeinse notatie? Worden natuurlijke getallen geschreven met het rijtje 1, 2, 3, ... of met het rijtje 0, 1, 2, 3, ... Of soms nog anders? Hoe komt het dat op een Duitse zegel 25 als "zwanzigfünf" staat uitgeschreven? Is het correct dat de tweeduizendste sterfdag van Cicero herdacht wordt met een zegel waar op staat: "43 A.C.–1957"? Moet dat niet 1958 zijn? In hoeverre is het Chinese getalnotatie-systeem niet een plaats-waardesysteem? Wanneer en hoe snel is de breuk-notatie voor gebroken zegel-waarden vervangen door de komma-notatie? (De laatste '1/2 cent' lijkt van 1987. Gaat er nog ergens '1/2 euro' geschreven worden?) Welke landen hebben nooit de breuknotatie gebruikt; welke landen waren juist erg laat met hun eerste komma-vorm? Waar, en hoe, is de waarde helemaal zónder cijfers weergegeven? Waarom staat er in de komma-vorm soms een (dubbele) streep onder de, meestal kleinere, centen-cijfers? (En waarom een heel enkele keer erboven?) Waarom wordt 2,50 wel eens vervangen door 2,5? Waarom vereenvoudigbare breuken: 2/8, 4/8, 4/10? Waarom werden in een Finse serie de waarden geschreven als

$$1 \quad 1 : 20 \quad 1,25 \quad 1\frac{1}{2} \quad 1 : 75 \quad 2 \quad 2\frac{1}{2} \quad 2 : 75 \quad 3 \quad ?$$

Problemen bij de invoering van de komma-notatie zijn te zien waar voor 'vijf centavos' staat: 0,05 c voor 'anderhalve riyal' staat: 1/50 voor 'halve cent' staat: 0.00 $\frac{1}{2}$  en ook 0.0 $\frac{1}{2}$  en ook 0.001/2 voor '37 $\frac{1}{2}$  centavos' staat: Bolívares 0,37,5 (tweé komma's). Van mij had Wilson ook wat van deze 'realistische wiskunde' op mogen nemen.

H. Pot

S.G. Simpson  
**Subsystems of second order arithmetic**

(*Perspectives in mathematical logic*)

Berlijn: Springer-Verlag, 1999

445 p., prijs €50,11

ISBN 3-540-64882-8

De tweede-orde rekenkunde is een 'arm-maar-eerlijk' surrogaat voor de verzamelingsleer. Veel van de dagelijkse wiskunde heeft helemaal geen ZF nodig en een zwakkere basis biedt meer zekerheid inzake consistentie. Nu blijkt, dat in de praktijk de volle tweede-orde rekenkunde,  $PA^2$ , ook nog te sterk is. Bepaalde tamelijk robuuste subsystemen kunnen al veel van de gangbare

analyse behandelen. Noem  $PA^2_-$  de tweede-orde rekenkunde zonder comprehensie;  $RCA(PA^2_- + \text{recursieve comprehensie})$ ,  $ACA_0(PA^2_- + \text{aritmatische comprehensie})$ ,  $WKL_0(PA^2_- + \text{'weak König's lemma'})$  zijn de meest significante subsystemen  $PA^2$  tot dusver. Harvey Friedman initieerde een onderzoeksprogramma met de naam 'reverse mathematics', gericht op het 'calibreren' van concrete wiskunde stellingen door middel van zwakke subsystemen van  $PA^2$ . Simpson geeft in het besproken boek een gedegen expositie van reverse mathematics.

Verrassend genoeg zijn er veel bekende stellingen die precies even sterk zijn als sommige van de systemen. Het vaststellen van equivalenties is een van de opgaven van reverse mathematics.

Alle bekende equivalenties (tot aan 1999) zijn in het boek te vinden. Voor de 'working mathematician' is het interessant om te zien dat  $WKL_0$  (weak König's lemma), in de vorm 'iedere oneindige deelboom van de volle binaire boom heeft een oneindig pad', met een groot aantal stellingen equivalent is, zoals Heine-Borel, iedere continue functie op  $[0, 1]$  is Riemann integreerbaar, iedere aftelbaar lichaam heeft een unieke algebraïsche afsluiting, Brouwers dekpuntstelling voor  $n$ -dimensionale kubussen, Gödels volledigheidstelling.

Iedereen weet hoe handig en belangrijk Königs lemma is, maar het is verbazend dat  $WKL_0$  voor zoveel belangrijke stellingen 'precies genoeg' is.

Simpson behandelt de diverse systemen uitvoerig, inclusief een uitgebreide rondleiding door  $\omega$  en  $\beta$ -modellen. Het boek is goed leesbaar, en bruikbaar voor een cursus of seminarium. Het gebied is aantrekkelijk omdat het 'open-ended' is wat problematiek en onderzoek betreft, er is nog veel te doen. Men kan willekeurig ingewikkelde subsystemen van  $PA^2$  maken, de algemene ervaring is echter (gelukkig?) dat 'de wiskunde' maar een beperkt stuk van de volle  $PA^2$  gebruikt. Terzijde zij opgemerkt dat reverse mathematics vooralsnog een aangelegenheid van de klassieke wiskunde is. Het is nuttig en gewenst om ook voor intuïtionistische systemen een dergelijk project, dat daar overigens een heel andere gedaante zal aannemen, uit te voeren. Aanzetten daartoe zijn hier en daar al zichtbaar, bijvoorbeeld in het werk van Bridges en Ishihara.

Samenvattend: een waardevol encyclopedisch boek, de aanschaf ten volle waard.

D. van Dalen

V.I. Bernik and M.M. Dodson

### Metric Diophantine approximation on manifolds

(Tracts in mathematics; 137)

Cambridge: Cambridge university press, 1999

72 p., prijs £27,50

ISBN 0-521-43275-8

Diophantische approximatie is het benaderen van bijvoorbeeld reële getallen met rationale getallen. Het bestaan van zulke benaderingen, met een willekeurige precisie, is natuurlijk een direct gevolg van de definities. Vragen in dit vakgebied gaan dan dieper, en betreffen hoe goed men een  $x$  in  $\mathbf{R}$  kan benaderen met een  $p/q$  ( $p$  en  $q$  geheel,  $q > 0$ ), in termen van  $q$ . Voor diverse klassen van benaderbaarheid wil men dan vervolgens de verzameling van de betreffende  $x$  'meten'. Dit meten gebeurt bijvoorbeeld met de Lebesgue maat, maar kan ook verfijnd worden in termen van Hausdorff dimensie. Analoge vragen en resultaten zijn er in

willekeurige dimensie:  $\mathbf{Q}^n$  in  $\mathbf{R}^n$ .

Laten we een voorbeeld geven. Voor  $x$  in  $\mathbf{R}$ , laat  $\|x\|$  de afstand zijn van  $x$  tot  $\mathbf{Z}$ . Laat  $\psi: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{R}$  een dalende functie met positieve waarden zijn. Laat  $K(\psi)$  de verzameling van die  $x$  in  $\mathbf{R}$  zijn met  $\|qx\| < \psi(q)$  voor oneindig veel  $q$  in  $\mathbf{N}$ . Dan zegt een stelling van Khintchine dat  $K(\psi)$  maat nul heeft als de som van de  $\psi(q)$  convergeert, en dat anders het complement van  $K(\psi)$  maat nul heeft. Een rechtvaardiging van het gebruik van Hausdorff dimensie is het resultaat van Jarník en Besikovitch dat zegt dat  $K(q \mapsto q^{-v})$  dimensie  $2/(v+1)$  heeft, voor  $v \geq 1$ .

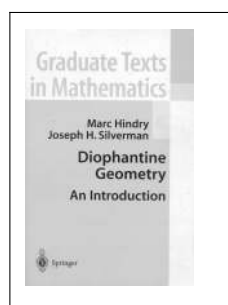
Het doel van het gerecenseerde boek is het inventariseren en ontwikkelen van een vergelijkbare theorie voor deelvariëteiten  $X$  van  $\mathbf{R}^n$ . Men benadert dan nog steeds met elementen van  $\mathbf{Q}^n$ , maar de vragen naar maat en Hausdorff dimensie van de deelverzamelingen van  $X$  die men zo krijgt zijn natuurlijk moeilijker dan die voor  $\mathbf{R}^n$  zelf.

Het boek bestaat uit 7 hoofdstukken. Het eerste is de inleiding. Het tweede behandelt het Lebesgue aspect voor deelvariëteiten. Hoofdstukken drie, vier en vijf gaan over het Hausdorff dimensie aspect. Hoofdstuk zes is een excursie naar  $p$ -adische getallen. Hoofdstuk zeven gaat over toepassingen: rotatiegetallen van diffeomorfismen van de cirkel naar zichzelf, dynamische systemen (KAM theorie, middelen), linearisatieproblemen van kiemen van complex analytische automorfismen, en over de relatie met Diophantische approximatie in hyperbolische ruimten (denk aan  $SL_2(\mathbf{R})$  die op de rand  $\mathbf{P}^1(\mathbf{R})$  van het hyperbolische vlak werkt).

Het boek is goed leesbaar, en geeft, lijkt me, een overzicht van alles wat er tot voor kort gebeurd is in het betreffende vakgebied. Als zodanig is het zeker aan te raden aan eenieder die in dit gebied geïnteresseerd is.

Aan de andere kant is het gegeven overzicht niet meer dan het beschrijven van de recente resultaten van Margulis en Kleinbock (en ook Bernik). Het gaat daar om methoden (ergodiciteitstheorie voor flows op homogene ruimten) die in dit gebied (nog) niet klassiek zijn. Het lezen van Kleinbock's recensie voor de Mathematical Reviews van de A.M.S. geeft ook sterk de indruk dat er op dit gebied binnenkort nog veel gaat gebeuren. Dit boek zal dus niet lang compleet zijn, en het is jammer dat het nalaat dit te vermelden.

B. Edixhoven



M.Hindry and J.Silverman  
**Diophantine geometry**

Londen: Springer-Verlag, 2000

558 p., prijs \$ 39,95

ISBN 0-387-98981-1

One of the main themes in the theory of diophantine equations from the last century consists of developments around the so-called Mordell Conjecture. This conjecture, formulated in the 1920's, states that any algebraic curve  $C$  of genus at least 2 and defined over a number field  $k$  contains at most finitely many points with coordinates in  $k$  (the  $k$ -rational points). Already then it was suspected that an important role would be played by the structure of the  $k$ -rational points of the Jacobian variety that is associ-

ated to  $C$ . The Jacobian variety is an example of an abelian variety, that is, a complete algebraic variety with an abelian group structure. In the 1920's A. Weil, in his thesis, showed that the  $k$ -rational points on an abelian variety form a finitely generated group. Some years earlier this theorem was shown in the one-dimensional case of elliptic curves by Mordell.

Using the Mordell-Weil result and his own work on diophantine approximation, Siegel showed in 1929 that an algebraic curve over  $k$  of genus at least 2 contains at most finitely many points whose coordinates are integers in  $k$ . Despite this progress it took another 64 years before Mordell's Conjecture was finally proved by Faltings in 1983. The methods he used were a mixture of arithmetic algebraic geometry and Galois representation theory, quite different from the approach used by Siegel.

However, some years later, Vojta brought diophantine approximation again to the foreground by giving a brilliant and completely new proof of Mordell's Conjecture. After its simplification by Bombieri it became apparent that Vojta's approach was basically Siegel's diophantine approximation method carried out on algebraic curves by using an additional idea of Mumford.

The four results mentioned above, the Mordell-Weil theorem, Siegel's result on integral points, Roth's theorem from diophantine approximation (an extension of Siegel's work which brought Roth the Fields medal) and Bombieri's version of Vojta's proof, form the backbone of the present book. We find the proofs of these results neatly presented. The first two sections are preparatory, part A on introductory algebraic geometry with the author's advise "not to read it" and the theory of heights in part B. As far as I know this is the first time that these four results are collected together and presented in such a lucid way in one textbook with exercises and all. Finally, in the last chapter there is a detailed account, mostly without proofs, of further developments. One such result is Faltings's extension of Vojta's method to subvarieties of abelian varieties and its application to the resolution of the Lang conjectures and to the problem of algebraic points on curves. Another result is the Zhang-Ullmo theory of heights of algebraic points on subvarieties of abelian varieties.

The book is recommended highly as an introductory text for anyone wishing to delve into more advanced theory of diophantine equations and as reference source for people working in this field.

F. Beukers

analogie met begrippen uit algebraïsche meetkunde, ter bestudering van de definieerbare verzamelingen. Als belangrijkste vermelden we hier het concept van 'onafhankelijkheid', dat toelaat om de dimensie te definiëren van definieerbare verzamelingen (in het geval men werkt met de eerste-orde theorie der velden komt deze abstracte onafhankelijkheid overeen met de algebraïsche onafhankelijkheid). Algauw bleek echter dat de klasse van theorieën met de stabiliteitseigenschap te nauw was; belangrijke algebraïsche theorieën zijn niet stabiel, maar laten bijvoorbeeld toch toe om een goed gedefinieerde notie van onafhankelijkheid te introduceren. In het begin van de jaren negentig is men er in geslaagd deze vele voorbeelden onder een gemeenschappelijke noemer te brengen: de klasse van 'simple theories'. Dit boek geeft een volledige behandeling van de basistheorie over deze 'simple theories'.

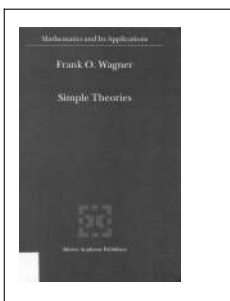
In het eerste hoofdstuk wordt een summier overzicht gegeven van de vereiste voorkennis voor het boek. In het tweede hoofdstuk wordt een begin gemaakt met de studie van 'simple theories'. De klasse van de 'simple theories' wordt gedefinieerd en enkele eenvoudige eigenschappen worden aangetoond. Ook wordt het volgende belangrijke en verrassende resultaat bewezen: elke eerste-orde theorie die toelaat om een onafhankelijkheidsrelatie te definiëren die voldoet aan een aantal milde voorwaarden, behoort tot de klasse van de 'simple theories'. Verder wordt de klasse van de 'stable theories' bestudeerd als deelklasse van de 'simple theories'.

In het derde hoofdstuk wordt de modeltheorie van de hyperimaginair elementen uit de doeken gedaan. Dit hoofdstuk bevat het materiaal dat kan worden beschouwd als het technisch hart van de theorie van 'simple theories'. In hoofdstuk vier wordt de klasse van groepen behandeld die definieerbaar zijn in modellen van 'simple theories'. Ietwat verwarrend wordt deze klasse aangeduid met de naam 'simple groups' (echter, deze 'simple groups' zijn niet noodzakelijk enkelvoudig). In dit hoofdstuk vindt men tevens een aantal resultaten van algebraïsch-meetkundige aard. Zo bijvoorbeeld wordt een stelling van A. Weil over de reconstructie van een algebraïsche groep uit generisch gegeven data veralgemeend tot de klasse van 'simple groups'. Hoofdstuk vijf behandelt de theorie van de 'supersimple theories', een belangrijke deelklasse van de 'simple theories'. Ook in dit hoofdstuk vindt men een aantal algebraïsche resultaten.

Het laatste hoofdstuk behandelt enkele meer geavanceerde topics waarin nog vele problemen open zijn. Ondermeer wordt nagegaan hoe de klasse van 'simple theories' zich gedraagt onder klassieke modeltheoretische constructies zoals amalgamatie.

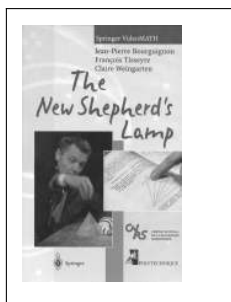
Het is een grote verdienste van het boek dat het de vele informatie over 'simple theories' samenbrengt en op een coherente manier presenteert. Verder beschikt het boek over een uitgebreide referentielijst en is elk hoofdstuk voorzien van bibliografisch en historisch commentaar. Als dusdanig is het boek uitstekend geschikt als referentiewerk voor researchers. Voor mensen die willen kennis maken met de fascinerende wereld van dit deel van de modeltheorie, maar weinig vertrouwd zijn met het recentere werk in de modeltheorie kan het boek een zware dobber betekenen; standaard argumenten worden gewoon vernoemd en van de lezer wordt verwacht dat hij de details invult. De lezer moet dus een vrij goede kennis bezitten van de modeltheorie en ook enige vertrouwdheid met de stabiliteitstheorie strekt tot aanbeveling.

K. Zahidi



F. Wagner  
**Simple theories**  
*(Mathematics and its applications)*  
 Dordrecht: Kluwer, 2000  
 260 p., prijs €86,-  
 ISBN 0-7923-6221-7

Dit boek behandelt een onderdeel van de modeltheorie dat nauw verband houdt met classificatietheorie. In de jaren zeventig introduceerde Shelah de notie van 'stable theory', als een belangrijk middel om eerste-orde theorieën te classificeren. Het belang van dit concept ligt in het feit dat voor eerste-orde theorieën die de stabiliteitseigenschap bezitten, men noties kan ontwikkelen naar

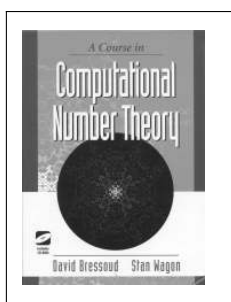


J.-P. Bourguignon, et al.  
**The New Shepherd's Lamp**  
 Londen: Springer-Verlag, 2000  
 prijs €29,65  
 ISBN 3-540-92637-2

De ontwikkeling van de hemelmechanica wordt in deze video commentariseerd middels gesprekken tussen de wiskundigen J.-P. Bourguignon, J. Brette en de astronoom B. Morando. De video werd eerder gepresenteerd op het videofestival van het I.C.M. congres in 1998 in Berlijn en lijkt bedoeld voor de geïnteresseerde leek. De rol van de wiskunde staat centraal. Vanaf het model van de Griek Ptolemeus, waarin alleen cirkelvormige banen voorkwamen en de aarde in het centrum stond, wordt tot en met de recurrentiestelling van Poincaré deze ontwikkeling aan de hand van het werk van een aantal onderzoekers gepresenteerd.

Aan bod komt het heliocentrische model van het zonnestelsel van Copernicus, waarin de planeten langs cirkelvormige banen rond de zon bewegen en waarmee eindelijk het model van Ptolemeus verlaten werd. Vervolgens worden de waarnemingen van Tycho Brahe behandeld en de daarna geformuleerde wetten van Kepler, die ellipsvormige banen van de planeten voorschreef. De band gaat verder met de observaties van Galilei, die liet zien dat de planeet Venus om de zon draait en Jupiter manen heeft, en de differentiaalrekening en de daarop gebaseerde bewegingswetten van Newton. Lagrange gebruikte niet meer uitsluitend de Euclidische ruimte om de planetenbewegingen te beschrijven. Zijn werk liet de voorspelling van het bestaan en de ontdekking van de planeet Neptunus toe. De Hamiltonsche mechanica wordt genoemd en met pen en papier wordt een argument geschetst dat de recurrentiestelling van Poincaré duidelijk maakt.

Het maakt een geforceerde indruk om Bourguignon, Brette en Morando elkaar kegelsneden en Poincaré's recurrentiestelling te zien uitleggen, zittend en wandelend in de ivoren torens en de tuin van het I.H.E.S. Ik had ook liever ondertiteling gezien in plaats van de gehanteerde Engelse commentaarstem. Maar over het geheel genomen geeft de video een onderhoudend relaas van de geschiedenis van de hemelmechanica. *A.J. Homburg*



D. Bressoud en S. Wagon  
**A course in computational number theory**  
 Berlijn: Springer-Verlag, 2000  
 367 p., prijs \$ 64,95  
 ISBN 1-930190-10-7

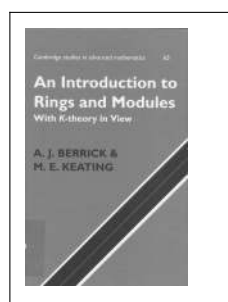
Colleges met de naam 'elementaire getaltheorie' komen in vrijwel alle wiskundeopleidingen voor. De behandelde stof bestaat in de regel uit een deelcollectie van de onderwerpen rekenen modulo  $N$ , priemgetallen, pseudopriemen, Carmichaelgetallen, kettingbreuken, de Pell (-Fermat) vergelijking, kwadratische recipro-

citeit en representaties van getallen als som van 2 of van 4 kwadraten.

De opkomst van toepassingen van getaltheorie op met name beveiliging van communicatie en tegelijkertijd de enorme toename van diezelfde communicatie hebben mede geleid tot steeds meer onderzoek naar zulke getaltheoretische toepassingen. Geavanceerde algoritmen voor bijvoorbeeld rekenen in een ring van algebraïsche getallen of in een coördinatenring van een affiene kromme over een eindig lichaam worden bedacht en geïmplementeerd in de researchafdelingen van Westerse en Japanse technologieconcerns, meer nog dan in een afdeling zuivere wiskunde aan de universiteit. Congressen over computationele getaltheorie en state-of-the-art artikelen en boeken over dit vakgebied volgen elkaar dan ook in snel tempo op, en het is opmerkelijk hoeveel deelnemers aan een bijeenkomst als het tweejaarlijkse Algorithmic Number Theory Symposium werkzaam zijn bij overheidsdiensten of in de technologie.

Het hier besproken boek laat zich inspireren door deze computationele sfeer. Dat gebeurt heel rustig. Het boek is dan ook bedoeld als een eerste kennismaking met getaltheorie, en daarbij wordt gekozen voor een computationeel perspectief. Hand in hand leert de gebruiker zowel een concept als een bijbehorend algoritme. Regelmatig komt daarbij het algoritme eerst, zodat profondervindelijk een eigenschap wordt ontdekt. Bij het boek zit een cd-rom vol mathematica-routines die in de tekst aan de orde komen.

Of zo'n computationele aanpak leidt tot een beter begrip van de theorie, betwijfel ik. De vele regels mathematica-code en de lange stukken uitleg van algoritmen maken de stof soms onoverzichtelijk. Niettemin heeft deze experimentele aanpak wel wat. Studenten zelf een hogere reciprociteitswet of allerlei regelmatigheden in periodieke kettingbreukontwikkelingen laten ontdekken werkt motiverend, al is het tijdrovender dan simpelweg een hoorcollege volgen. Het boek is zeker geschikt om delen ervan zelfstandig door te werken. Het is plezierig geschreven, en opgaven zijn in ruime mate voorhanden. *J. Top*



A. J. Berrick and M. E. Keating  
**Introduction to rings and modules. With K-theory in view**

(Cambridge studies in advanced mathematics; 65 en 67)  
 Cambridge: Cambridge university press, 2000  
 265 en 361 p., prijs £35,-  
 ISBN 0-006-1355-4 en 0-006-1855-5

Deze boeken werden opgezet als prologoumena voor een werk over K-theorie dat nog niet geschreven is. Dit brengt met zich mee dat heel uiteenlopende zaken aan de orde komen. Zo wordt in II een aantal soorten categorieën en hun eigenschappen behandeld, die Quillen nodig had om zijn hogere K-groepen te definiëren en er flexibel mee om te gaan. Maar ook lokaal-globaal principes voor orden, omdat in die context K-theorie goed kan worden gebruikt. Dit laatste sluit dan weer aan bij de hoofdstukken uit I waarin Dedekindringen en hun modulen worden uitgelegd. Maar waarom dan niet wat simpliciaal materiaal om de +-constructie van Kervaire en Quillen toe te lichten, of fundamenten van algebraïsche

meetkunde, omdat ook hier K-theorie veelvuldig wordt toegepast?

Keuze van onderwerpen, volgorde van behandeling en verdeling over de twee banden blijven enigszins raadselachtig. Ook, waarom deze zijn opgenomen in de Cambridge studies: hierin schilderen doorgaans kloekke werken de stand van zaken in gevorderde onderwerpen. Terwijl veel uit deze boeken geselecteerd zou kunnen worden om een onderhoudend en leerzaam derdejaarscollege te vullen. Probeer dus niet van kaft tot kaft te lezen; je hebt geen idee waar het heen gaat. Laat de delen op de plank staan als steun voor het geval je werkelijk K-theorie gaat bestuderen. Beter nog, haal ze er af en lees over onderwerpen waar op dat moment je belangstelling naar uitgaat. En dan valt er te genieten. De auteurs, zelf in K-theorie en daarbuiten actief, doen moeite om hun aanpak te motiveren. In terzijdes en veel, heel veel opgaven nemen zij de lezer bij de hand en brengen inzicht en vaardigheid bij. Op hun boeiendst zijn ze wanneer zij eigen hobbies en belangstellingen volgen, er niet om malend dat de K-theorie goed zonder kan. Niet standaard behandeling van platheid en directe en inverse limieten; wanneer kan een vrij moduul bases van verschillende kardinaliteit hebben?; localisatie direct met Ore stelsels en torsiemodulen (pas tegen het eind van II!); bij localisatie van ordes direct ook completering betrekken.

Hier en daar toch een vraagteken. Zou hun uitleg van chiraliteit een beginnend categorist werkelijk verder helpen? En waar zij naar gebieden wijzen in welke Morita theorie recent is toegepast, waarom dan niet de belangrijke bijdragen van hun landgenoot Rickard genoemd, in de voorstellingstheorie van eindige groepen? Tot slot titels van hoofdstukken. I: Basiskennis; Directe sommen en korte exacte rijen; Noetherse en veeltermringen; Artinse ringen en modulen; Dedekind integriteitsgebieden; Modulen over dezulken. II: Categorische; Categorische en exacte rijen; Verandering van ring; Morita theorie; Limieten in categorische; Localisatie; Locaal-globaal methoden.

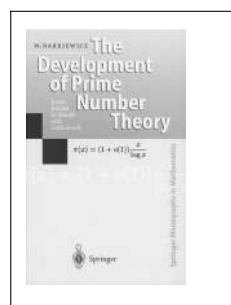
J.R. Strooker

singen voor lineaire differentiaalvergelijkingen. Het verbindende element is natuurlijk steeds dat symbolische karakter: de algoritmen in computeralgebra onderscheiden zich door hun exacte en algebraïsch-discrete karakter tot de benaderende en analytisch-continue oplossingen in de numerieke wiskunde.

De teksten die hier gepresenteerd worden zijn gegroeid uit aantekeningen voor 'minicourses' uit 1994 en 1995, voor de EID-MA onderzoeksschool gegeven in Eindhoven, en er is dan ook een sterke Nederlandse inbreng. De 'hapklare' aard van de brokken was bedoeld om deelnemende, gevorderde, studenten de mogelijkheid te bieden in kort bestek op de hoogte te geraken van wat computeralgebra vermag op diverse gebieden. Voor de uiteindelijke boekversie hebben de auteurs zich er in het algemeen niet vanaf gemaakt met het opsommen van bekende resultaten, maar er is in de meeste bijdragen geprobeerd een originele invalshoek te kiezen. De nadruk ligt ook op de wiskunde achter algoritmen, en bewijzen worden niet geschuwd. Een ander aantrekkelijk punt is dat de tekst niet is opgehangen aan één specifiek computer algebra systeem.

Zo kan het boek inderdaad bijdragen aan de opvoeding van de in algoritmische algebra geïnteresseerde jonge hond tot gourmet!

W. Bosma



W. Narkiewicz

**The development of prime number theory — From Euclid to Hardy and Littlewood**

(Springer monographs in mathematics)

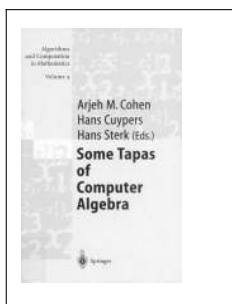
Berlin: Springer-Verlag, 2000

448 p., prijs €106,94

ISBN 3-540-66289-8

Euclid's proof of the infinitude of prime numbers is an example of a proof that deserves a place in *THE BOOK*, often quoted by the late Paul Erdős, where the ultimate forms of mathematical arguments are (to be) preserved. In the opinion of the author of the book under review, most *other* proofs in prime number theory are still far away from their optimal form. Therefore, he extensively describes the developments of methods with which such problems were attacked in the course of time, starting in antiquity and concluding at the end of the first decade of the 20th century. In addition, many later results are mentioned, albeit mostly in short comments.

The first chapter of this book starts with twelve proofs of the infinitude of primes, followed by three proofs of the divergence of the sum of the reciprocals of primes (which implies the infinitude of primes), Euler's discovery of primitive roots, and a survey of various formulas for prime numbers. The second chapter treats Dirichlet's theorem on the infinitude of primes in arithmetical progressions. The third chapter is devoted to Chebyshev's work concerning lower and upper bounds for the number  $\pi(x)$  of primes not exceeding  $x$ , including some of the applications of these bounds. Chapter four treats Riemann's work on the zeta function  $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-s}$  and its intimate connection with the behaviour of the function  $\pi(x)$ . This chapter also considers the analytical properties of Dirichlet's  $L$ -functions, describes the pioneering work of Cahen on the theory of Dirichlet series, and treats



A.M. Cohen, H. Cuyper and H. Sterk (eds.)

**Some tapas of computer algebra**

(Algorithms and computation in mathematics; 4)

Berlijn: Springer-Verlag, 1999

352 p., prijs €45,96

ISBN 3-540-63480-0

'Tapas' zijn voor de gourmet ongeveer wat 'hapklare brokken' voor de hond zijn. Waarbij vooral ook het 'dat-smaakt-naar-meer' gevoel van belang is. De brokken die hier opgediend worden zijn 11 hoofdstukken van ongeveer 25 pagina's elk en 7 projecten van circa 10 pagina's. Die projecten zijn bedoeld als toepassing in de vorm van samenhangende opgaven met uitgebreide toelichting op één of twee van de hoofdstukken.

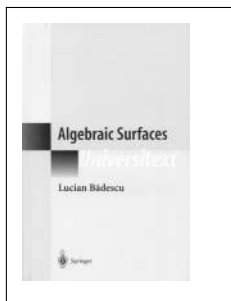
De hoofdstukken bieden een breed scala aan onderwerpen uit de computeralgebra: Gröbner bases en de toepassing ervan op integer programming en foutenverbeterende codes, reële algebraïsche meetkunde, rooster-reductie en het ontbinden van polynomen, rekenen in permutatiegroepen en groepen gegeven door voortbrengers en relaties, en het vinden van 'symbolische' oplos-

Stieltjes' study of the expansion of  $\zeta(s)$  into a power series.

The fifth chapter is devoted to the first proofs of the Prime Number Theorem due to Hadamard and de la Vallée-Poussin which both use the non-vanishing of the zeta function on the line  $\text{Re } s = 1$ . For this fact, several later proofs are included. In the sixth, and last, chapter the developments in the first twenty years of the 20-th century are treated, where the main role was played by Landau, who essentially simplified the theory of prime numbers, and published, in 1909, the first book devoted exclusively to that theory. Proofs of Theorems of von Mangoldt as well as the Prime Number Theorem are presented, the study of the roots of the zeta function is surveyed, and Littlewood's result about the sign of the difference  $\pi(x) - \text{li}(x)$  is introduced. This chapter concludes with a list of conjectures in additive number theory, posed by Hardy and Littlewood in 1923. This includes a conjecture on the number of representations of a large even integer as a sum of two primes, which would extend the well-known Goldbach conjecture.

Each chapter concludes with a series of 'exercises', most of them taken from research papers, and accompanied by the reference where the solution may be found.

The book closes with 79(!) pages of references, with  $\approx 25$  references per page. This illustrates its encyclopedic character and its usefulness for anybody wishing to study the literature on the subjects of the book. However, there still is left a gap of eighty years of many new ideas to be bridged, like the applications of trigonometric sums and the advent of various sieve methods: a good reason for a follow-up to this excellent book! *H. te Riele*



L. Bădescu

### Algebraic surfaces

(Universitext)

Berlijn: Springer-Verlag, 2001

258 p., prijs €40,39

ISBN 0-387-98668-5

Algebraic varieties are modelled upon affine varieties, which are subsets of affine space given as the zeroes of finitely many polynomials. These local models then should be glued together in an appropriate fashion. Standard examples include projective varieties, the zeroes of sets of homogeneous polynomials, but defined as there exist other ones as well.

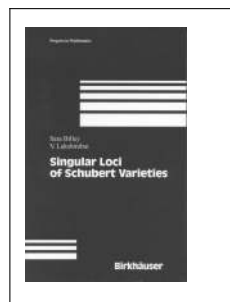
The first and most obvious way to classify varieties is by means of their dimension. Varieties of dimension 1 are also called *curves* and can be further classified according to their genus  $g$ , the number of independent regular 1-forms. Varieties of dimension 2 are called *surfaces* and their classification is much more elaborate. The 'classical' results are due to Enriques (1932, 1934) and are valid in characteristic zero. Enriques' proofs have been greatly simplified and extended to positive characteristic in a series of works by Mumford (1969) and Bombieri-Mumford (1976, 1977). The upshot of their work is that as long as the characteristic is different from 2 or 3 classification is as for characteristic 0; but there are some really new phenomena in the exceptional characteristics. Below, we shall have more to say about this.

There are some monographs available in which surfaces are treated systematically, the oldest being Enriques' work mentioned above. Then came Zariski's book (1935) which is of a more fundamental nature in that he puts 'Italian geometry' on more solid footing, preparing the way for classification in positive characteristic. Shafarevich' book (1967) which like Enriques treats classification in characteristic zero but using the then modern cohomological methods. In 1978, Beauville's beautiful monograph appeared, still only treating surfaces in characteristic zero. Next, Kurke's book (1982) and Bădescu's books (1981) appeared, incorporating also positive characteristic, based on the treatment by Bombieri and Bombieri-Mumford cited above. Finally the treatise by Barth, Peters and Van de Ven (1984) appeared which extended the view to not necessarily algebraic compact complex surfaces.

The present book is a translation of an earlier Rumanian text, now 20 years old and one might ask: why publish it anew? Certainly it is a translation and it also contains two new appendices (one called 'Further reading', which is far from complete, but contains the most important references. I missed for instance the references to recent work of Ekedahl (1988) and Shepherd-Barron (1991)). This in itself is not enough to merit publication. One could argue however that first of all it is the only existing monograph treating classification of algebraic surfaces in all characteristics in a reasonably self-contained manner. Secondly, it is very carefully written and gives all the necessary references.

As mentioned in the preface, the book is certainly not meant for beginners in algebraic geometry. An ample arsenal of basic techniques from algebraic geometry is required going well beyond a standard text like Hartshorne's book, such as some notions from étale topology (étale Betti numbers and Chern classes). Also the theory of the Picard scheme and the Hilbert scheme of subschemes of surfaces such as treated in Mumford's *Lectures on curves on an algebraic surface* (1966) are necessary tools. But anyone who has this background will find the treatise readily accessible. Moreover, for the translation many exercises have been included. It is a pity the author does not take the opportunity to say more about the beautiful geometry in characteristic 2 and 3 where you really see strange things happen. Examples of non-classical Enriques surfaces or surfaces of general type with 'too many' rational curves, violation of Kodaira vanishing and related subjects are entirely missing.

My conclusion is that the monograph is a good introductory text for self-study or for a graduate course for anyone with the required background, but should be supplemented by further reading. *C.A.M. Peters*



S. Billey en V. Lakshmibai

### Singular loci of Schubert varieties

(Progress in mathematics)

Berlijn: Birkhäuser Verlag, 2000

251 p., prijs €60,33

ISBN 0-8176-4092-4

As the authors explain in the introduction, this is a survey article that got out of hand. The reader is assumed to have some

familiarity with root systems, representations of Lie algebras, algebraic groups and even Schubert varieties. For an explanation why Schubert and others became interested in these varieties one has to turn elsewhere. A nice introduction can be found in the paper 'Schubert calculus' by Kleiman and Laksov, Amer. Math. Monthly 79 (1972), 1061–1082. Schubert was studying enumerative geometry. A simple example, taken from loc. cit.: How many lines in 3-space, in general, intersect four given lines? (Answer: two.) Checking the math archive <http://arXiv.org/> one sees that the subject of Schubert varieties is still very much alive. In the book one finds a surprising number of ways to approach Schubert varieties and their singularities. (This is why their survey got out of hand.)

The book illustrates the principles on the main example of Schubert varieties in the flag variety  $SL_n/B$ . Recall that a (complete) flag in  $n$ -space is an increasing sequence of linear subspaces, one of each dimension. A Schubert variety in the variety of flags arises by imposing conditions on the dimensions of the intersections of elements of the flag with those in a fixed standard flag. The author's own bent is rather computational, with lots of combinatorics, explicit bases of representations et cetera. Along the way one meets étale cohomology and intersection cohomology, the famous Kazhdan Lusztig polynomials, the Nil-Hecke ring, small resolutions, multicones, Gröbner bases and more. And then there are some related varieties, like determinantal varieties, ladder varieties, varieties of complexes (of vector spaces). There is an addendum of over twenty pages listing singularities. This kind of data one would expect on the WEB, not in a book, nowadays. If this book is for you, you already know that now. *W. van der Kallen*

C. Voisin proves the generic Torelli for the quintic threefold. We see a masterly combination of known methods (Donagi, Carlson-Griffiths, Green) with an "extraordinary computational tour-de-force" proof (as the editors rightfully characterize this paper).

C. Faber computes the Chow class of the Torelli locus in the tautological ring of a toroidal compactification of the moduli space of polarized abelian varieties, together with algorithms for computing intersection numbers on moduli spaces of curves. These are just three examples of the rich contents of this volume.

These almost 500 pages contain a wealth of information. Editing and refereeing has been done in an excellent way. It all reflects the quality of the "star-studded cast of speakers" of this interesting conference. An example of a valuable initiative, the Euro Conference on Algebraic Geometry, and the result of high quality speakers, organizers and referees.

From the introduction: "The book will be of interest to a wide range of students and nonexperts in different areas of mathematics, geometry and physics, and is required reading for all specialists in algebraic geometry." I completely agree. *F. Oort*



M. de Gee

**Wiskunde in werking deel 3.  
Functies van meer variabelen  
toegepast**

Utrecht: Epsilon uitgaven, 2001

357 p., prijs €22,50

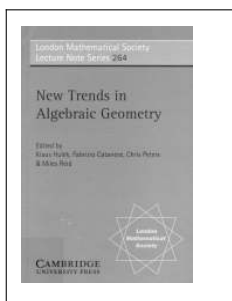
ISBN 90-5041-069-3

In "Wiskunde in Werking" laat de schrijver aan de hand van zeer veel voorbeelden uit uiteenlopende toepassingsgebieden zien waar en hoe analyse van functies van reële veranderlijken in de praktijk gebruikt wordt. Naast voorbeelden uit klassieke toepassingsgebieden zoals natuurkunde en elektrotechniek, komen er ook een aantal uit de biologie, de hydrologie (bijvoorbeeld de ontziltling van de IJsselmeerbodem), de logistiek, de milieukunde, de proceskunde en de voedingstechnologie (bijvoorbeeld het peken van kaas), op het toneel.

Het boek is verdeeld in vijf hoofdstukken. Elk hoofdstuk begint met een inleiding waarin wordt uitgelegd wat er aan de orde zal komen, en wat de voorkennis van de lezer moet zijn. De hoofdstukken zelf bestaan uit drie delen: een overzicht van het te gebruiken wiskundig gereedschap, de toepassingen, en een groot aantal opgaven. De hoofdstukken worden afgesloten met een samenvatting en met enkele historische kanttekeningen.

De schrijver is er in geslaagd een zeer uitgebreide collectie voorbeelden bijeen te brengen om daarmee onderwerpen als (gewone en partiële) differentiaalvergelijkingen en Fourierreeksen te illustreren. De voorbeelden worden duidelijk besproken en ze hebben niet alleen maar een figurantenrol.

Bij het schrijven van zo'n boek moeten er keuzen worden gemaakt; het is ondoenlijk in kort bestek zowel de wiskunde als de toepassingen te presenteren. De schrijver heeft gekozen voor de toepassingen; voor de wiskunde beperkt hij zich tot het vermelden van de resultaten die nodig zijn. Op enkele plaatsen staat een schets van een bewijs van gebruikte stellingen. Om deze reden lijkt mij het boek voornamelijk van belang voor studenten



K. Hulek et al. (eds.)

**New trends in algebraic geometry**

(LMS Lecture notes series; 264)

Cambridge: Cambridge university press, 1999

494 p., prijs £29,95

ISBN 0-521-64659-6

In 1996 a European algebraic geometry conference was held at the University of Warwick. This volume contains seventeen survey and research articles presented at that conference. The editors are K. Hulek, F. Catanese, C. Peters and M. Reid. The volume contains excellent expository papers on the one hand and research papers with beautiful new results on the other hand.

Part of the volume is devoted to Gromov-Witten invariants, to Calabi-Yau 3-folds and to mirror symmetry. These papers reflect some of the new breakthroughs in geometry and in theoretical physics in the 1990s.

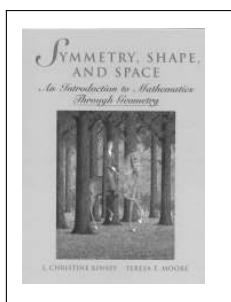
As it is not possible to describe the contents of 17 excellent papers in a short review, let me choose 3 (with apologies to the authors of the other 14 equally interesting and very good papers). K. H. Paranjape writes a 12 pages expository account, in which the Bogomolov-Pantev result, giving the weak Hironaka resolution of singularities, triggered by Johan de Jong's notion of 'alterations', is described. This paper is an example of the way important results are discussed and surveyed in a new and concise way.



die in hun opleiding geconfronteerd worden met het gebruiken van wiskunde. Studenten in de wiskunde moeten zich veel meer verdiepen in de mathematische achtergrond. Desondanks acht ik het zeer waardevol dat ook zij naast hun standaard vakkenpakket kennis maken met de inhoud van dit boek. Ik hoop dat in een volgende druk/editie van dit boek een veel uitgebreidere literatuurlijst wordt opgenomen. In de huidige editie heb ik (aan het eind van het eerste hoofdstuk) een lijstje met drie titels aangetroffen; voor een boek waarin vaak een beroep op voorkennis wordt gedaan is dat beslist niet genoeg. Het op de achterkant vermelde ingangsniveau: Tweede jaar universiteit en hogeschool lijkt mij (voor studenten wiskunde) te optimistisch. Bij de huidige studieprogramma's wordt veel van de benodigde voorkennis pas gedurende het tweede jaar aangeboden.

Aan de serie *Wiskunde in Werking* is zeer veel zorg besteed. Historische notities aan het eind van ieder hoofdstuk, veel mooie figuren, een overzichtelijke inhoudsopgave, een uitgebreide index, antwoorden van de vraagstukken, en tabellen met formules. Dit boek is een aanwinst voor de Nederlandse wiskunde.

R.A. Kortram



L.C. Kinsey and T.E. Moore  
**Symmetry, shape and space.**  
**An introduction to mathematics through geometry**

Berlijn: Springer-Verlag, 2002

494 p., prijs €61,05

ISBN 1-930190-09-3

Een bundeling van een stuk of tien Zebra-boekjes op het gebied van de meetkunde, zo zou je dit boek in termen van de Nederlandse onderwijssituatie kunnen omschrijven. Het behandelt verschillende elementaire meetkundige onderwerpen die grotendeels onafhankelijk van elkaar bestudeerd kunnen worden. De benodigde voorkennis reikt niet dieper dan de onderbouw van havo of vwo. De overeenkomst met onze Zebra-boekjes wordt nog versterkt doordat ieder hoofdstuk een keur aan welgekozen opdrachten en oefeningen bevat. Bovendien draagt elk onderwerp genoeg materiaal in zich voor praktische opdrachten en profielwerkstukken op verschillende niveaus.

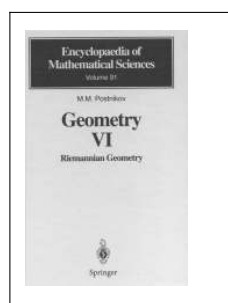
Een keuze uit de inhoud: regelmatige en halfregelmatige vlakvullingen, Penrose-betegelingen, rozetsymmetriën, friespatronen, behangpatronen, platland en de vierde dimensie, regelmatige en halfregelmatige veelvlakken, twee- en driedimensionale kaleidoscopen, spiralen, Fibonacci-rijen en phyllotaxis, perspectieftekenen en optische illusies, niet-euclidische meetkunde, kaartprojecties, de kromming van vlakke krommen en ruimtelijke oppervlakken, zeepvliesen, grafen, bomen en doolhoven, de topologie van oppervlakken, het kleuren van landkaarten.

De presentatie is inspirerend, de illustraties zijn prachtig, de oefeningen weloverwogen en goed gedoseerd en op de wiskundige inhoud is niets aan te merken. De hoge kwaliteit valt ook af te leiden uit de literatuursuggesties die aan het einde van iedere sectie gegeven worden. Allemaal verwijzen ze naar artikelen en boeken die als belangrijke bronnen op het desbetreffende gebied beschouwd kunnen worden. De auteurs zijn geen napraters, maar

kenners die weten waar ze het over hebben, zowel op wiskundig als op didactisch gebied. Er zijn ook tal van verwijzingen naar al dan niet via het internet verkrijgbare meetkundige software.

Van harte aanbevolen dus, te meer daar het beeld van de wiskunde dat uit dit boek oprijst, zo modern en verfrissend is. Totaal anders dan het stereotiepe dorre en saaie imago dat reguliere wiskundelessen helaas soms nog uitstralen. Alles draait hier om patronen en structuren. Leerlingen (en leraren!) zullen verbaasd zijn dat er bijna geen formules in het boek voorkomen. Wel veel concrete opdrachten die de wiskundige manier van denken (systematiseren, logisch redeneren, structureren) stimuleren, ook bij degenen die denken dat ze geen wiskundeknobbel hebben. Jammer dat dit boek er nog niet was toen de nieuwe Tweede-Faseprofielen werden ingevuld.

J. van de Craats



M.M. Postnikov

**Geometry VI: Riemannian geometry**

(Encyclopaedia of mathematical sciences; 91)

Berlijn: Springer-Verlag, 2001

503 p., prijs €102,20

ISBN 3-540-41108-9

As the name of the series suggests, most volumes in the *Encyclopaedia of mathematical sciences* series present encyclopaedic surveys of more or less narrowly defined areas of mathematics. This book on Riemannian geometry, by contrast, rather has the character of a textbook. In fact, it originates from the author's lectures and is a translation of the fifth in his series of 'Lectures on Geometry'. This should not deter the reader who does not have the other four instalments on his bookshelf: Seven chapters on the basic theory of manifolds, vector bundles and connections have been added from the earlier lectures to make this a self-contained treatment of Riemannian geometry. The style of a series of lectures has been very much preserved in this text. The material is arranged in chunks that correspond to individual lectures, and what is lost in depth and generality by this restriction is gained in clarity of exposition and abundance of examples.

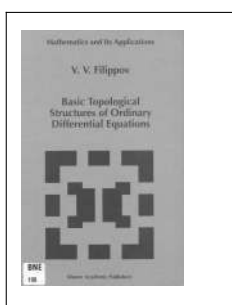
My personal test for any text on Riemannian geometry is to see how it introduces the curvature tensor. All but very few books simply throw the definition at the reader and proceed to work out its properties, leaving the reader wondering who on earth cooked up this miraculous object in the first place; the select few (more often than not Russian) motivate the definition by a discussion of parallel transport along small loops. Postnikov's approach — more extensive than any I have seen — is very much in this Russian tradition, and his chapter on the curvature tensor alone justifies for me the price of admission.

The main body of the text centres around classical topics in Riemannian geometry, but only after a more general treatment of manifolds with linear connection. This has the drawback that certain central topics like Jacobi fields, variation formulae, and the Bonnet-Myers theorem, say, are met rather late. But again, the lecturing style makes the later chapters sufficiently self-contained to allow relatively direct access. Many of the chapters go beyond the average text on Riemannian geometry; two I find particular-

ly valuable are those on space forms and 4-dimensional manifolds (in particular in view of the fact that Besse's *Einstein manifolds* continues to be out of print).

The book is thus comprehensive and original enough to be of interest to any professional geometer, but I particularly recommend it to the advanced student, who will find a host of instructive examples, exercises and vistas that few comparable texts offer, though the lack of a more extensive bibliography is to be regretted. One minor quibble: The names of several famous geometers have suffered from transliteration into Cyrillic and back, a slip that should have been noticed by the publisher (and that may raise doubts about the quality of the translation elsewhere) — Bianchi is rendered as Bianci (though not consistently so), Myers as Mayers, and Thorpe as Thorp.

H. Geiges



V.V. Filippov  
**Basic topological structures of ordinary differential equations**

Dordrecht: Kluwer, 1998

516 p., prijs €179,24

ISBN 0-7923-4951-2

De meeste boeken over gewone differentiaalvergelijkingen besteden als eerste enkele hoofdstukken aan existentie en eenduidigheid van oplossingen en continue afhankelijkheid van beginvoorwaarden en parameters. Vervolgens gaat men over tot de orde van de dag, dat wil zeggen er wordt gekeken naar zaken als oplossingsmethoden, speciale oplossingen, gedrag van oplossingen of naar faseportretten en bifurcaties et cetera. Zo niet het onderhavige boek, dat geheel aan het eerste is gewijd.

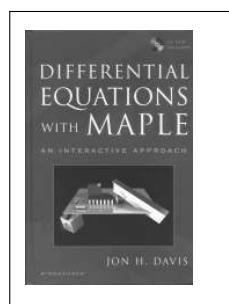
Het boek is gebaseerd op twee eerder in het Russisch verschenen boeken van dezelfde auteur en behandelt, zoals deze in zijn voorwoord schrijft, de 'continuïteit van de afhankelijkheid van oplossingen van beginvoorwaarden en parameters'. Dit gebeurt echter niet alleen voor differentiaalvergelijkingen van het type  $y' = f(t, y)$ , maar ook voor differentiaal inclusies van de vorm  $y' \in F(t, y)$  waarin  $F$  een meerwaardige afbeelding is. Om hiervoor theorie op te zetten is een flinke hoeveelheid topologie en analyse nodig die in de loop van de hoofdstukken geïntroduceerd wordt. In het voorwoord zegt de auteur dat het boek geschikt is voor tweedejaars wiskundestudenten.

De eerste vijf hoofdstukken geven een overzicht van de benodigdheden voor het vervolg, zoals topologie, metrische ruimten, maat en integratie theorie en functionaalanalyse. De hoofdstukken 6, 7 en 8 lijken het hart van het boek te vormen. Daarin worden ruimten van functies gemaakt die in aanmerking komen om oplossingen van differentiaalvergelijkingen te zijn. Dit is gebaseerd op existentie en eenduidigheid voor het bekende beginwaarde probleem  $y' = f(t, y)$ ,  $y(t_0) = y_0$  onder milde voorwaarden voor  $f$ . In deze ruimten worden dan rijen van functies geconstrueerd die aan een differentiaal inclusie voldoen. Deze rijen hebben natuurlijke (equi)continuïteitseigenschappen met betrekking tot parameters en beginvoorwaarden. Convergentie van zulke rijen levert dan existentie van oplossingen. Uiteraard is continuïteit steeds afhankelijk van de aanwezige topologie. In de ove-

rige hoofdstukken wordt de ontwikkelde theorie gebruikt voor differentiaal ongelijkheden, differentiaalvergelijkingen met singulariteiten en discontinuïteiten zowel in tijd als ruimte, scalaire differentiaalvergelijkingen en hun periodieke oplossingen.

Globaal gezien heeft het boek een heldere opbouw. Aangezien er flink wat topologie en analyse van stal gehaald wordt lijkt het gerechtvaardigd te vragen: waartoe was dit nodig en waartoe heeft het geleid? Deze vragen worden mijns inziens niet echt beantwoord. De presentatie in het boek is daar ook niet op gericht. De hoofdstukken bestaan voornamelijk uit een lineaire opsomming van lemma's, stellingen en bewijzen met minimale verbindende tekst. Er is geen onderscheid gemaakt tussen hulpresultaten, hoofdresultaten, gevolgen en verfijningen en bovendien is alles omringd met veel technische details. Niet aanbevolen voor tweedejaars studenten, specialisten zullen er echter het nodige in kunnen vinden. Gezien de prijs had de vertaling wel wat zorgvuldiger gekund.

I. Hoveijn



J.H. Davis  
**Differential equations with Maple**

Basel: Birkhäuser-Verlag

409 p., prijs €75,67

ISBN 0-8176-4181-5

De titel *Differential equations with Maple, an interactive approach* doet vermoeden dat je een boek in handen krijgt waarin je tegelijk iets leert over Maple en over differentiaalvergelijkingen. Wie echter denkt met dit boek een goede gelegenheid te hebben Maple te ontdekken, komt bedrogen uit.

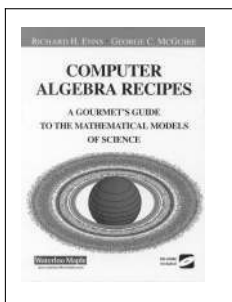
Het bleek erg gemakkelijk te worden om een vernietigende recensie te schrijven. Om te voorkomen dat het helemaal een negatief verhaal wordt, eerst wat positieve punten: de elementaire theorie van (voornamelijk lineaire) differentiaalvergelijkingen wordt helder behandeld. Vooral leuk is hoofdstuk twee, dat motiverende voorbeelden bevat zoals de vergelijkingen voor een doorbuijgende staaf, met vrij veel aandacht voor de fysische afleiding. De bijgeleverde CD-rom bevat de Maple-code van de programma's die in het boek aan de orde komen. Ook staat er een voorbeeld op hoe je een goede website creëert om een collegeserie te ondersteunen. Dat past goed in de huidige aandacht voor interactief onderwijs.

De interactie in het boek valt echter tegen. Het boek valt duidelijk uiteen in delen; eerst een hoofdstuk over Maple, vervolgens tien hoofdstukken elementaire theorie van differentiaalvergelijkingen en tenslotte vijf hoofdstukken voornamelijk Maple. De interactie uit zich in af en toe een verwijzing en het gebruik van omvangrijke in plaats van eenvoudige voorbeelden om de theorie mee te illustreren. De auteur produceert hele pagina's Maple code en uitvoer. Het doel, verheldering van de stof, wordt daarmee geen goed gedaan. De hoofdstukken over Maple zijn erg informeel van stijl, als een dictaat ter begeleiding van een werkcollega. Je moet Maple leren door voorbeelden en de online-hulp van het programma. Het is dan vervelend dat er verschillende fouten in de voorbeelden staan; een werkcollega-begeleider is eigenlijk

noodzakelijk. Typerend is ook het feit dat de auteur waarschuwt voor een 'classic blunder', die vervolgens in zijn Maple-code meermalen gemaakt wordt! Eindredactie lijkt niet goed plaats te hebben gehad; hele pagina's kom je (bijna) letterlijk op verschillende plaatsen in het boek tegen. Soms worden dingen uitgebreid uitgelegd, waarvan een paar bladzijden daarvoor nog duidelijk werd uitgegaan dat het de lezer al bekend was. Alsof de auteur besloot de volgorde van de stof te veranderen, maar na de copy-paste heeft verzuimd de noodzakelijke aanpassingen te verrichten. In de (letterlijk afgedrukte) programma-code kom je als commentaar tegen 'left over from earlier code'. Er is een enorme discrepantie in het niveau van vereiste voorkennis tussen de laatste hoofdstukken en de rest van het boek. Waar de elementaire theorie tot en met de basis van lineaire algebra wordt uitgelegd, komen in het hoofdstuk over control theory de root locus, Nyquist en Bode plots aan de orde met nauwelijks enige uitleg over het nut daarvan en verder komt ene 'Riccati'-vergelijking uit de lucht vallen om opgelost te worden.

De vraag die ik mij tenslotte stel is: voor wie zou dit boek interessant zijn? Over de elementaire theorie van differentiaalvergelijkingen zijn wel betere leerboeken geschreven, voor het leren van Maple kun je net zo goed de online-help waar hij naar verwijst bestuderen en als begeleiding bij een werkcollege lijkt zo'n boek me wat overdone. Misschien kan een aanstaande docent er inspiratie uit halen bij de voorbereiding van zijn collegeserie; is dat het waard?

G. Terra



R. H. Enns en G. C. McGuire  
**Computer algebra recipes. A gourmet's guide to the mathematical models of science**

Berlijn: Springer-Verlag, 2001  
778 p., prijs \$ 89.95  
ISBN 0-387-95148-2

Dit boek is een omvangrijke verzameling secties, gegroepeerd in drie delen. In elke sectie wordt met behulp van het computeralgebra-pakket Maple een mathematisch model bekeken. In het eerste deel (genaamd *The Appetizers*) zijn dit tamelijk eenvoudige en op zichzelf staande modellen. Enkele hiervan lijken voornamelijk bedoeld om de lezer met Maple vertrouwd te maken. In het tweede deel (*The Entrees*) zijn de modellen ingewikkelder, en worden ze meestal gegeven door gewone differentiaalvergelijkingen. Het laatste deel (*The Desserts*) bevat modellen gegeven door partiële differentiaalvergelijkingen (zoals bijvoorbeeld de Korteweg-de Vries vergelijking).

Elke sectie is op dezelfde manier opgebouwd. Eerst is er een citaat van een min of meer beroemd persoon (overigens ontgaat mij in de meeste gevallen de relevantie van deze citaten voor de rest van de tekst). Dan volgt de uiteenzetting van een probleem, dat door een fictieve persoon (meestal een student) opgelost moet worden. Hierna volgt de oplossing, waarbij dankbaar van de diensten van Maple gebruik gemaakt wordt.

Het is de bedoeling van de auteurs aan te tonen dat een computeralgebra-pakket als Maple uitstekend geschikt is om bij het onderwijs van mechanica en analyse gebruikt te worden. De voorde-

len van het gebruik van de computer worden duidelijk gemaakt: het is mogelijk met veel ingewikkeldere mathematische modellen te werken, en studenten kunnen experimenteren, door bijvoorbeeld de beginwaarden te veranderen.

Door de omvang van het boek (778 bladzijden) en de variëteit aan onderwerpen, zal niemand dit boek van koft tot koft willen lezen. Het is eerder de bedoeling er hier en daar wat uit te halen, en bijvoorbeeld te gebruiken voor het opstellen van opgaven voor studenten.

Ten slotte merk ik op dat veel secties wat moeilijk te lezen zijn door de Maple code die erin verwerkt is. De vele details die met de juiste Maple invoer te maken hebben, maken het enigszins moeilijk de grote lijn van het wiskundige verhaal te volgen. Volgens mij hadden de auteurs er beter aan gedaan de uitleg van de wiskunde en de uitwerking in Maple te scheiden. *W. de Graaf*

A. Scott

### **Nonlinear Science; emergence and dynamics of coherent structures**

(Oxford applied and engineering mathematics)

Oxford: Oxford University Press, 1999

474 p., prijs £39.95

ISBN 0-19-850107

Bepaalde niet-lineaire golfvergelijkingen hebben als oplossingen gelokaliseerde lopende golven, solitonen geheten. Solitonen treden op als de dispersieterm en de niet-lineaire term van de differentiaalvergelijking elkaar in evenwicht houden. Sommige niet-lineaire diffusievergelijkingen hebben ook oplossingen die lopende golven zijn. Deze oplossingen treden op als de diffusie-term gecompenseerd wordt door de niet-lineaire term waardoor energie op sommige plaatsen wordt gegenereerd en op andere verdwijnt.

In dit boek worden zowel niet-lineaire golfvergelijkingen als ook niet-lineaire diffusievergelijkingen beschouwd. Een deel van de hoofdstukken is door Scott samen met M.P. Sørensen en P.L. Christiansen geschreven. Scott noemt in zijn voorwoord als eerste motivatie voor het publiceren van dit werk dat de meeste andere boeken over niet-lineaire golfvergelijkingen slechts in beperkte mate fysische achtergronden en realistische toepassingen behandelen. Verder zegt hij dat de meeste boeken op dit gebied voor experts geschreven zijn en niet voor nieuwkomers. Tenslotte wordt in boeken over solitonen het fenomeen van niet-lineaire diffusie meestal niet behandeld.

Dit werk is inderdaad geschikt voor nieuwkomers. Het begint met elementaire lineaire golfproblemen en diffusieproblemen. Daarna wordt de klassieke solitontheorie gebaseerd op inverse verstrooiingstheorie behandeld voor zowel de KdV, de sine-Gordon als de niet-lineaire Schrödinger vergelijking. Verder is er een hoofdstuk over niet-lineaire diffusieproblemen, over niet-lineaire roosters, over perturbatietheorie en over zogenaamde quantumroosters. Het laatste onderwerp betreft niet-lineaire lopende golven in moleculaire kristallen.

Als toepassingen van solitonen worden watergolven (KdV-vergelijking), Josephson supergeleidende transmissielijnen (sine-Gordon) en niet-lineaire optische fibers (niet-lineaire Schrödinger vergelijking) behandeld. Voor wat betreft de niet-lineaire diffusie wordt de modellering van de propagatie en diffusie van elektrische spanningsgolven in zenuwcellen vrij uitvoerig bestudeerd.

Ook andere biologische toepassingen krijgen op verschillende plaatsen aandacht.

De auteur is er naar mijn mening inderdaad in geslaagd een boek te schrijven dat voor een relatief breed publiek toegankelijk is. De vaak uitvoerige uitleg maakt het boek geschikt om bij een college te gebruiken. Het bevat veel opgaven. Er is relatief veel aandacht voor toepassingen en fysische achtergronden, maar door het brede scala aan toepassingen zal het voor niet-experts moeilijk zijn de fysische modellen werkelijk te doorgronden. Daar staat tegenover dat er een uitgebreide literatuurlijst is met veel verwijzingen naar ook recente publicaties. Wat betreft de wiskundige aanpak is dit boek niet opvallend origineel of bijzonder te noemen. De theorie en toepassingen betreffen bijna uitsluitend differentiaalvergelijkingen voor één ruimtevariabele. De gevolgde methode is analytisch: meestal worden expliciete oplossingen geconstrueerd en anders worden perturbatiemethoden toegepast. Numerieke methoden worden niet behandeld. Hier en daar komt men in vooral de introducties en de samenvattingen van hoofdstukken overdreven uitspraken tegen over stille revoluties die zich in het recente verleden in de wetenschap zouden hebben voorgedaan of die in de huidige eeuw volgens de auteur te verwachten zouden zijn. Maar in de (gelukkig overheersende) mathematische gedeelten van het boek toont de schrijver aan dat hij een goed didacticus is. Naar mijn mening zal het boek daarom vooral voor studenten van nut kunnen zijn. *H.P. Urbach*

various other problems, such as fixed point problems, variational inequalities, minimization problems and problems of solving a functional equation. Chapter 5 deals with several aspects of solvability of CP's and general classical existence theorems are presented. Then applications of the topological degree to the study of CP's are presented in chapter 6. In fact, the study of many CP's can be reduced to a study of the solution set of a certain nonlinear equation. In the next chapter the concept of a zero (respectively  $(0, k)$ -) epi mapping  $f$  is introduced. Roughly speaking, such mappings allow perturbations with certain continuous compact (respectively  $k$ -set contraction) mappings without affecting the solvability of the equation  $f(x) = 0$  within a given bounded open set (in a Banach space). Several existence results for CP's are given within this context. In chapter 8 the notion of an exceptional family of elements is introduced. This notion seems to be a kind of a quite general form of coercivity. A typical theorem is of alternative type: either a certain CP has a solution or there exists an exceptional family of elements. It reminds of the classical Leray-Schauder alternative. In the next chapter two typical conditions are introduced which form an interesting substitute for lack of compactness (in the infinite dimensional setting); some existence results based on the latter properties are given. In chapter 10 the relation between complementarity theory and fixed point (or coincidence point) theory is considered in more detail. Finally, in the last chapter the author presents some recent topological results in complementarity theory based on a special topological index on cones and on the mountain pass theorem.

Each chapter is followed by its specific references and at the end of the book an additional bibliography on complementarity problems is given. *H. Th. Jongen*

K. Groechnig  
**Foundations of time-frequency analysis**

*(Applied and numerical harmonic analysis)*

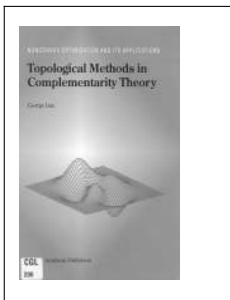
Boston: Birkhäuser-Verlag, 2001

359 p., prijs €75,67

ISBN 0-8176-4022-3

Wiskundige tijd-frequentie analyse houdt zich bezig met de analyse, beschrijving en representatie van functies en operatoren in termen van tijd-frequentie verschuivingsoperatoren (Weyl-Heisenberg groep). Sinds het ontstaan van dit vakgebied, eind jaren zeventig, is het zwaartepunt van het onderzoek verschoven van signaalanalyse met behulp van tijd-frequentie verdelingsfuncties (zoals de Wigner distributie) naar het bestuderen van signaalrepresentaties door middel van reeksen met termen die over een rooster van tijd-frequentiepunten verschoven copieën van een prototypesignaal bevatten (Gabor representaties). De grote motor achter deze ontwikkeling was de toenemende behoefte uit de hoek van de digitale signaalbewerking aan een arsenaal aan efficiënte signaalrepresentatiemethodes. Min of meer in het kielzog van de op wavelets gebaseerde methodes, is in de jaren negentig de Gabor analyse tot volle bloei gekomen. Er zijn nu naar schatting over de wereld enige honderden beoefenaren die (voor wat de wiskunde betreft) komen uit disciplines als Fourier-analyse, complexe en klassieke analyse, abstracte harmonische analyse, functionaalanalyse, numerieke wiskunde, lineaire algebra.

In dit boek wordt relatief veel aandacht besteed (ongeveer



G. Isac

**Topological methods in complementarity theory**

*(Nonconvex optimization and its applications; 41)*

Dordrecht: Kluwer, 2000

683 p., prijs €267,73

ISBN 0-7923-6274-8

The complementarity problem (shortly: CP) in its simplest form can be described as follows. Given a vector field  $f$  on the Euclidean  $n$ -space, find a nonnegative vector  $x$  with nonnegative  $f(x)$  such that the standard scalarproduct of  $x$  and  $f(x)$  vanishes. In fact, any solution vector  $x$  and the corresponding  $f(x)$  are complementary: if a component of  $x$  (respectively  $f(x)$ ) is positive, then the corresponding component of  $f(x)$  (respectively  $x$ ) vanishes. Such a complementarity condition is well known from the necessary optimality conditions of first order in finite dimensional optimization under constraints of inequality type (Karush-Kuhn-Tucker theorem). Here, the (Lagrange) multipliers corresponding to inequality constraints are sign-restricted and they may not vanish only if the corresponding constraint is active (binding). Generalizations of the above complementarity problem can be obtained by considering more general spaces than the Euclidean one and by replacing the nonnegative orthant by more general cones (and their duals).

After two introductory chapters the author gives an extensive list of mathematical models based on complementarity problems. Here, the concept of equilibrium both in physical and economical sense plays a central role. The next chapter is devoted to equivalences. The author shows that the general CP is equivalent to

de helft van het aantal pagina's) aan de diverse aspecten van de moderne Gabor analyse. Niettemin komen de wat klassieker thema's — zoals onzekerheidsprincipes, kwadratische tijd-frequentie verdelingsfuncties en pseudo-differentiaaloperatoren — ruimschoots aan bod; er is ook een kort hoofdstuk gewijd aan wavelets. Doordat het boek zo uitvoerig de moderne Gabor theorie behandelt en op dit punt geheel up-to-date is, lijkt het mij een standaardreferentie te worden voor de beoefenaren van het vak. De auteur mikt bewust wat lager dan de doelgroep van Follands standaardwerk *Harmonic Analysis in Phase Space* dat verscheen voordat de nieuwe ontwikkelingen in Gabor theorie plaatsvonden. Dit blijkt onder meer uit de gedetailleerde betoogtrant, waarin de "it is easy to see" frases zorgvuldig zijn gemedend. Voordeel hiervan is dat het boek ook te gebruiken is voor tweede-fase studenten met een goede achtergrond in (Fourier) analyse en Hilbertruimtheorie (er zijn evenwel geen opgaves). Een nadeel is dat hierdoor het boek nogal 'technisch' oogt. Dit geldt met name voor de hoofdstukken waarin modulatuurruimtes behandeld worden (hierbij moet men in verband met de vele indices, accenten en sub- en superscripten over goede ogen beschikken).

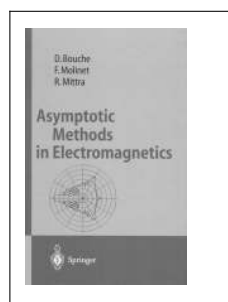
Het vakgebied Gabor analyse is nog volop in beweging. Terwijl de structuur van de Gabor frame-operatoren, waaraan een fraai hoofdstuk wordt gewijd, nu wel grotendeels begrepen is, zijn er nog heel wat fundamentele vragen die ook in dit boek onbeantwoord blijven. Dit geldt met name wat betreft het aangeven van niet-triviale klassen van prototype signalen, met bijbehorende roosterparameters, die aanleiding geven tot Gabor frames. Een ander openstaand probleem — over het bestaan van algemene resultaten van het Wiener  $1/f$  type voor de inverses van Gabor frame operatoren — is door de auteur zelf (met M. Leinert) ongeveer ten tijde van het verschijnen van het boek opgelost. Hierbij worden methodes uit de abstracte harmonische analyse gebruikt die wellicht een nieuwe wending geven aan het onderzoek aan Gabor systemen. Voor deze en andere nieuwe ontwikkelingen in het vakgebied is dit boek een ideaal uitgangspunt. Een minpuntje: het belangrijke artikel van N. G. de Bruijn uit 1973 in *Nieuw Archief voor Wiskunde* (over Wigner distributies en Weyl correspondentie) dat voor een aantal werkers een grote inspiratiebron is geweest, wordt niet vermeld.

G. Janssen

ve made the text more clearly for readers without an engineering background. Major shortcoming of the book is the lacking of exercises, which is a necessity for a good textbook for undergraduates. This is partially compensated by the large amount of examples.

The book starts at an undergraduate level, with classical theory on ANOVA (analysis of variances) and regression analysis, and gradually gets more advanced. Throughout the book, the mathematics involved is well explained and not too advanced readers should be able to follow it. At the end of each of the ten chapters, extensive bibliographies are given; with special attention for the reader who seeks some extra mathematical depth. The authors give a clear insight in Taguchi's approach, based on response surface methodology. Taguchi's ideas received criticism due to the way statistical procedures were incorporated into the approach. Response surface methodology, with models for both mean performance and variance, provides methods to use Taguchi's approach in a statistically valid way. The main goal is to develop procedures that minimize the variance when the mean is kept at a fixed target. The book is a combination of DoE (Design of Experiments), optimization methods, and model building techniques and could be interesting for most people working with quality improvement.

C.J. Albers



D. Bouche and F. Molinet et al.

**Asymptotic methods in electromagnetics**

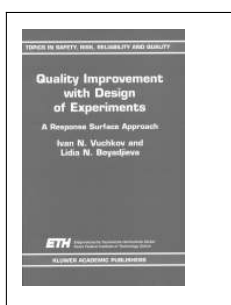
Berlin: Springer-Verlag, 1997

525 p., prijs € 75,67

ISBN 3-540-61574-1

This book is concerned with asymptotic methods for diffraction of high-frequency electromagnetic (EM) waves by conducting bodies, or by scatterers coated with dielectric material. The classical asymptotic method is geometrical optics (GO) with the EM field propagating along rays determined by Fermat's principle. Around 1960 GO was extended by J.B. Keller to the geometrical theory of diffraction (GTD) in which diffraction is accounted for by the introduction of diffracted rays determined by a generalization of Fermat's principle.

Chapter 1 provides a comprehensive overview of these methods. Several types of diffracted rays are distinguished, and the associated diffraction and attenuation coefficients are derived from the solutions of suitable canonical problems. In Chapter 2 it is shown that the GO and GTD solutions can be identified with the leading term of a Luneberg-Kline expansion for the EM field. Insertion of the full expansion into the Helmholtz equation leads to the well-known eikonal equation for the phase and to transport equations for the amplitude coefficients. The GO and GTD fields are discontinuous or become singular at shadow boundaries and caustics. The neighborhood of each of these loci forms a boundary layer. Chapter 3 entails the construction of an inner expansion for the field in the boundary layer, which is subsequently matched to an outer expansion valid outside the boundary layer. The main topic treated is the inner expansion in the boundary layer of creeping waves near the surface of the scattering object.



I.N. Vuchkov and L. N. Boyadjieva  
**Quality improvement with design of experiments: a response surface approach**

Dordrecht: Kluwer, 2001

505 p., prijs € 214,14

ISBN 0-7923-6827-4

This book surveys quality improvement methods in design of experiments. It focuses mainly at Taguchi's approach and other quality improvements methods, from a response surface viewpoint. The book is suitable for (under)graduate students in engineering and statistics, as well as for more advanced readers. The major proofs are given in the appendices and the text is well filled with examples and figures, mainly from engineering and industrial statistics. However, some examples from other topics would ha-

Matching of this inner expansion to the GTD field in the shadow zone reproduces the diffraction and attenuation coefficients in a deductive manner. Chapter 4 deals with the spectral theory of diffraction (STD) developed by Mittra and co-workers.

Chapter 5 (of 140 pages) is concerned with uniform solutions, that is, asymptotic solutions which are uniformly valid throughout an entire domain including boundary layers. The topics discussed are the uniform solutions for diffraction by a wedge, by a discontinuity in curvature, and by a convex object, where the solutions are uniform through shadow boundaries; and the uniform solution at a caustic.

Chapter 6 deals with integral methods, notably, the Maslov method and the method of integration over a wavefront. Yet another integral method is the physical theory of diffraction (PTD) originally due to Ufimtsev, and described in Chapter 7. Chapter 8 deals with impedance boundary conditions to be imposed on the outer surface, as a model for imperfectly conducting and dielectric-coated objects. The book closes with appendices on canonical problems, differential geometry, complex rays, asymptotic expansion of integrals, and Fock functions.

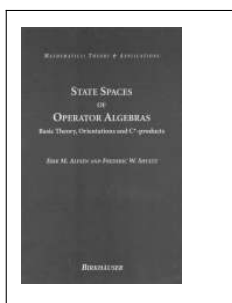
The book covers a lot of material up to the point that the reader may get lost. A closer look reveals that the book contains many (printing) errors and the presentation is unclear at various places. One example is the ad hoc presentation of special functions scattered over the text, where a survey of definitions and relevant properties presented in an appendix would do much better. In the reviewer's opinion the book is not suitable as a textbook; it could serve as a reference work if used with caution. The book is a translation from the French original (1994). The translation is far from accurate, and for a good understanding of the English text the reader may have to go back to the French original. Annoying is the frequent translation of the French 'onde' by 'ray' (instead of 'wave'), so that rays can propagate, attenuate, have a phase and an amplitude et cetera. The publisher is to be blamed for the poor printing of formulas. Many rules of decent mathematical printing are violated in this book. It should be clear that the reviewer is not satisfied with the book. Neither does he understand how previous reviews in *Mathematical Reviews* (1998), *Zentralblatt* (1998) and *IEEE Ant. Prop Mag.* (1998) could be so favorable. *J. Boersma*

schrijving van  $K(A)$  voor willekeurige  $C^*$ -algebra's  $A$ , voor een groot deel gebaseerd op werk van de auteurs zelf. We vinden een aantrekkelijk mengsel van convexiteitstheorie en operator-algebra's, waarbij het de bedoeling is om eigenschappen van  $A$  te vertalen in die van  $K(A)$ , en vice versa. Zo is er bijvoorbeeld een fraaie dualiteit, ontdekt door Effros en Prosser, tussen de idealen van  $A$  en de 'facetten' van  $K(A)$ .

Het uiteindelijke doel van de auteurs is het beantwoorden van de vraag wanneer een compacte convexe verzameling  $K$  van de vorm  $K \cong K(A)$  voor een zekere  $C^*$ -algebra  $A$  is. Deze vraag werd oorspronkelijk gezien als poging de quantum-mechanica te axiomatiseren, waarin de observabelen van een fysisch systeem tenslotte door een  $C^*$ -algebra worden gegeven. Van de vijf desbetreffende axioma's op  $K$ , die Alfsen en Shultz na 30 jaar onderzoek formuleerden, zijn de belangrijkste twee dat  $K$  in een bepaalde zin oriënteerbaar is, en dat het facet dat door twee zuivere toestanden wordt gegenereerd ofwel een lijnsegment ofwel een drie-bal is. Geen van de vijf axioma's heeft een duidelijke fysische betekenis, maar in de zuiver wiskundige convexiteitstheorie is dit resultaat een indrukwekkende prestatie. (De voorkeur van de bespreker gaat overigens uit naar het axiomatiseren van de ruimte van zuivere toestanden op  $A$ , waarbij men dichter bij de fysica kan blijven.)

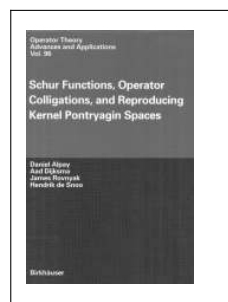
Het boek is mede bedoeld als inleiding tot dit werk, waarbij nog een tweede deel wordt beloofd. Het nadeel hiervan is dat het hier besproken deel 1 op een tamelijk willekeurig moment ophoudt, te weten na de bespreking van het begrip oriëntatie. Gezien de meer dan tien jaar die het schrijven van deel 1 heeft gekost, is het niet duidelijk wanneer het vervolg verschijnt. Niettemin is dit boek prachtig. Het is met grote zorg en zelfs een zekere passie geschreven, en laat werkelijk niets aan de lezer over. Het boek biedt een complete inleiding tot de theorie van operator-algebra's vanuit het gezichtspunt van de toestandsruimte als compacte convexe verzameling, en is in die zin ook een unieke bijdrage tot de literatuur over zowel het eerste als het tweede. Van harte aanbevelen voor functionaalanalytici!

*K. Landsman*



E.M. Alfsen and F.W. Shultz  
**State spaces of operator algebras:  
 basic theory, orientations and  
 $C^*$ -products**  
*(Mathematics: theory and applications)*  
 Boston: Birkhäuser-Verlag, 2001  
 362 p., prijs €86,91  
 ISBN 0-8176-3890-3

Een  $C^*$ -algebra  $A$  is een norm-gesloten  $*$ -onderalgebra van de algebra van alle begrensde operatoren op een Hilbert-ruimte. We nemen hier aan dat  $A$  de eenheid  $I$  bevat. Een toestand op  $A$  is een lineaire functionaal  $\omega$  waarvoor geldt  $\omega(I) = 1$  en  $\omega(x^*x) \geq 0$  voor alle  $x \in A$ . Een toestand is automatisch begrensd, en de ruimte  $K(A)$  van alle toestanden op  $A$  is een compacte convexe verzameling in de zwak\*-topologie die  $K(A)$  erft van de Banach duale  $A^*$ . Het onderhavige boek geeft een zeer gedetailleerde be-



D. Alpay, A. Dijksma et al.  
**Schur functions – operator  
 colligations and reproducing kernel  
 Pontryagin spaces**  
*(Operator theory advances and applica-  
 tions; 96)*  
 Basel: Birkhäuser Verlag, 1997  
 248 p., prijs €75,67  
 ISBN 3-7643-5763-0

In this book the authors consider linear *operator colligations* as certain linear mappings from one Cartesian product of inner product spaces to another. Such colligations are closely related to input-output systems. An *inner product* does not necessarily give rise to a Hilbert space; the quantity  $\langle f, f \rangle$  does not have to be  $\geq 0$ . However, it is symmetric in the sense that  $\overline{\langle f, g \rangle} = \langle g, f \rangle$  and linear in the first variable. If  $(F, \langle \cdot, \cdot \rangle)$  is an inner product space, then  $(F, -\langle \cdot, \cdot \rangle)$  is its *antispace*. A *Krein space*  $F$  is an inner product space, which can be written as a direct sum  $F = F_+ \oplus F_-$ , where  $F_+$  is a Hilbert space and where  $F_-$  is an antispace of a Hilbert space. Such a representation of  $F$  comes with an oper-

ator  $J_F : F \rightarrow F$  defined by  $J_F(f_+ + f_-) = f_+ - f_-$ , where  $f_{\pm} \in F_{\pm}$ . The numbers  $\text{ind}_{\pm} F = \dim F_{\pm}$ , which do not depend on the fundamental decomposition, are non-negative integers or  $+\infty$ . A Pontryagin space  $F$  is a Krein space with finite negative index  $\text{ind}_- F$ . An operator colligation  $V = \begin{pmatrix} T & FG & H \end{pmatrix}$  is a linear mapping from  $(HF)$  to  $(HG)$ . The space  $F$  is the inner or incoming space,  $G$  is the outer or outgoing space,  $V$  is the connecting operator, and  $T : H \rightarrow H$  is the main operator.

From an operator theoretic point of view the present book is very interesting, but it is not fully self-contained. It generalizes Hilbert space results to the Pontryagin setting, and as indicated it makes a link with system theory. It contains valuable bibliographical notes, and an adequate subject and author index. A good companion is the book *Lectures on operator theory and its applications*, by A. Böttcher, A. Dijksma et al., 1996. J.A. van Casteren

hand, I was impressed by the elegant and efficient construction of an abstract theory and, on the other hand, I was wondering whether the theory was like quicksand, with no way back to the original motivation (indeed, historically there were models first, then equations, then abstraction and, finally, there is theory; but does it come full circle?). So I expect that the book will appeal more to functional analysts in search for 'applications' than to applied analysts in search for theoretical foundations. Despite my doubts, however, my overall opinion is positive: this is a carefully prepared book presenting several original ideas and methods that cannot be found elsewhere, so it deserves a place in any mathematics library that strives to cover a broad range of subjects.

O. Diekmann

M.I. Zelikin

### Control theory and optimization I

(Encyclopaedia of mathematical sciences; 86)

Berlin: Springer-Verlag, 2000

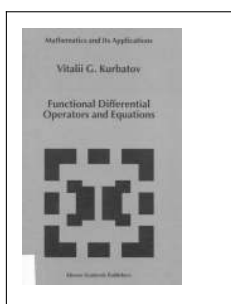
284 p., prijs €91,52

ISBN 3-540-66741-5

In 1724, toen de calculus nog een vrij recente vinding was, publiceerde graaf Jacopo Francesco Riccati in de *Acta Eruditorum* een artikel over een differentiaalvergelijking waarin het kwadraat van de onbekende functie voorkomt. Riccati is al ruim tweeënhalve eeuw dood, maar de naar hem genoemde vergelijking is — althans in matrix-vorm — nog springlevend, getuige onder meer het hier besproken boek van Michael Zelikin. In de regeltheorie is de Riccati-vergelijking in de eerste plaats bekend door zijn verschijning in de oplossing van optimale-besturingsproblemen met lineaire dynamica en kwadratische kostenfunctionalen. De vergelijking komt echter ook naar voren in de tweede-orde-theorie voor algemene problemen in de variatierekening (voldoende voorwaarden voor optimaliteit), en deze invalshoek wordt in Zelikin's boek vooral benadrukt. De blijvende populariteit van de Riccati-vergelijking wordt voor een deel verklaard uit de fraaie projectieve eigenschappen van de vergelijking, die bij Zelikin uitvoerig aan bod komen.

Het boek bestaat uit acht hoofdstukken waarvan de eerste vier fundamenteel materiaal bieden en de laatste vier meer gespecialiseerd materiaal zijn. Het eerste hoofdstuk geeft in iets meer dan 50 pagina's een helder overzicht van de klassieke variatierekening. Het tweede hoofdstuk laat verschillende motiveringen zien voor de bestudering van de Riccati-vergelijking. Hoofdstuk drie is meetkundig van aard en werkt toe naar de introductie van homogene ruimtes. In hoofdstuk vier komen meer in het bijzonder Grassmann-variëteiten aan de orde en wordt ingegaan op de flow die de Riccati-vergelijking definieert op de Grassmann-variëteit van  $n$ -dimensional deelruimtes van een  $2n$ -dimensional reële vectorruimte. Van de meer gespecialiseerde hoofdstukken is hoofdstuk vijf gewijd aan een matrix-generalisatie van de aloude dubbelverhouding, hoofdstuk zes aan complexe Riccati-vergelijkingen, hoofdstuk zeven aan de meerdimensionale variatierekening (onder meer minimale oppervlakken), en hoofdstuk acht aan de partiële differentiaalvergelijking die in het meerdimensionale geval de rol van de Riccati-vergelijking overneemt.

Het thema van het boek zou kunnen worden samengevat als: laten zien wat meetkundig denken vermag in de context van de



V.G. Kurbatov

### Functional differential operators and equations

Dordrecht: Kluwer, 1999

432 p., prijs €161,09

ISBN 0-7923-5624-1

As a rule, the differential equations arising in mathematical physics and other fields of science are LOCAL: they tell us that the value of the unknown function and the values of some of its derivatives should satisfy some relationship in any point of the domain of definition. Functional differential equations, on the other hand, involve some non-local relationship (a simple example arises in age-structured population dynamics: mothers of various ages produce offspring of age zero). The theory of such equations was developed both in the former Soviet Union (in particular by A.D. Myshkis) and in the West (notably by J.K. Hale, who emphasized the dynamical systems point of view; reaction-diffusion equations and functional differential equations are the prime examples of generators of dynamical systems on infinite dimensional spaces). Nowadays a considerable literature is available.

The present book is a solid work, presenting in a systematic and clear way a wealth of material, ranging from a crash course in functional analysis (introducing several not-so-well-known notions, so definitely going beyond the standard material) to a detailed analysis of almost periodic functional differential equations. It is an 'all-or-nothing' book, by which I mean that it offers, most likely, a lot to the serious reader who is prepared to invest lots of time while, for sure, offering very little to the casual reader who tries, in just five minutes, to find a theorem or idea that can be 'transported' to another or more specific context. In the generality-accessibility dilemma the author has made a clear choice. Indeed, on page xviii we read: "We prove general technical results on an arbitrary locally compact abelian group  $G$ . Of course this generality slightly complicates the book for those who are interested only in equations on the real line".

Admittedly this reviewer suffered a bit. While trying to evaluate the book, I had to deal with conflicting feelings. On the one

variatierekening. Dit mooie doel is door Zelikin met verve gereïaliseerd; zie ook de zeer lovende bespreking door Clyde Martin in *SIAM Review* 43(1). Valt er dan niets te mopperen? Een uitgever die regelmatig uit het Russisch vertaalde boeken op de markt brengt zou toch wel iemand mogen aanstellen die zo'n tekst even nakijkt op onnauwkeurigheden. Nu verschijnt onze Zeeman (die van het effect) als Seeman, krijgt de vorst der wiskundigen de voorletter K toebedeeld, en wordt Hamilton voor een Engels wiskundige gehouden. De bekende passage waarin Hamilton vertelt hoe de langgezochte vermenigvuldigingsregels voor quaternionen uit zijn onderbewuste komen opborrelen tijdens een wandeling met zijn vrouw wordt merkwaardigerwijs gegeven in een versie die een Engelse vertaling is van de Russische vertaling van het Engelse origineel. De oorspronkelijke woorden van Hamilton, "and although she talked with me now and then, yet an *under-current* of thought was going on in my mind, which gave at last a *result*, whereof it is not too much to say that I felt *at once* the importance", verschijnen na heen-en-weer-vertaling als "in spite of her discussion with me, my subconscious ideas were so clear that there finally arose a result whose importance I immediately felt", waarbij toch wel wat van de zwier van het origineel verloren is gegaan.

Zelikin's boek is het eerste in de deelreeks "Control Theory and Optimization" van de Springer-reeks *Encyclopaedia of Mathematical Sciences*. Er zijn nog geen verdere delen verschenen.

H. Schumacher

dimensional version of the Krein-Rutman theorem. These tools are applied to introduce Lagrange duality and clarify its relation to other types of duality. Chapter 5 works out some well-known cases such as duality in linear and semidefinite programming as well as more specific ones: spectral conjugacy and differentiability, open mapping and inverse boundedness theorems, normal cones et cetera. Chapters 6 and 7 discuss methods of convex nonsmooth optimization and related theoretical aspects. Chapter 8 focus on fixed point theorems and their applications in the minimax theory, the selection principle and variational inequalities.

Each chapter is equipped with interesting examples from convex geometry, functional analysis and optimization and also ends with a brief historical review and references. It is an advantage of this book, in our opinion, that there are many exercises of various levels of difficulty, chosen with a good mathematical taste. Most of the proofs are also outlined in exercises, where they can be realized by the interested reader step by step.

There are a few things that in our opinion can be considered as shortcomings. Several important and beautiful facts of convex analysis are missed in the book. For example, Minkowski's symmetrization principle, the Bruhn-Minkowski inequality for volumes, cutting-plane schemes, the ellipsoid method and related polynomial algorithms, polynomial solvability of linear programming are not mentioned at all. Linear programming is considered only with respect to the duality theory, and the algorithmic part of this theme is not presented. However this is just a comment, and we understand that a short monograph cannot contain everything.

Another minor remark is that some known theorems are formulated only in their simpler versions, and this aspect was not stressed in the book. For instance, the Urysohn lemma is formulated only for finite-dimensional Euclidean spaces, where it is trivial and actually does not require special tricks suggested in the corresponding exercise. The same applies to Krein's theorem on normal cones. The Stone-Weierstrass theorem is also presented in its special case, and so on. Of course, for a specialist this is not a problem, but for a student it may cause some confusion.

Despite these minor remarks the book should be useful and interesting for both specialists and beginners. The reviewer is happy to have it on his table along with some other monographs and textbooks in convex analysis and optimization.

V. Protasov

A. Mallios

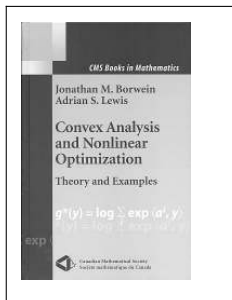
### Geometry of vector sheaves, an axiomatic approach to differential geometry I and II

Dordrecht: Kluwer, 1998

441/439 p., prijs €295,-

ISBN 0-7923-5006-5

This two-volume monograph deals with a sheaf theoretic approach to differential geometry. In particular the author aims to introduce and study differential manifolds and differential geometry without any use of calculus, tangent vectors or differential forms. The basic tool here is sheaf theory. The ultimate goal is to do differential geometry on spaces which are more general than differential manifolds. The first volume focusses on differential manifolds, the second one more on the geometrical concepts. The



### J.M. Borwein and A.S. Lewis Convex analysis and nonlinear optimization. Theory and examples

(CMS books in mathematics)

Londen: Springer-Verlag, 2000

273 p., prijs \$ 69,95

ISBN 0-387-98940-4

This is a short (273 pages) book on convex analysis and related methods of nonsmooth optimization. Elements of duality theory, classical convex analysis, semidefinite programming, nonsmooth convex programming are described and equipped with a variety of well-chosen examples and exercises for the reader to work out. The book is clearly written and the proofs are mostly either very short or outlined as exercises, which makes the book useful also for students to study as a textbook on convex optimization. Especially as the reading does not require a very deep knowledge of mathematics.

Chapter 1 presents the mathematical background and contains some basic facts and definitions from the geometry of Euclidean spaces, symmetric matrices and elementary topology. Chapter 2 introduces several problems of convex optimization and presents basic tools of convex analysis such as the first and second order conditions for minimizer, convex differentiation, the finite-dimensional separation principle and theorems of alternative (Gordan's theorem and Farkas lemma). Chapter 3 works with duality of convex functions, Lagrange principle and subdifferential calculus. Chapter 4 focuses on continuity properties of convex functions and basic facts on polars, planes of support and extreme points, including the Moreau-Rockafellar theorem and the finite-



first volume starts with an introduction to sheaf theory, presheaves and sheaves with an algebraic structure. In particular, the concept of a vector sheaf and sheaf cohomology are introduced. Several detailed topics on vector sheaves are discussed, including Riemannian and Hermitian structures on vector sheaves, line sheaves, Chern classes, flat vector sheaves. A short appendix on category theory finishes the first volume.

In the second volume the author develops some basic concepts of differential geometry, in particular connections and curvature, obviously in the sheaf theoretic setting. The book is split into two parts. In the first part the geometry is introduced, in the second part the examples and applications. In the first two chapters connections are introduced, first globally, then locally. Also complex manifolds and holomorphic connections are being discussed, next Riemannian and Hermitian structures are considered. In the third chapter the author introduces a notion of curvature of a connection. Flat connections are being considered and a Bianchi identity is proved. Finally a basic theory of characteristic classes is developed. This finishes the first part of the second volume. The first chapter of the last part is devoted to the classical examples. Unfortunately all examples which are being described (manifolds, generalized manifolds, supermanifolds, ...) are treated rather briefly. Whereas the first two parts of the book are quite self-contained and very detailed, this chapter is not, which is unfortunate. In the last chapter the author shows that certain types of topological algebras furnish non-trivial examples of the general theory.

As already stated, the monograph is quite detailed, besides the chapter on the classical examples. There are a lot of cross-references, which makes the book a little bit difficult to read, but a detailed list of notations tries to help. It is a little bit unfortunate that the classical examples are not discussed in full detail, and that the advantage of the axiomatic approach over the classical one is not illustrated very well. The geometry as mentioned is restricted to connections and curvature, and on the thin line between differential geometry and differential topology, I would situate this monograph rather on the topological side. Nevertheless, the book is carefully written and provides a new approach to an important domain in mathematics.

F. Dillen

G. D. Knott

### Interpolating Cubic Splines

(*Progress in computer science and applied logic*; 18)

Berlin: Birkhäuser-Verlag, 2000

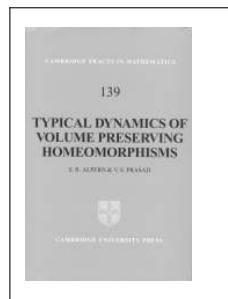
244 p., prijs € 60,33

ISBN 0-8176-4100-9

Dit is een overzichtsboek over cubische splines, dat wil zeggen splines van de graad 3. De inleiding omvat een uitgebreide samenvatting van Euclidische meetkunde en differentiaalgeometrie, lineaire algebra en vectoranalyse. Daarna behandelt het interpolatie van data met splinefuncties in één en twee variabelen, maar ook interpolatie van data met parametrische curves en oppervlakken.

Ook is er een selectie gemaakt van gespecialiseerde onderwerpen (monotone interpolatie, smoothing technieken inclusief het construeren van curves met minimale energie. Het boek is bedoeld als een tekstboek voor colleges in de laatste jaren van de studie. Het heeft een losse manier van schrijven (maar deson-

danks heb ik de schrijver niet op echte onnauwkeurigheden kunnen betrappen). Het boek bevat veel nuttige opgaven, alsook Codes van enkele methodes. Zonder meer een aardig, hoewel beperkt in de opzet: waarom alleen cubische splines? R. van Damme



S.R. Alpern and V.S. Prasad

### Typical dynamics of volume preserving homeomorphisms

(*Cambridge tracts in mathematics*; 139)

Cambridge: Cambridge university press, 2000

216 p., prijs £30,-

ISBN 0-521-58287-3

Transitieve homeomorfismen (dat zijn homeomorfismen met de eigenschap dat er een punt is waarvan de baan dicht ligt) vormen een telkens terugkerend onderwerp in de topologische dynamica. In 1941 hebben Oxtoby en Ulam in een artikel in de *Annals of Mathematics* laten zien hoe het bestaan van die afbeeldingen kan worden aangetoond met de Stelling van Baire. Zij bewijzen onder andere dat in de ruimte van alle maatbewarende homeomorfismen van de  $n$ -cel de transitieve homeomorfismen een dichte  $G_\delta$ -deelverzameling vormen. Het bewijs is een samenspel van maattheoretische en topologische argumenten.

Het hier besproken boek borduurt voort op het genoemde artikel en de daarin gehanteerde methoden. Het behandelt generieke eigenschappen van maatbewarende homeomorfismen. Aan de orde komen onder andere transitiviteit, chaos en ergodiciteit. Ook worden in dit kader enkele dekpuntstellingen bewezen. De eerste twee delen van het boek bevatten het werk van de eerstgenoemde auteur betreffende compacte variëteiten. Het derde en laatste deel van het boek gaat over gezamenlijk werk van de auteurs betreffende niet-compacte variëteiten. In dit deel wordt met goed gekozen voorbeelden aangegeven welke resultaten uit de eerste twee delen niet kunnen worden gegeneraliseerd voor niet-compacte variëteiten en wordt ook verteld hoe eerder genoemde stellingen moeten worden aangepast in het niet-compacte geval.

Het boek is met veel zorg en toewijding geschreven. De auteurs hebben een boek willen schrijven over hun werk van de afgelopen twintig jaar en wel op zodanige wijze dat delen van het boek met vrucht gebruikt kunnen worden bij een cursus over topologische dynamica. Ze zijn daarin volledig geslaagd.

J.M. Aarts

S.I. Resnick

### A probability path

Boston: Birkhäuser-Verlag, 1999

453 p., prijs € 65,44

ISBN 0-8176-4055-X

The book is intended to provide "a deep understanding of measure theoretic probability theory" to applicants of the theory, not, in the first place, to mathematicians. The author has written two other books, more or less in the same style: informal, enthusiastic, mathematically rigorous, and with flair. The chapters of the present book discuss Sets and Events, Probability Spaces, Random Variables, Elements and Measurable Maps, Independence,

Integration and Expectation, Convergence Concepts, Laws of Large Numbers and Sums of Independent Random Variables, Convergence in Distribution, Characteristic functions and the Central Limit Theorem, Martingales. This list of key words suggests a standard first course in probability, and in a way that is what the book is. But, apart from the style and the emphasis on applications the book has the following special features. The necessary measure theory is not given in a separate section of the book but mixed in with the probability concepts; the final chapter contains an extensive section on popular subject of financial mathematics; every chapter ends with a large number of (good) exercises, about three hundred in all. There is no room for an introduction to stochastic processes. A few curiosities: in section 8.3.1, the 'Delta Method' is introduced, but it is quite unclear why it is called so; the preface ends with the mystical message "Harry is on vacation"; on page 330 in Problem 37 it says "... the hypothesis that boys and girls are equally likely to be born" — probability one?

All in all a solid and entertaining book, covering maybe too much ground for a one-semester-plus course, and a wellcome addition to set of 'good current probability books'. *F.W. Steutel*

cente referenties en theorie (met theorema's en al) 'weggestopt' in de bibliografie en discussie aan het eind van elk hoofdstuk. Daarnaast is nog op enkele plekken de tekst in het boek wat aangepast en uitgebreid.

Al met al is het boek nog altijd een prima naslagwerk en zeker het bezitten waard. Maar bent u al in het bezit van de eerste editie dan is er geen enkele reden om de tweede editie ook aan te schaffen. *E. Tiesinga*

G.K. Batchelor et al.

### **Perspectives in fluid dynamics, a collective introduction to current research**

*Cambridge: Cambridge university press, 2000*

631 p., prijs €161,66

ISBN 0-521-78061-6

Since fluid dynamics plays a pivotal role in an ever-expanding range of interdisciplinary fields, it is very useful to have one book that covers a wide range of current interest. This nicely illustrated book has been written by eleven authors who each write an introduction to their own speciality within fluid dynamics.

The first chapter, written by S.H. Davis, introduces the fundamental ideas of interfacial fluid dynamics, on length scales at which van der Waals forces and surface tension are still dominant. Y. Couder, in chapter 2, introduces a fundamental instability of a moving fluid-fluid interface, the so-called Saffman-Taylor instability, and considers its nonlinear development. T.J. Pedley, in chapter 3, describes the interactions between blood flow and the elastic properties of the blood vessels. In chapter 4, P. Huerre gives an introduction to the mathematical analysis governing different types of instabilities that can occur within open shear flows. The essential ideas of how to characterize, measure and model turbulence are covered by J. Jiménez in Chapter 5. Very complex interactions can take place when the quantity being transported itself can influence the flow. This is the case in buoyancy-driven convection, described in Chapter 6 by P.F. Linden. H.K. Moffat, in chapter 7, discusses Magneto-hydrodynamics (MHD). Also, a self-sustaining dynamo is discussed, resulting from the fact that the flow itself can generate the magnetic field. The theory of MHD has an interesting similarity with the theory of turbulence, and therefore, similar dimensionless parameters, like the magnetic Reynoldsnumber, are introduced. In chapter 8, M.G. Worster describes some of the fundamentals of solidification, for example, the physical processes that determine the speed of growth of a layer of ice on the surface of water. In chapter 9, written by H.E. Huppert, many flows within the earth are described. It concentrates on the eruptions of lava and volcanic ash, and on the processes that lead to volcanic eruptions. C. Garrett introduces the dynamics of the ocean in chapter 10. This chapter concentrates on the physical mechanisms, rather than on detailed mathematical descriptions of model problems. In the last chapter, M.E. McIntyre describes primary mechanisms giving rise to global circulations of the atmosphere that influence to a large extent our climate.

Of course, the coverage of current fluid-dynamical research is not exhaustive. In most chapters, first a brief description of a physical phenomenon is given, using an example from daily life, before a more detailed mathematical model is described. A study of 'over-idealised' models often helps to gain some intuition and



R.S. Varga

### **Matrix iterative analysis**

*(Springer series in computational mathematics; 27)*

*Berlijn: Springer-Verlag, 2000*

358 p., prijs €102,34

ISBN 3-540-66321-5

De eerste editie van dit boek is in 1962 verschenen bij uitgeverij Prentice-Hall. Al na enkele jaren werd het boek niet meer herdrukt. Nu is de tweede editie van het boek uitgekomen in de Springer series in computational mathematics.

In de tussenliggende periode heeft de numerieke wiskunde zich enorm ontwikkeld. De auteur heeft er echter voor gekozen om aan de tweede editie van zijn boek geen nieuwe ontwikkelingen binnen de numerieke wiskunde, zoals bijvoorbeeld multi-grid methoden, Krylov subspace methoden en preconditioning, toe te voegen. Hij heeft zich daarentegen beperkt tot het in beperkte mate uitbreiden van de reeds in de eerste editie aanwezige onderwerpen.

Het boek behandelt naast de lineaire algebra aspecten van de iteratieve methoden als de Jacobi, Gauss-Seidel en SOR methoden tevens toepassingen op het gebied van de partiele differentiaalvergelijkingen. De hoofdstukken over niet-negatieve matrices, standaard iteratieve methoden en de daarbij horende vergelijkingstheorema's zijn nog steeds up-to-date. Het hoofdstuk over de ADI methoden daarentegen is door nieuwe ontwikkelingen wat gedateerd geraakt.

De veranderingen ten opzichte van de vorige editie zijn gering. Zo zijn er slechts vier nieuwe paragrafen toegevoegd, waaronder een paragraaf over ovals van Cassini, gegeneraliseerde ordeningen, een semi-iteratieve methode voor de SOR methode en Chebyshev rationale benaderingen van  $\exp(-z)$ . Verder zijn de paragrafen over M-matrices en reguliere splitsingen uitgebreid met H-matrices en zwak reguliere splitsingen. Regelmatig zijn de re-

understanding of physical processes. Also, some results of numerical methods are discussed. The reader who wants to have more information, can use the long list of references at the end of each separate chapter. The book can be very useful for practitioners and researchers who are working in fluid dynamics and want to broaden their view on the subject. In this respect, students can also use it although it takes quite some effort to follow and understand all mathematical models described in the book. I found it very interesting to get a glimpse of many fascinating subjects of current research. The inspiring text of most chapters helps to arise and keep the readers attention, and numerous figures, sometimes with beautiful colours, help to understand the matter.

*A. van der Ploeg*

Z. Haba

### **Feynman integral and random dynamics in quantum physics**

*(Mathematics and its applications; 480)*

Dordrecht: Kluwer, 1999

364 p., prijs €135

ISBN 0-7923-5735-3

Useful as the Feynman or path integral may be, it seldom is a real integral to begin with, formally expressing a particle's propagator as a sum of amplitudes  $e^{iS/\hbar}$  (with  $S$  the classical action) over all continuous paths from initial to endpoint. Thus, the 'integrand' has unit modulus everywhere in the infinite-dimensional path space, and physically irrelevant trajectories have their contributions suppressed only by destructive interference, which means by rapid oscillations of the amplitude. This is unsatisfactory not only for the mathematician: it is also an obstacle to (numerical) approximation of the path integral, and thus the reason why many problems in quantum physics in fact still are too hard for us. The best-known attempt at a resolution formulates the Schrödinger equation in imaginary time, where it becomes a diffusion equation amenable to Wiener integration. This route is particularly attractive, since the quantum-statistical operator  $e^{-H/T}$  (with  $H$  the Hamiltonian and  $T$  the temperature in energy units) is — incidentally or profoundly — an imaginary-time evolution operator. Many static problems can thus be analyzed, but a continuation back to real time is usually only possible for exact or perturbative analytic results.

Positive amplitudes, and hence a probabilistic interpretation, can also be obtained by keeping the time real, but rotating the space variables over  $\sqrt{i} = e^{i\pi/4}$ . This is the approach chosen in Haba's book. Preliminary chapters deal with quantum and classical mechanics, probability theory and stochastic calculus, and the conventional approach to path integration through the Trotter product formula. Subsequently, the stochastic formulation in complex space is established, and applied to semi-classical expansions, nonlinear oscillations, quantum dynamics on analytic manifolds, dissipative systems (those which are open in that they interact with an environment), tunneling, field theory, and computer simulations. Thus, the covered field is vast, justifying the author's intention to formulate exactly the mathematical problem but only outline the proofs. However, in practice the level of precision falls well short of that. From the first page it is already conspicuous that literature citations have been executed sloppily. A

discrete-time stochastic process is also called a Markov chain, as if the Markov property (which never is clearly defined) would be trivial in discrete time. The normalization of a Master equation's transition rate is given just the wrong way round. Strikingly, 'classical mechanics' is formulated in terms of a flow on a manifold — in fact defining a generic classical dynamical system, where mechanics proper should have involved canonical coordinates  $p_i, q_i$  or more abstractly a symplectic structure. As a result, the introduction of Hamilton-Jacobi theory, a cornerstone for the author's semi-classical formalism, becomes unmotivated and *ad hoc*. A decent canonical set-up is finally given some 100 pages later.

A look at the bibliography shows that the author has published the bulk of the material underlying this book in the form of single-author papers. Especially in such a situation, a fresh editorial look at the manuscript would have been invaluable. A text of improved clarity and consistency would make it much easier to gauge the true power of the author's methods. In any case, the nature of the subject does not merit a hasty publication. In conclusion, the way in which this book has been produced does not justify its high price. Because of its wide scope, it may be of interest to those interested in stochastic formulations of quantum physics, and having sufficient background or determination not to be wrong-footed by the presentation. The book's stated goal of introducing a wider audience to these stochastic methods is only partially met.

*A. Maassen van den Brink*